

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 7

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

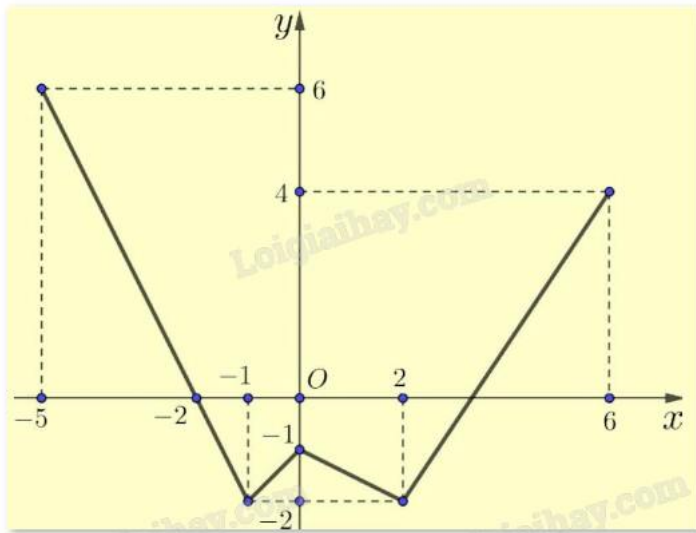
x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	-3	0	$+\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-3; 0)$
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Tính $M + m$.

- A. -1
- B. -2
- C. 0
- D. -3

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. 1
- B. 4
- C. 2
- D. 3

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ là:

- A. $y = x - 5$
- B. $y = 5x$
- C. $y = x + 5$
- D. $y = -x - 5$

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là:

- A. (-1;3)
- B. (1;0)

C. (1;-1)

D. (0;1)

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

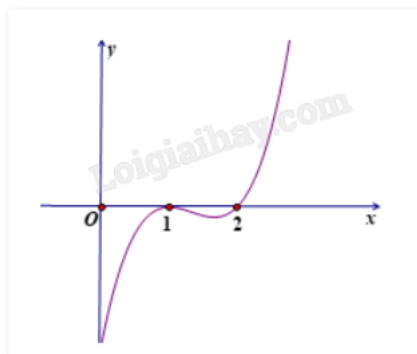
A. Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$

B. Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ ta có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

D. Nếu giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Câu 8. Hình bên là đồ thị của hàm số $f(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



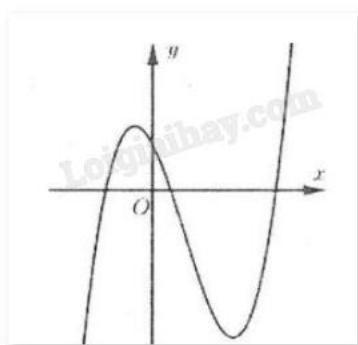
A. (2; +∞)

B. (1;2)

C. (0;1)

D. (0;1) và (2; +∞)

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	-2	$-\infty$	$+\infty$

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = \frac{x - 4}{2x + 2}$

B. $y = \frac{-2x - 4}{x + 1}$

C. $y = \frac{-2x + 3}{x + 1}$

D. $y = \frac{2 - x}{x + 1}$

Câu 11: Cho tứ diện hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo góc (MN, SC) bằng

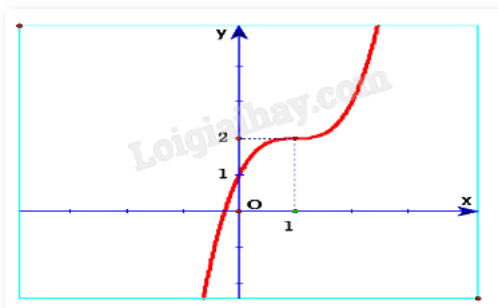
- A. 45°
- B. 30°
- C. 90°
- D. 60°

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$. Xác định góc giữa hai vecto \vec{a}, \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 180^\circ$
- B. $\alpha = 0^\circ$
- C. $\alpha = 90^\circ$
- D. $\alpha = 45^\circ$

