

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 11.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Góc có số đo $\frac{\pi}{6}$ radian bằng bao nhiêu độ?

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°

Câu 2. Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị của $\sin \alpha$ là?

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$
- B. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$
- C. $\sin \alpha = \frac{15}{16}$
- D. $\sin \alpha = -\frac{15}{16}$

Câu 3. Giá trị lượng giác $\cos\left(\frac{37\pi}{12}\right)$ bằng?

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
- B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

D. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$

B. $y = x^2 \cdot \sin x$

C. $y = \frac{x}{\cos x}$

D. $y = x + \sin x$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 6. Số hạng thứ 3 của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \end{cases}$ là?

A. 5

B. 8

C. 28

D. 13

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 4; 8; 10

B. 2; 3; 5; 8; 9

C. 0; 2; 4; 6; 8

D. 1; 3; -5; -7; -9

Câu 8. Cho dãy số có các số hạng đầu là $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$

B. $u_n = \frac{n}{n+1}$

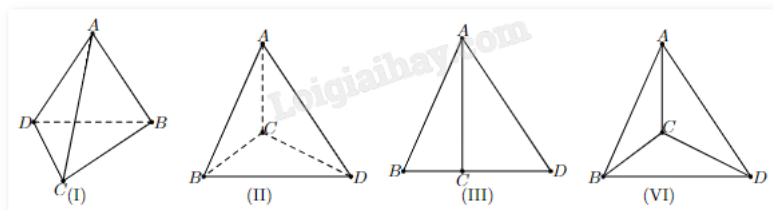
C. $u_n = \frac{n-1}{n}$

D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$

Câu 9. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng?

- A. Ba điểm phân biệt
- B. Một điểm và một đường thẳng
- C. Hai đường thẳng cắt nhau
- D. Bốn điểm phân biệt

Câu 10. Trong các hình sau, hình nào có thể là hình biểu diễn một hình tứ diện?



- A. (I)
- B. (I), (II)
- C. (I), (II), (IV)
- D. (I), (II), (III), (IV)

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ trên $[0; 2\pi]$ là

- A. 3
- B. 1
- C. 2
- D. 4

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -10$ và $u_{15} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. 560
- B. 480
- C. 570
- D. 475

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$. Khi đó

a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$

b) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là hai nghiệm

Câu 2. Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

a) $\sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan \alpha = \sqrt{15}$

d) $\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n + 1$. Khi đó

a) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn

c) $u_6 = 65$

d) Số hạng thứ $n + 2$ của dãy số là $u_{n+2} = 2^n \cdot 2$

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA. Khi đó

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là SO

b) SO thuộc mặt phẳng (SBD)

c) Gọi I là giao điểm của SC và (P). Khi đó $OI \parallel SA$

d) Thiết diện giữa (P) và hình chóp là hình bình hành

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 11 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với $0 \leq t \leq 24$. Tính thời điểm mực nước tại cảng cao nhất.

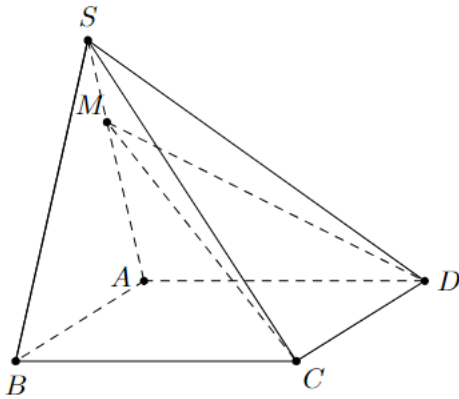
Câu 2. Phương trình $2 \sin 2x + 4 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 3000)$?

Câu 3. Công ty cây xanh X trồng 496 cây hoa trong một khu vườn hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây hoa, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây hoa trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi công ty cây xanh X trồng được bao nhiêu hàng cây trong khu vườn hình tam giác đó.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n + \frac{1}{n}$. Tìm m để dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi m .

Câu 5. Cho tứ diện ABCD. Điểm I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) cắt BD tại E, cắt BC tại F. Tính tỉ số $\frac{IJ}{EF}$ (Viết dưới dạng số thập phân)?

