

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 11.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Góc có số đo 75° bằng bao nhiêu radian?

- A. $\frac{5\pi}{12}$
- B. $\frac{7\pi}{12}$
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 2. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là?

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$
- B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$
- C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- D. $\cos \alpha = \frac{3}{2}$

Câu 3. Giá trị lượng giác $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ bằng?

- A. 0,9

B. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -\cos x$

B. $y = -2\sin x$

C. $y = 2\sin(-x)$

D. $y = \sin x - \cos x$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 6. Số hạng thứ 4 của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{u_{n-1} + 2} \end{cases}$ là?

A. $\frac{7}{17}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{7}$

D. $\frac{3}{8}$

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 3; 6; 9

B. 1; 3; 5; 7; 9

C. 1; 2; 4; 6; 8

D. 1; -3; -5; -7; -9

Câu 8. Cho cấp số nhân 32; 16; 8; 4; 2. Công bội của cấp số nhân là?

A. $q = 2$

B. $q = \frac{1}{2}$

C. $q = \frac{1}{4}$

D. $q = \frac{1}{3}$

Câu 9. Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số bóng đèn	4	20	26	42	8

Có bao nhiêu bóng đèn được khảo sát và bao nhiêu bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên?

A. 34

B. 8

C. 50

D. 42

Câu 10. Cho mẫu số liệu về chiều cao của các học sinh lớp 11B (đơn vị: cm)

156	159	160	161	162	162	163	163	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	167	167	168
168	168	169	169	169	170	170	170	171	172	173

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 17

B. 18

C. 19

D. 20

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{4\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{4\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 5$. Số 198 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

- A. 25
B. 39
C. 40
D. 41

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sin x$. Khi đó

- a) $\sin x < 0$ khi $-\frac{\pi}{2} < x < 0$
b) Hàm số $y = \sin x$ lẻ với mọi $x \in \mathbb{R}$
c) Phương trình $\sin x = 1$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
d) Hàm số $y = \sin x$ có chặn dưới là 0

Câu 2. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
b) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$
d) $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$

Câu 3. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó

- a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm
b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn
c) $u_2 = 6$
d) Công thức tổng quát của (u_n) là $u_n = 2^{n-1} \cdot 3$

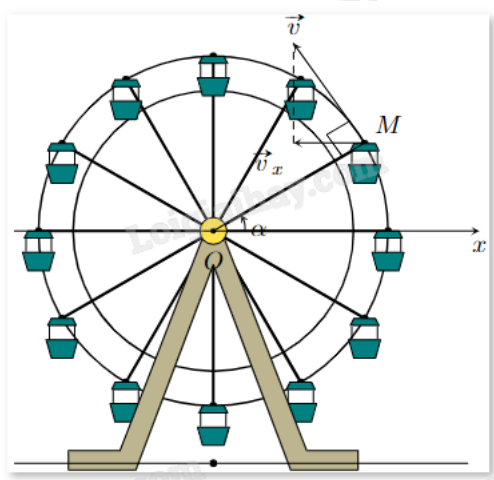
Câu 4. Cho mẫu số liệu về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[18; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số ngày	3	6	10	5	6

- a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 16
- c) Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25 là 19
- d) Nhiệt độ trung bình tại địa điểm đó trong 30 ngày (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị) là 26 độ C

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (\text{Ox}, \text{OM})$ theo hàm số $v_x = 0,25 \sin \alpha$ (m/s). Vận tốc lớn nhất của cabin là?



Câu 2. Cho vận tốc v (cm/s) của một con lắc đơn theo thời gian t (giây) được xác định bởi công thức

$v = -4 \sin \left(1,5t + \frac{\pi}{4} \right)$ với $0 \leq t \leq 2$. Xác định thời điểm vận tốc con lắc bằng 2 cm/s (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 3. Khán đài D của một sân vận động có 20 hàng ghế xếp theo hình quạt. hàng thứ nhất có 13 ghế, hàng thứ hai có 16 ghế, hàng thứ ba có 19 ghế,..., cứ thế tiếp tục cho đến hàng cuối cùng. Số ghế ở hàng cuối cùng là?

Câu 4. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1%/năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi. Tính số dân (đơn vị: triệu người) của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020 (Làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 2,19.

Câu 5. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

Tìm một của mẫu số liệu trên (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

Tính trung vị của mẫu số liệu trên.

