ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. B	3. C	4. C	5. D	6. C
7. D	8. B	9. C	10. B	11. A	12. C

Câu 1. Góc có số đo $\frac{7\pi}{4}$ radian bằng bao nhiêu độ?

A. 315^{o}

B. 45^{o}

C. 345^{o}

D. 275^{o}

Phương pháp giải:

Áp dụng quan hệ giữa radian và độ: $1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{o}$, $1^{o} = \frac{\pi}{180}\text{rad}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{7\pi}{4}\text{rad} = \frac{7\pi}{4}.\frac{180^{o}}{\pi} = 315^{o}$.

Đáp án A.

Câu 2. Cho $\cos\alpha = \frac{4}{13}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\sin\alpha$ là?

A. $\sin\alpha = \frac{9}{13}$

B. $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{13}$

C. $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{4}$

D. $\sin\alpha = -\frac{3\sqrt{17}}{4}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và sử dụng đường tròn lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{13}\right)^2 = \frac{153}{169}$, suy ra $\sin\alpha = \pm\frac{3\sqrt{17}}{13}$.

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc cung phần tư thứ I, do đó $\sin\alpha > 0$.

Vậy $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{13}$.

Đáp án B.

Câu 3. Giá trị lượng giác $\tan\frac{\pi}{24} + \tan\frac{7\pi}{24}$ bằng?

A. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

B. $2\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)$

C. $2\left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)$

D. $2\left(\sqrt{6} + 2\sqrt{3}\right)$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức cộng lượng giác $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \sin b.\cos a$, công thức tích thành tổng

$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$.

Lời giải chi tiết:

$$\tan\frac{\pi}{24} + \tan\frac{7\pi}{24} = \frac{\sin\frac{\pi}{24}\cos\frac{7\pi}{24} + \cos\frac{\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}}$$

$$= \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 2\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right).$$

Đáp án C.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$

B. $y = \cos x - \sin x$

C. $y = \cos x + \sin^2 x$

D. $y = \cos x.\sin x$

Phương pháp giải:

Cho hàm số y = f(x) liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K. Với mỗi $x \in K$ thì $-x \in K$.

- Nếu f(x) = f(-x) thì hàm số y = f(x) là hàm số chẵn trên tập xác định.

- Nếu f(-x) = -f(x) thì hàm số y = f(x) là hàm số lẻ trên tập xác định.

Lời giải chi tiết:

Tất cả các hàm số đều có tập xác định D = R, suy ra có $x \in R$ thì $-x \in R$.

- Xét A: $f(-x) = -\sin(-x) = -(-\sin x) = \sin x = -f(x)$. Vậy $y = -\sin x$ là hàm số lẻ.

- Xét B: $f(-x) = \cos(-x) - \sin(-x) = \cos x + \sin x \neq \pm f(x)$. Vậy $y = \cos x - \sin x$ không chẵn không lẻ.

- Xét C: $f(-x) = \cos(-x) + \sin^2(-x) = \cos x + (-\sin x)^2 = \cos x + \sin^2 x = f(x)$. Vậy $y = \cos x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

- Xét D: $f(-x) = \cos(-x)\sin(-x) = -\cos x\sin x = -f(x)$. Vậy $y = \cos x.\sin x$ là hàm số lẻ.

Đáp án C.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Đáp án D.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$, $u_2 = 2$ và $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Số hạng thứ 5 của dãy số là:

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt u_3, u_4, u_5 bằng cách thay n vào công thức tổng quát.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$u_3 = u_1 + u_2 = 1 + 2 = 3$.

$u_4 = u_2 + u_3 = 2 + 3 = 5$.

$u_5 = u_3 + u_4 = 3 + 5 = 8$.

Đáp án C.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 1; 0; 1

B. 2; 4; 5; 6; 9

C. 1; 2; 4; 6; 8

D. 3; 5; 7; 9; 11

Phương pháp giải:

Dãy số lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi hai phần tử liên tiếp sai khác nhau một hằng số.

Lời giải chi tiết:

Xét hiệu các phần tử liên tiếp trong các dãy số, chỉ có dãy ở đáp án C phần tử sau hơn phần tử liền trước 2 đơn vị (11 – 9 = 9 – 7 = 7 – 5 = 5 – 3 = 2).

Đáp án D.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 2

B. -384

C. -24

D. -34

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức $u_n = u_1q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $u_6 = u_1q^{6-1} = 12.(-2)^5 = -384$.