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình bình hành. Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Mặt phẳng (CDM) cắt SB tại N. Biết rằng $AB = 3$ cm, tính tổng $MN + CD$.



----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. B	3. C	4. A	5. C	6. D
7. C	8. B	9. C	10. D	11. D	12. C

Câu 1. Góc có số đo $\frac{\pi}{6}$ radian bằng bao nhiêu độ?

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°

Phương pháp giải:

Áp dụng quan hệ giữa radian và độ: $1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, $1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{rad}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ$.

Đáp án A.

Câu 2. Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị của $\sin \alpha$ là?

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$
- B. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$
- C. $\sin \alpha = \frac{15}{16}$
- D. $\sin \alpha = -\frac{15}{16}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và sử dụng đường tròn lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$, suy ra $\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc cung phần tư thứ III, do đó $\sin \alpha < 0$.

$$\text{Vậy } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

Đáp án B.

Câu 3. Giá trị lượng giác $\cos\left(\frac{37\pi}{12}\right)$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

D. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức cộng lượng giác $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin b \cdot \sin a$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{aligned} \cos \frac{37\pi}{12} &= \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\cos \frac{\pi}{12} = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Đáp án C.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$

B. $y = x^2 \cdot \sin x$

C. $y = \frac{x}{\cos x}$

D. $y = x + \sin x$

Phương pháp giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K . Với mỗi $x \in K$ thì $-x \in K$.

- Nếu $f(x) = f(-x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn trên tập xác định.

- Nếu $f(-x) = -f(x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.

Lời giải chi tiết:

Xét phương án A, hàm số $y = |\sin x|$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$, suy ra có $x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$.

Mặt khác, $f(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = \sin x = f(x)$.

Vậy hàm số đáp án A là hàm số chẵn.

Đáp án A.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án C.

Câu 6. Số hạng thứ 3 của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \end{cases}$ là?

A. 5

B. 8

C. 28

D. 13

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt u_2, u_3 bằng cách thay n vào công thức tổng quát.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$u_2 = 2u_{2-1} + 3 = 2u_1 + 3 = 2.1 + 3 = 5$$

$$u_3 = 2u_{3-1} + 3 = 2u_2 + 3 = 2.5 + 3 = 13$$

Đáp án D.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 4; 8; 10

B. 2; 3; 5; 8; 9

C. 0; 2; 4; 6; 8

D. 1; 3; -5; -7; -9

Phương pháp giải:

Dãy số lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi hai phần tử liên tiếp sai khác nhau một hằng số.

Lời giải chi tiết:

Xét hiệu các phần tử liên tiếp trong các dãy số, chỉ có dãy ở đáp án C phần tử sau hơn phần tử liền trước 2 đơn vị ($8 - 6 = 6 - 4 = 4 - 2 = 2 - 0 = 2$).

Đáp án C.

Câu 8. Cho dãy số có các số hạng đầu là $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$

B. $u_n = \frac{n}{n+1}$

C. $u_n = \frac{n-1}{n}$

D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$

Phương pháp giải:

Viết các số hạng đầu của từng đáp án để kiểm tra.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $0 = \frac{0}{0+1}; \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}; \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}; \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}; \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$. Vậy $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Đáp án B.

Câu 9. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng?

A. Ba điểm phân biệt

B. Một điểm và một đường thẳng

C. Hai đường thẳng cắt nhau

D. Bốn điểm phân biệt

Phương pháp giải:

Dựa vào lý thuyết các xác định một mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua:

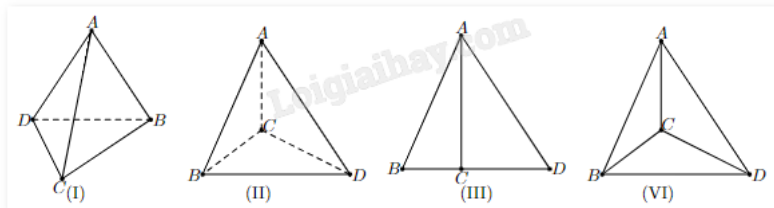
- Ba điểm không thẳng hàng.

- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.

- Hai đường thẳng cắt nhau.

Đáp án C.