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. B	3. D	4. A	5. B	6. A
7. B	8. B	9. C	10. A	11. A	12. D

Câu 1. Góc có số đo 75° bằng bao nhiêu radian?

A. $\frac{5\pi}{12}$

B. $\frac{7\pi}{12}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Phương pháp giải:

Áp dụng quan hệ giữa radian và độ: $1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, $1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{rad}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $75^\circ = 75 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$.

Đáp án A.

Câu 2. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là?

A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\cos \alpha = \frac{3}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và sử dụng đường tròn lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{9}, \text{ suy ra } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên điểm cuối của cung α thuộc cung phần tư thứ II, do đó $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Vậy } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Đáp án B.

Câu 3. Giá trị lượng giác $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ bằng?

A. 0,9

B. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức cộng lượng giác $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$.

Lời giải chi tiết:

$$\sin \frac{5\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{4}$$

Đáp án D.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -\cos x$

B. $y = -2\sin x$

C. $y = 2\sin(-x)$

D. $y = \sin x - \cos x$

Phương pháp giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K . Với mỗi $x \in K$ thì $-x \in K$.

- Nếu $f(x) = f(-x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn trên tập xác định.

- Nếu $f(-x) = -f(x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.

Lời giải chi tiết:

Xét phương án A, hàm số $y = -\cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$, suy ra có $x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$.

Mặt khác, $f(-x) = -\cos(-x) = -\cos x = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Đáp án A.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là?

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án B.

Câu 6. Số hạng thứ 4 của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{u_{n-1} + 2} \end{cases}$ là?

A. $\frac{7}{17}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{7}$

D. $\frac{3}{8}$

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt u_2, u_3, u_4 bằng cách thay n vào công thức tổng quát.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$u_2 = \frac{1}{u_1 + 2} = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

$$u_3 = \frac{1}{u_2 + 2} = \frac{1}{\frac{1}{3} + 2} = \frac{3}{7}$$

$$u_4 = \frac{1}{u_3 + 2} = \frac{1}{\frac{3}{7} + 2} = \frac{7}{17}$$

Đáp án A.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 3; 6; 9

B. 1; 3; 5; 7; 9

C. 1; 2; 4; 6; 8

D. 1; -3; -5; -7; -9

Phương pháp giải:

Dãy số lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi hai phân tử liên tiếp sai khác nhau một hằng số.

Lời giải chi tiết:

Xét hiệu các phân tử liên tiếp trong các dãy số, chỉ có dãy ở đáp án B phân tử sau hơn phân tử liền trước 2 đơn vị ($9 - 7 = 7 - 5 = 5 - 3 = 3 - 1 = 2$).

Đáp án B.

Câu 8. Cho cấp số nhân 32; 16; 8; 4; 2. Công bội của cấp số nhân là?

A. $q = 2$

B. $q = \frac{1}{2}$

C. $q = \frac{1}{4}$

D. $q = \frac{1}{3}$

Phương pháp giải:

$$q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Vậy $q = \frac{1}{2}$.

Đáp án B.

Câu 9. Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số bóng đèn	4	20	26	42	8

Có bao nhiêu bóng đèn được khảo sát và bao nhiêu bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên?

A. 34

- B. 8
C. 50
D. 42

Phương pháp giải:

Quan sát bảng số liệu, tính số bóng đèn trong hai nhóm [9;11) và [11;13).

Lời giải chi tiết:

Số bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên là $42 + 8 = 50$.

Đáp án C.

Câu 10. Cho mẫu số liệu về chiều cao của các học sinh lớp 11B (đơn vị: cm)

156	159	160	161	162	162	163	163	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	167	167	168
168	168	169	169	169	170	170	170	171	172	173

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 17
B. 18
C. 19
D. 20

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên bằng hiệu giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 156, giá trị lớn nhất là 173 nên khoảng biến thiên là $173 - 156 = 17$.

Đáp án A.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{4\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{4\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\cos x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \leq 1$ thì chọn cung α sao cho $\cos \alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$\text{Do } \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} \text{ nên } \cos \frac{x}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án A.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 5$. Số 198 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

- A. 25
- B. 39
- C. 40
- D. 41

Phương pháp giải:

Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng thứ n là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

Gọi 198 là số hạng thứ n của dãy. Ta có: $198 = u_1 + (n-1)d = -2 + (n-1).5 \Leftrightarrow 5n = 205 \Leftrightarrow n = 41$.