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

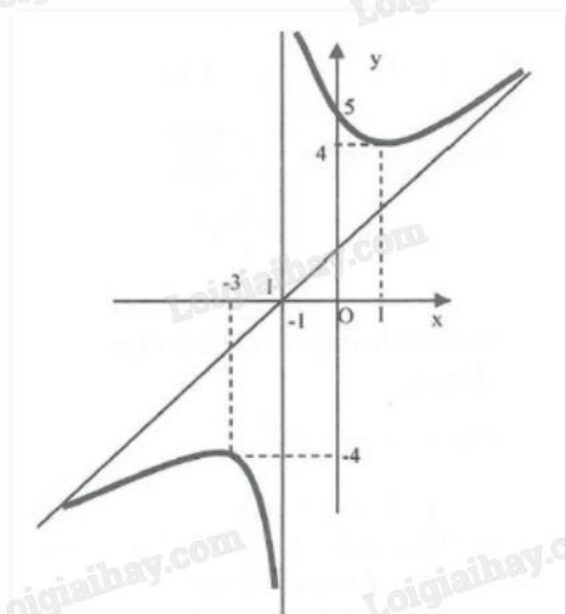
Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có đồ thị như sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có một 1 cực trị

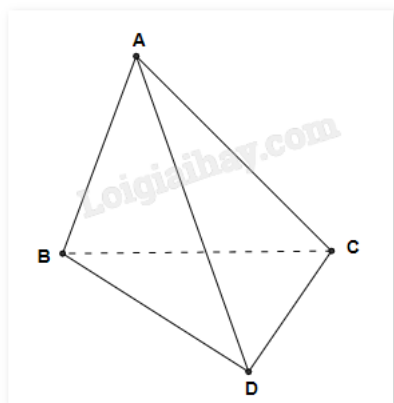
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}
- c) Điểm $(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $f(x)$ như sau:



- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$
- b) Đồ thị hàm số nhận góc tọa độ O làm tâm đối xứng
- c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a .



- a) $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2}{2}$
- c) $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD}$
- d) $AB \perp CD$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vecto $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

a) $|2\vec{a}| = 14$

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{74}$

c) $3\vec{a} - 2\vec{c} = (-2; 11; -3)$

d) $\vec{x} = -2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ lần lượt là M, m. Tính $M + 2m^2$.

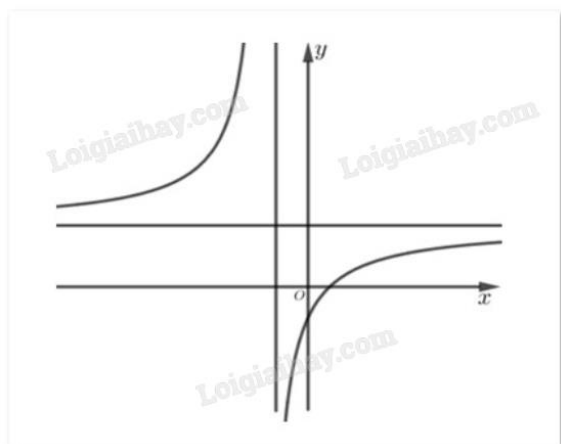
Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 4}{mx - 1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm A(1;4)?

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5). Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh A'.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - t^3$. Tính thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động tại giá trị lớn nhất.

Câu 5. Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500 000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng) một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình. Biết a là số thực dương, hỏi trong các số a, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



----- Hết -----



Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. B	2. B	3. B	4. D	5. C	6. D
7. D	8. A	9. B	10. C	11. C	12. A

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	-3	0	$+\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-3; 0)$

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 1)$; nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Phương pháp giải:

x_0 là điểm cực trị của hàm số $f(x)$ nếu $f'(x_0) = 0$ và $f'(x_0)$ đổi dấu qua x_0 .