Câu 10. Trong các hình sau, hình nào có thể là hình biểu diễn một hình tứ diện?



- A. (I)
- B. (I), (II)
- C. (I), (II), (IV)
- D. (I), (II), (III), (IV)

Phương pháp giải:

Tứ diện là hình có 4 mặt và 4 đỉnh.

Lời giải chi tiết:

Cả 4 hình đều là tứ diện (4 mặt và 4 đỉnh). Hình (I) và (III) có thể nhìn thấy 2 mặt. Hình (II) có thể nhìn thấy 1 mặt. Hình (IV) có thể nhìn thấy 3 mặt.

Đáp án D.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ trên $[0; 2\pi]$ là

- A. 3
- B. 1
- C. 2
- D. 4

Phương pháp giải:

Biến đổi phương trình trở thành dạng phương trình tích, đưa về giải phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$$\sin 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot (2\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên chỉ có 4 nghiệm thỏa mãn: $x = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$.

Đáp án D.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -10$ và $u_{15} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. 560
- B. 480
- C. 570

D. 475

Phương pháp giải:

Tìm số hạng đầu và công sai dựa theo công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Từ đó tìm tổng 20 số hạng đầu tiên $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_{15} = u_1 + 14d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 = u_1 + 4d \\ 60 = u_1 + 14d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -38 \\ d = 7 \end{cases}$$

Từ đó ta tính được $u_{20} = -38 + (20-1)7 = 95$.

Vậy tổng 20 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{20} = \frac{(u_1 + u_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(-38 + 95) \cdot 20}{2} = 570$.

Đáp án C.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$. Khi đó

a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$

b) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là hai nghiệm

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \leq 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin \alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{12} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi \end{cases}$$

a) Sai. $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

b) Sai. Phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

c) Đúng. Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

d) Đúng. Hai nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ là $x = -\frac{\pi}{4}$ và $x = -\frac{7\pi}{12}$.

Câu 2. Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

a) $\sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan \alpha = \sqrt{15}$

d) $\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Phương pháp giải:

a) Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

b) Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

c) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$

d) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$

Lời giải chi tiết:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ III nên $\sin \alpha < 0$. Vậy $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = \sqrt{15}; \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\sqrt{15}}.$$

- a) Đúng.
b) Sai.
c) Đúng.
d) Sai.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n + 1$. Khi đó

- a) Dãy số (u_n) là dãy số tăng
b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn
c) $u_6 = 65$
d) Số hạng thứ $n + 2$ của dãy số là $u_{n+2} = 2^n \cdot 2$

Phương pháp giải:

- a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}$.
b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn nếu (u_n) vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại hai số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
c) Tính u_6 bằng công thức $u_n = 2^n + 1$.
d) Thay $n + 2$ vào n trong công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải chi tiết:

- a) **Đúng.** $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} + 1 - (2^n + 1) = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2 - 1) = 2^n > 0$ với mọi n . Vậy dãy số là dãy tăng.
b) **Sai.** Dãy không bị chặn trên vì không có giá trị M nào để $2^n < M$ với mọi n . Vậy dãy số không bị chặn.
c) **Đúng.** $u_6 = 2^6 + 1 = 64 + 1 = 65$.
d) **Sai.** $u_{n+2} = 2^{n+2} + 1 = 4 \cdot 2^n + 1$.

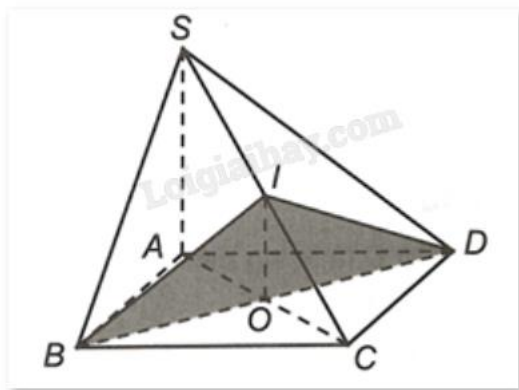
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA . Khi đó

- a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là SO
b) SO thuộc mặt phẳng (SBD)
c) Gọi I là giao điểm của SC và (P) . Khi đó $OI // SA$
d) Thiết diện giữa (P) và hình chóp là hình bình hành