Đáp án D.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sin x$. Khi đó

- a) $\sin x < 0$ khi $-\frac{\pi}{2} < x < 0$
- b) Hàm số $y = \sin x$ lẻ với mọi $x \in \mathbb{R}$
- c) Phương trình $\sin x = 1$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- d) Hàm số $y = \sin x$ có chặn dưới là 0

Phương pháp giải:

- a) Dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác.
- b) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K . Với mỗi $x \in K$ thì $-x \in K$.
 - Nếu $f(x) = f(-x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn trên tập xác định.
 - Nếu $f(-x) = -f(x)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.

c) Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \leq 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin \alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

d) Xét tập giá trị của hàm số $y = \sin x$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ suy ra điểm cuối cung x thuộc góc phần tư thứ IV. Khi đó $\sin x < 0$.

b) **Đúng.** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Mặt khác, $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$. Vậy $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

c) **Sai.** Do $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ nên $\sin x = \sin \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

d) **Sai.** Hàm số $y = \sin x$ có chặn dưới là -1 .

Câu 2. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

b) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

d) $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$

Phương pháp giải:

a) Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

b) Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

c) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$

d) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ I nên $\cos \alpha > 0$. Vậy $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) **Đúng.** Từ câu a) ta tính được $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) **Đúng.** $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

d) **Sai.** $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó

a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn

c) $u_2 = 6$

d) Công thức tổng quát của (u_n) là $u_n = 2^{n-1} \cdot 3$

Phương pháp giải:

a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn nếu (u_n) vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại hai số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

c) Tính u_2 bằng công thức $u_{n+1} = 2u_n$.

d) Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d . Công thức tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Ta có: $u_1 = 3 > 0$. Với $n = 1$, ta được $u_2 = 2u_1 = 2 \cdot 3 = 6 > 0$.

Giả sử $n = k$, ta cần chứng minh $u_k > 0$ thì $u_{k+1} > 0$.

Thật vậy, $u_{k+1} = 2u_k > 0$ vì $u_k > 0$.

Vậy $u_n > 0 \quad \forall n \geq 1$.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2u_n - u_n = u_n > 0$. Suy ra $u_n < u_{n+1}$. Vậy dãy số trên là dãy số tăng.

b) **Sai.** Ta có: (u_n) là dãy số tăng nên (u_n) bị chặn dưới tại $u_1 = 3$.

Mặt khác, (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2u_n}{u_n} = 2$ và số hạng đầu $u_1 = 3$ nên công thức tổng

quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. Dãy tăng dần đến vô cùng nên không bị chặn trên.

Vậy dãy số không bị chặn.

c) **Đúng.** $u_2 = 2u_1 = 2 \cdot 3 = 6$.

d) **Đúng.** Theo câu b), công thức tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[18; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số ngày	3	6	10	5	6

a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 16

c) Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25 là 19

d) Nhiệt độ trung bình tại địa điểm đó trong 30 ngày (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị) là 26 độ C

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính khoảng biến thiên, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

b) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $34 - 18 = 16$.

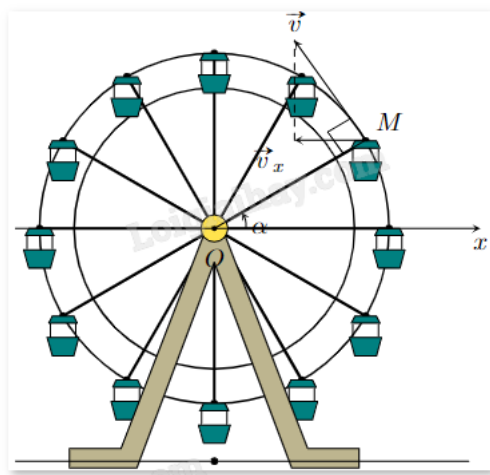
c) **Sai.** Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25 là $3 + 6 = 9$.

d) **Đúng.** Số trung bình là $\bar{x} = \frac{\frac{18+22}{2} \cdot 3 + \frac{22+25}{2} \cdot 6 + \frac{25+28}{2} \cdot 10 + \frac{28+31}{2} \cdot 5 + \frac{31+34}{2} \cdot 6}{30} \approx 26$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác

$\alpha = (\text{Ox}, \text{OM})$ theo hàm số $v_x = 0,25 \sin \alpha$ (m/s). Vận tốc lớn nhất của cabin là?