Lời giải chi tiết:

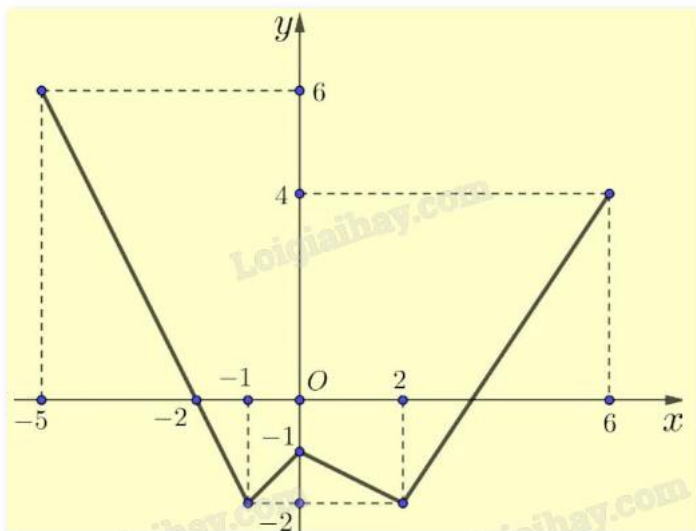
$$f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$f'(x)$ đổi dấu qua $x = 0$, $x = 2$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Tính $M + m$.

- A. -1
- B. -2
- C. 0
- D. -3

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\max_{[-2; 2]} f(x) = f(2) = 0, \quad \min_{[-2; 2]} f(x) = f(-1) = f(2) = -2. \quad \text{Vậy } M + m = 0 + (-2) = -2.$$

Đáp án B.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-		0	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

- A. 1
- B. 4
- C. 2
- D. 3

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên $y = 1$, $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ là:

- A. $y = x - 5$
- B. $y = 5x$
- C. $y = x + 5$
- D. $y = -x - 5$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \frac{M}{cx + d}$ ($a \neq 0$) với M là hằng số.

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y =$

$f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Kết luận đường thẳng $y = ax + b$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2} = x + 5 + \frac{10}{x - 2} = f(x)$.

Từ đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 5)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{x - 2} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án C.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là:

- A. (-1;3)
- B. (1;0)
- C. (1;-1)
- D. (0;1)

Phương pháp giải:

Tìm điểm thuộc đồ thị có hoành độ tại $y''=0$.

Lời giải chi tiết:

$$y' = 3x^2 - 3, \quad y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Thay $x = 0$ vào hàm số, được $y = 1$.

Đáp án D.

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$
- B. Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ ta có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- D. Nếu giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Phương pháp giải:

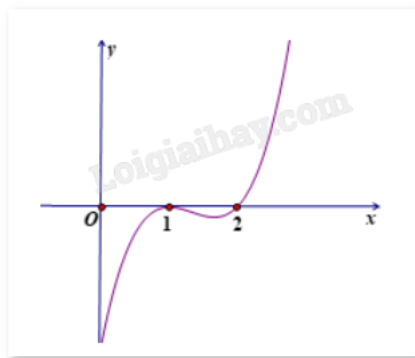
Dựa vào lý thuyết vecto cùng phương, vecto đồng phẳng.

Lời giải chi tiết:

Câu D sai. Ví dụ phản chứng: 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng quy tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Đáp án D.

Câu 8. Hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2; +\infty)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(0; 1)$

D. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$

Phương pháp giải:

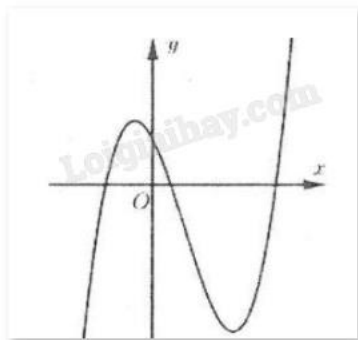
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0, \forall x > 2$ nên $y = f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Đáp án A.

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên và cực trị của hàm số để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$. Loại D.

Đồ thị đi qua điểm $(0;d)$ nên $d > 0$ (vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương).

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Dựa vào hình vẽ ta thấy $x_1 < 0, x_2 > 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

$$\text{Mặt khác, } y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0 \\ x_1x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$$

Đáp án B.

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		-	-
y	-2	$-\infty$	-2

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = \frac{x-4}{2x+2}$

B. $y = \frac{-2x-4}{x+1}$

C. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$

D. $y = \frac{2-x}{x+1}$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, tiệm cận và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$. Loại A và D.