Phương pháp giải:

Sử dụng các định lý về đường thẳng song song với mặt phẳng, cách tìm giao tuyến, thiết diện của hai mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:



- a) Sai. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là SA.
- b) Đúng. SO thuộc mặt phẳng (SBD) vì cả $S \in (SBD)$, $O \in BD \subset (SBD)$.
- c) Đúng. Có $OI \subset (P)$ mà $SA \parallel (P)$ nên SA không cắt đường thẳng nào trong (P), tức $OI \parallel SA$ (do OI, SA cùng thuộc mặt phẳng (SAC)).
- d) Sai. Thiết diện là tam giác BID.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 11 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với $0 \leq t \leq 24$. Tính thời điểm mực nước tại cảng cao nhất.

Phương pháp giải:

Tìm t sao cho hàm số $h = 11 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

$$h = 11 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \text{ đạt giá trị lớn nhất khi } \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12}t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 6 + 24k \text{ (giờ).}$$

Vì $0 \leq t \leq 24$ nên chỉ có giá trị $t = 6$ thỏa mãn.

Vậy thời điểm mực nước tại cảng cao nhất là lúc 6 giờ.

Đáp án: 6.

Câu 2. Phương trình $2 \sin 2x + 4 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng (0;3000)?

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác bằng cách biến đổi về dạng phương trình tích. Xét họ nghiệm trong khoảng (0;3000) để tìm số giá trị k nguyên thỏa mãn.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } 2 \sin 2x + 4 \cos x = 0 \Rightarrow 4 \sin x \cdot \cos x + 4 \cos x = 0 \Rightarrow 4 \cos x \cdot (\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Xét họ nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, ta có:

$$0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 3000 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k\pi < 3000 - \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{3000}{\pi} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow -0,5 < k < 954,43.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 954\}$, tức có 955 giá trị k thỏa mãn.

Vậy phương trình có 955 nghiệm thuộc khoảng $(0; 3000)$.

Đáp án: 955.

Câu 3. Công ty cây xanh X trồng 496 cây hoa trong một khu vườn hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây hoa, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây hoa trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi công ty cây xanh X trồng được bao nhiêu hàng cây trong khu vườn hình tam giác đó.

Phương pháp giải:

Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 496, số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai $d = 1$.

Tìm n .

Lời giải chi tiết:

Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 496, số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai $d = 1$.

$$\text{Ta có: } 496 = \frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1}{2} n \Leftrightarrow 992 = (2+n-1) \cdot n \Leftrightarrow n^2 + n - 992 = 0.$$

Ta tính được $n = 31$ hoặc $n = -32$ (loại).

Vậy số hàng cây trồng được là 31 hàng.

Đáp án: 31.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n + \frac{1}{n}$. Tìm m để dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi m .

Phương pháp giải:

Chứng minh dãy số tăng và bị chặn dưới tại $m = u_1$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = \left(n+1 + \frac{1}{n+1} \right) - \left(n + \frac{1}{n} \right) = 1 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \left(1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Ta có: } n \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{n} < 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{n} > 0; n \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{n+1} > 0.$$

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0$, tức dãy số tăng.

$$\text{Khi đó, dãy bị chặn dưới bởi } u_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2 = m.$$

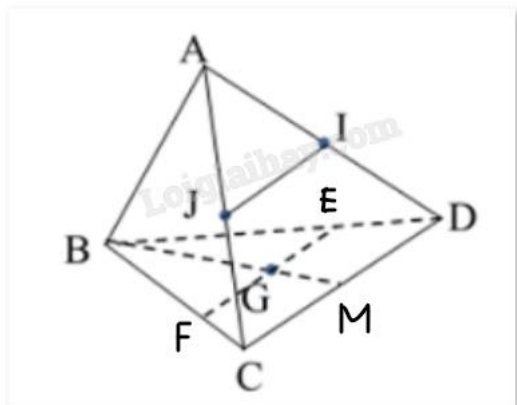
Đáp án: 2

Câu 5. Cho tứ diện ABCD. Điểm I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) cắt BD tại E, cắt BC tại F. Tính tỉ số $\frac{IJ}{EF}$ (Viết dưới dạng số thập phân)?