Phương pháp giải:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v_x = 0,25 \sin \alpha$.

Lời giải chi tiết:

Vì $\sin \alpha \leq 1$ nên $0,25 \sin \alpha \leq 0,25$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $v_x = 0,25 \sin \alpha$ là $0,25$ (m/s).

Đáp án: 0,25.

Câu 2. Cho vận tốc v (cm/s) của một con lắc đơn theo thời gian t (giây) được xác định bởi công thức

$$v = -4 \sin \left(1,5t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ với } 0 \leq t \leq 2. \text{ Xác định thời điểm vận tốc con lắc bằng } 2 \text{ cm/s (Làm tròn kết quả đến}$$

hàng phần mười)?

Phương pháp giải:

Thay $v = 2$ vào công thức $v = -4 \sin \left(1,5t + \frac{\pi}{4} \right)$ và tìm t .

Lời giải chi tiết:

$$2 = -4 \sin \left(1,5t + \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = \sin \left(1,5t + \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5t + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 1,5t + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{3} + k\frac{4\pi}{3} \\ t = \frac{5\pi}{9} + k\frac{4\pi}{3} \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $0 \leq t \leq 2$ nên chỉ có 1 giá trị của t thỏa mãn là $t = \frac{5\pi}{9} \approx 1,7$.

Đáp án: 1,7.

Câu 3. Khán đài D của một sân vận động có 20 hàng ghế xếp theo hình quạt. hàng thứ nhất có 13 ghế, hàng thứ hai có 16 ghế, hàng thứ ba có 19 ghế,..., cứ thế tiếp tục cho đến hàng cuối cùng. Số ghế ở hàng cuối cùng là?

Phương pháp giải:

Số ghế mỗi hàng ở khán đài lập thành một cấp số cộng với 20 hàng tương đương 20 số hạng. Tìm số hạng đầu, công sai từ đó tìm số hạng thứ 20.

Lời giải chi tiết:

Số ghế mỗi hàng ở khán đài lập thành một cấp số cộng với 20 hàng tương đương 20 số hạng.

Ta có: $u_1 = 13, u_2 = 16, u_3 = 19$ nên công sai bằng $d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = 3$.

Số ghế hàng cuối cùng là: $u_{20} = 13 + (20 - 1) \cdot 3 = 70$.

Đáp án: 70.

Câu 4. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1%/năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi. Tính số dân (đơn vị: triệu người) của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020 (Làm tròn đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Số dân mỗi năm lập thành một cấp số nhân. Tìm công thức tổng quát của cấp số nhân đó và tìm số hạng thứ 10.

Lời giải chi tiết:

Số dân mỗi năm lập thành một cấp số nhân u_n với số hạng đầu $u_1 = 2$ triệu người và công sai $q = 1 + 1\% = 1,01$.

Khi đó, số hạng tổng quát là $u_n = 2.1,01^{n-1}$.

Số dân tỉnh đó sau 1 năm là u_2 , sau 2 năm là u_3, \dots

Số dân tỉnh đó sau 10 năm là $u_{11} = 2.1,01^{11-1} \approx 2,21$ (triệu người).

Đáp án: 2,21.

Câu 5. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

Tìm *mốt* của mẫu số liệu trên (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Để tìm *mốt* của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa *mốt*), giả sử là nhóm j : $[a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: *Mốt* được xác định là

$$M_o = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$$

trong đó m_j là tần số của nhóm j (quy ước $m_o = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lời giải chi tiết:

$$M_o = 20 + \frac{12 - 7}{(12 - 7) + (12 - 5)} \cdot 5 = \frac{265}{12} \approx 22,08.$$

Đáp án: 22,08.

Câu 6. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của một số học sinh như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	7	12	5	7	3	5	1

Tính trung vị của mẫu số liệu trên.

Phương pháp giải:

Để tính *trung vị* của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p),$$

trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu là $n = 7 + 12 + 5 + 7 + 3 + 5 + 1 = 40$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{40} là thời gian đi từ nhà đến trường của 40 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{20} + x_{21}}{2}$. Do hai giá trị x_{20}, x_{21} thuộc nhóm $[25; 30)$ nên nhóm này chứa trung vị.

$$\text{Trung vị là } M_e = 25 + \frac{\frac{40}{2} - (7 + 12)}{5} \cdot 5 = 26.$$

Đáp án: 26.