Xét hàm số $y = \frac{-2x-4}{x+1}$ có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

Xét hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ có $y' = \frac{-5}{(x+1)^2} < 0$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Mà theo bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến. Ta chọn hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Đáp án C.

Câu 11: Cho tứ diện hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45°

B. 30°

C. 90°

D. 60°

Phương pháp giải:

Tính góc thông qua tích vô hướng của 2 vectơ.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2 = a^2 + a^2 = SA^2 + SC^2$. Suy ra ΔSAC vuông tại S.

Khi đó: $\overline{NM} \cdot \overline{SC} = \frac{1}{2} \overline{SA} \cdot \overline{SC} = 0$. Suy ra $(\overline{NM}, \overline{SC}) = 90^\circ$, tức $(MN, SC) = 90^\circ$.

Đáp án C.

Câu 12. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$. Xác định góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$

B. $\alpha = 0^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$

D. $\alpha = 45^\circ$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích góc giữa hai vectơ.

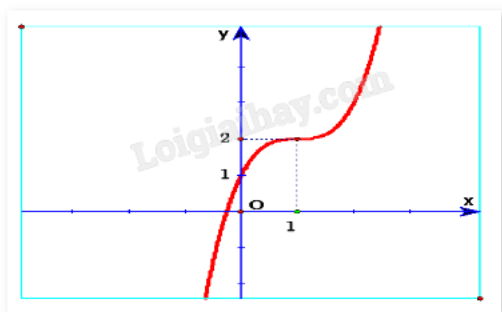
Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ.$$

Đáp án A.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có đồ thị như sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có một 1 cực trị
 b) Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}
 c) Điểm $(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$
 d) Đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

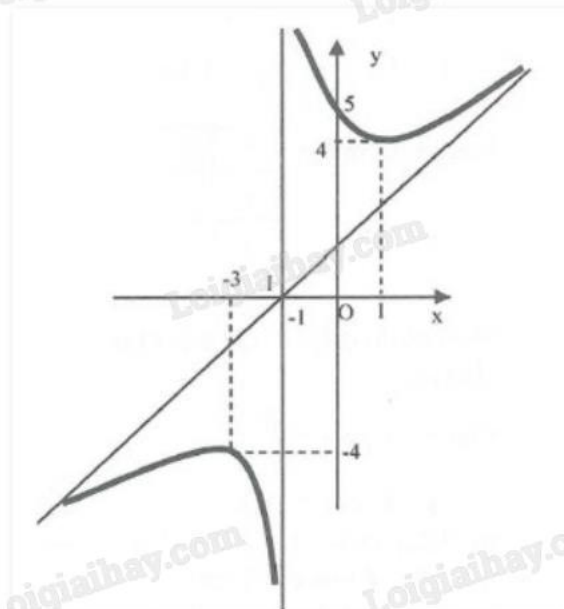
Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

- a) **Sai.** Hàm số $f(x)$ không có cực trị.
 b) **Đúng.** Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .
 c) **Đúng.** Điểm $(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vì nó là điểm uốn của đồ thị.
 d) **Sai.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$, còn đồ thị trên hình vẽ cắt trục tung tại điểm $(0;1)$.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $f(x)$ như sau:



- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng
- c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$

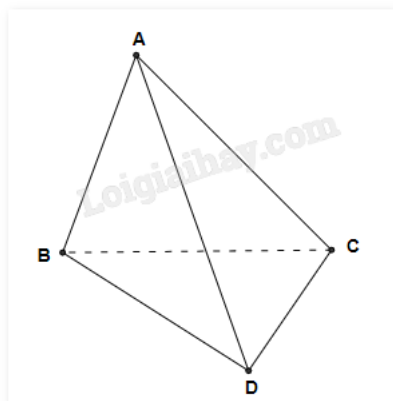
Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

- a) **Sai.** Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$.
- b) **Sai.** Tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(-1; 0)$.
- c) **Sai.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- d) **Đúng.** Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD có các cạnh đều bằng a.