Đáp án B.

Câu 9. Số lượng khách hàng nữ mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Khoảng tuổi	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Giá trị đại diện của nhóm [30;40) là

A. 40

B. 30

C. 35

D. 9

Phương pháp giải:

Giá trị đại diện nhóm $[a_m;a_n)$ là: $\frac{a_m+a_n}{2}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có giá trị đại diện nhóm [30;40) là: $\frac{30+40}{2}=35$.

Đáp án C.

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. [7;9)

B. [9;11)

C. [11;13)

D. [13;15)

Phương pháp giải:

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

Lời giải chi tiết:

Ta có bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Khi đó $\bar{x}=\frac{2.6+7.8+7.10+3.12+1.14}{20}=9,4$.

Đáp án B.

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $2\sin 2x - 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{-\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{11\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \le 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin \alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array} \right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$2\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{array} \right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án A.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\left\{ \begin{array}{l} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{array} \right.$. Xác định công sai d.

A. d = 2

B. d = 4

C. d = 3

D. d = 5

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{array} \right.$$

Đáp án C.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin x = m, m \in \mathbb{R}$. Khi đó

a) $\cos 2x = 2m^2 - 1$

b) Nếu $m = \dfrac{2}{3}$ thì $\sin x = m$ có hai nghiệm phân biệt $x \in [0;3\pi]$

c) Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi m > 1

d) Nếu $m = \dfrac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \le 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin\alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2m^2$.

b) Sai. $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$

Vì $x \in [0;3\pi]$ nên $x = \dfrac{\pi}{3}$; $x = \dfrac{7\pi}{3}$; $x = \dfrac{2\pi}{3}$; $x = \dfrac{8\pi}{3}$.

Vậy phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

c) Sai. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi m > 1 hoặc m < -1.

d) Đúng. $\sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$

Câu 2. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{4}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

a) $\cos^2\alpha = \dfrac{7}{16}$

b) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

c) $\tan\alpha = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

d) $\cot\alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$

Phương pháp giải:

a) Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

b) Dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

c) $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cot\alpha}$.

d) $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$.

Lời giải chi tiết:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ II nên $\cos\alpha < 0$. Vậy $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{\sqrt{7}}{4}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7};\ \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}.$$

a) Đúng.

b) Sai.

c) Sai.

d) Sai.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n$. Khi đó

a) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn

c) $u_8 = 64$

d) Số hạng thứ $n+2$ của dãy số là $u_{n+2} = 2^n.2$

Phương pháp giải:

a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn nếu (u_n) vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại số thực dương M sao cho $|u_n| < M \quad \forall n \in M$.

c) Tính u_8 bằng công thức $u_n = 2^n$.

d) Thay n + 2 vào n trong công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n.2 - 2^n = 2^n(2-1) = 2^n > 0$ với mọi n. Vậy dãy số là dãy tăng.

b) Sai. Dãy không bị chặn trên vì không có giá trị M nào để $2^n < M$ với mọi n. Vậy dãy số không bị chặn.

c) Sai. $u_8 = 2^8 = 256$.

d) Sai. $u_{n+2} = 2^{n+2} = 4.2^n$.

Câu 4. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng *A*	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng *B*	1	3	7	10	4

a) Giá trị đại diện của nhóm [150;155) bằng 152,5

b) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ở lô hàng A là [155;160)

c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ở lô hàng B là [160;165)

d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A

Phương pháp giải:

a) Giá trị đại diện nhóm $[a_m;a_n)$ là: $\frac{a_m + a_n}{2}$.

b) Nhóm chứa mốt có tần số cao nhất.

c) Nhóm chứa mốt có tần số cao nhất.

d) Tính cân nặng trung bình của mỗi lô hàng rồi so sánh.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Giá trị đại diện nhóm [150;155) là $\frac{150+155}{2} = 152,5$.

b) Sai. Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ở lô hàng A là [160;165) vì có tần số cao nhất là 12.

c) Sai. Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ở lô hàng B là [165;170) vì có tần số cao nhất là 10.

d) Đúng. Bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (gam)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng *A*	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng *B*	1	3	7	10	4

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là:

$$\overline{x_A}=\frac{152,5.2+157,5.6+162,5.12+167,5.4+172,5.1}{25}=161,7 \text{ (gam)}.$$

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là:

$$\overline{x_B}=\frac{152,5.1+157,5.3+162,5.7+167,5.10+172,5.4}{25}=165,1 \text{ (gam)}.$$

Thấy $\overline{x_A}<\overline{x_B}$. Vậy nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử một vật dao động điều hoa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x=2\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$.