Phương pháp giải:

Sử dụng định lý giao tuyến của ba mặt phẳng, định lý Thales.

Lời giải chi tiết:



Gọi $BG \cap CD = \{M\}$, khi đó M là trung điểm của CD (vì G là trọng tâm $\triangle BCD$).

Xét $\triangle ACD$ có $IJ \parallel CD$ suy ra $\frac{AI}{AD} = \frac{AJ}{AC} = \frac{1}{2}$ (I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC).

Từ đó dễ dàng chứng minh $\triangle AIJ \sim \triangle ADC$, suy ra $\frac{IJ}{CD} = \frac{1}{2}$, tức $IJ = \frac{1}{2} CD$ (1)

Ta có:
$$\begin{cases} CD = (ACD) \cap (BCD) \\ IJ = (ACD) \cap (GIJ) \\ EF = (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$
 Theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng, ta được: $EF \parallel CD \parallel IJ$.

Vì
$$\begin{cases} EF = (GIJ) \cap (BCD) \\ G \in (GIJ) \\ G \in (BCD) \end{cases}$$
 nên E, G, F thẳng hàng.

Xét $\triangle BCM$ có $FG \parallel CM$ (vì $EF \parallel CD$) suy ra $\frac{BF}{BC} = \frac{BG}{BM} = \frac{2}{3}$ (vì G là trọng tâm $\triangle BCD$).

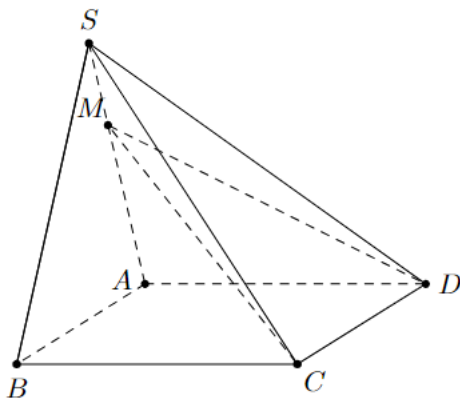
Xét $\triangle BCD$ có $EF \parallel CD$ suy ra $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{2}{3}$.

Từ đó dễ dàng chứng minh $\triangle BEF \sim \triangle BDC$, suy ra $\frac{EF}{CD} = \frac{2}{3}$, tức $EF = \frac{2}{3} CD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{IJ}{EF} = \frac{\frac{1}{2}CD}{\frac{2}{3}CD} = \frac{3}{4} = 0,75.$

Đáp án: 0,75.

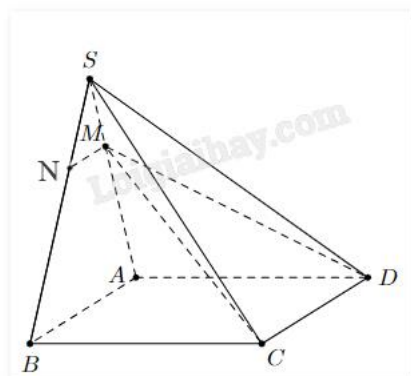
Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình bình hành. Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Mặt phẳng (CDM) cắt SB tại N. Biết rằng $AB = 3$ cm, tính tổng $MN + CD$.



Phương pháp giải:

- Định lý Thales.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song là đường thẳng song song với hai đường thẳng đó.

Lời giải chi tiết:



Ta có: $\begin{cases} M \in (CDM) \\ M \in AB \subset (SAB) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (CDM) \end{cases}$ nên giao tuyến của (CDM) và (SAB) là đường thẳng d song song với

AB, CD và đi qua M.

Giả sử d cắt SA tại N thì đường thẳng MN là giao tuyến của (CDM), (SAB) và $MN // AB$, suy ra

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}.$$

Từ đó, dễ dàng chứng minh $\Delta SMN \sim \Delta SAB$, suy ra $\frac{MN}{AB} = \frac{1}{3}$, tức $MN = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ (cm).

Vì ABCD là hình bình hành nên $AB = CD = 3$ (cm).

Vậy $MN + CD = 1 + 3 = 4$ (cm).

Đáp án: 4.