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Phương pháp giải:

Tìm số nghiệm t trong khoảng từ 0 đến 6 của phương trình $0=2\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó x = 0.

Ta có: $2\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow 5t-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow t=\frac{2\pi}{15}+k\frac{\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$.

Trong khoảng thời gian $0\le t\le 6$ hay $0\le\frac{2\pi}{15}+k\frac{\pi}{5}\le 6\Leftrightarrow-\frac{2}{3}\le k\le\frac{90-2\pi}{3\pi}$.

Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Vậy trong khoảng từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

Đáp án: 9.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của $M=\sin^4 x+\cos^4 x$ là bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Phương pháp giải:

Biến đổi biểu thức dựa vào các công thức $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\sin 2x=2\sin x\cos x$, hằng đẳng thức…

Tìm giá trị nhỏ nhất của M dựa vào tập giá trị của hàm y = sinx.

Lời giải chi tiết:

$$M=\sin^4 x+\cos^4 x=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-\sin^2 x\cos^2 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x.$$

Ta có: $\sin^2 2x\le 1\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\sin^2 2x\ge-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\ge 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{1}{2}=0,5$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Đáp án: 0,5.

Câu 3. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông. Người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô vuông đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô vuông thứ hai nhiều hơn ô đâug tiên là 5 hạt dẻ, tiếp tục đặt vào ô vuông thứ ba số hạt dẻ nhiều hơn ô thứ hai là 5 hạt dẻ,… và cứ thế tiếp tục đến ô cuối cùng. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng hết 25450 hạt dẻ. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô?

Phương pháp giải:

Số hạt dẻ mỗi ô lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 25450, số hạng đầu $u_1 = 7$ công sai d = 5.

Tìm n.

Lời giải chi tiết:

Số hạt dẻ mỗi ô lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 25450, số hạng đầu $u_1 = 7$ công sai d = 5.

Ta có: $25450 = \frac{2.7 + (n-1).5}{2}.n \Leftrightarrow 50900 = (14 + 5n - 5).n \Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0$.

Giải phương trình được n = 100 hoặc $n = -\frac{509}{5}$ (loại).

Vậy bàn cờ có 100 ô.

Đáp án: 100.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

Phương pháp giải:

Tìm số giá trị của n sao cho $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$ nguyên.

Lời giải chi tiết:

Ta có $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1} = n + 2 + \frac{5}{n+1}$. Khi đó u_n nguyên khi và chỉ khi $\frac{5}{n+1}$ nguyên, hay $n+1$ là ước của 5.

Điều đó xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} n+1 = 1 \\ n+1 = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 4 \end{array}\right.$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên loại n = 0.

Khi n = 4 thì $u_4 = 7$.

Vậy, dãy chỉ có duy nhất một số hạng nguyên là $u_4 = 7$.

Đáp án: 1.

Câu 5. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Số học sinh có chiều cao bao nhiêu cm là nhiều nhất (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Phương pháp giải:

Tìm mốt của mẫu số liệu.

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j: $[a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: Mốt được xác định là

$$M_o = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})}.h$$

trong đó m_j là tần số của nhóm j (quy ước $m_o = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lời giải chi tiết:

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa mốt là nhóm [150;155).

Ta có $M_o = 150 + \frac{14-7}{(14-7)+(14-10)}(155-150) \approx 153$.

Vậy số học sinh có chiều cao khoảng 153 cm là nhiều nhất.

Đáp án: 153.

Câu 6. Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23;23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng dữ liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Phương pháp giải:

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p: $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + ... + m_{p-1})}{m_p}.(a_{p+1} - a_p),$$

trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p. Với p = 1, ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu là n = 5 + 12 +32 + 45 + 30 = 124.

Gọi $x_1; x_2; ...; x_{124}$ là thời gian chạy của 124 vận động viên tham gia hội thao và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{62}+x_{63}}{2}$. Do giá trị x_{62}, x_{63} thuộc nhóm [22,5;23) nên nhóm này chứa trung vị.

Trung vị là $M_e = 22,5 + \frac{\frac{124}{2}-(5+12+32)}{45}.(23-22,5) \approx 22,6$.

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,6 giây.

Đáp án: 22,6.