- a) $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2}{2}$
- c) $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD}$

d) $AB \perp CD$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, công thức tính góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

b) **Đúng.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

c) **Sai.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

d) **Đúng.** Giả sử I là trung điểm của CD thì $CD \perp (ABI)$, suy ra $CD \perp AB$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

a) $|2\vec{a}| = 14$

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{74}$

c) $3\vec{a} - 2\vec{c} = (-2; 11; -3)$

d) $\vec{x} = -2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Vì $|2\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{14}$.

b) **Đúng.** Vì $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + 8^2 + 3^2} = \sqrt{74}$.

c) **Đúng.** Vì $3\vec{a} - 2\vec{c} = (6; 9; 3) - (8; -2; 6) = (-2; 11; -3)$

d) **Sai.** Đặt $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } (-3; 22; 5) = m(2; 3; 1) + n(-1; 5; 2) + p(4; -1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $m = 2, n = 3, p = -1$. Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ lần lượt là M, m. Tính $M + 2m^2$.

Phương pháp giải:

- Tính y' , tìm các nghiệm của $y' = 0$.
- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = [-1; 1]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+x}} = -\frac{\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1+x}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$f(-1) = f(1) = \sqrt{2}; f(0) = 2.$$

$$\text{Vậy } M + 2m^2 = 2 + 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 6.$$

Đáp án: 6.

Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 4}{mx - 1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(1;4)$?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \frac{1}{m}$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;4)$ nên $\frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

Đáp án: 1.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$.

Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh A' .

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

Theo quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$, $\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2;5;-7)$, suy ra $A'(3;5;-6)$. Tổng cần tìm là $3 + 5 + (-6) = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - t^3$. Tính thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động tại giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Theo giả thiết: $s(t) = 6t^2 - t^3$, $t \in (0; +\infty)$.

Vận tốc của chuyển động là $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2$.

Ta có: $v'(t) = 12 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		0	
$v(t)$		12	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 5. Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500 000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng) một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất.

Phương pháp giải:

Lập hàm số tính doanh thu một ngày của khách sạn và tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

Gọi giá tiền chủ khách sạn cho thuê một phòng là x ($x \geq 500$).

Vì cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống nên số phòng được thuê là:

$$60 - \frac{x - 500}{50} \cdot 2 = 80 - \frac{x}{25}.$$

$$\text{Khi đó, tổng doanh thu 1 ngày là } x \left(80 - \frac{x}{25} \right) = 80x - \frac{x^2}{25} = f(x).$$

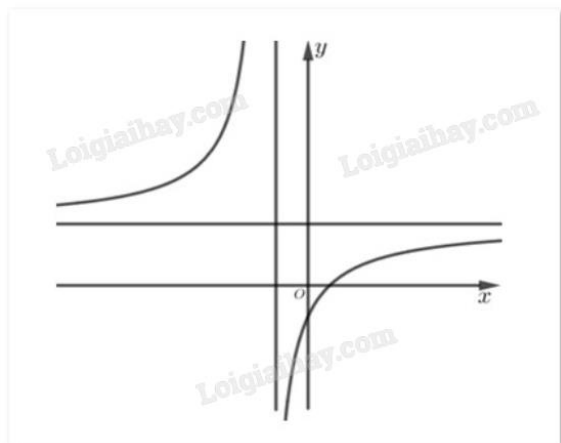
$$\text{Ta có } f'(x) = 80 - \frac{2x}{25} = 0 \Leftrightarrow x = 1000.$$

Vì $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm nên $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1000$.

Vậy để tổng doanh thu lớn nhất thì chủ khách sạn nên cho thuê phòng với giá 1000 nghìn đồng/ngày (tức 1 triệu đồng).

Đáp án: 1000.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình. Biết a là số thực dương, hỏi trong các số a, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị.

Lời giải chi tiết:

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là $y = \frac{a}{c}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $a.c > 0$. Vì $a > 0$ nên $c > 0$.

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x = \frac{-d}{c}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên $-d.c < 0$ hay $c.d > 0$.

Vì $c > 0$ nên $d > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$. Mà $d > 0$ nên $b < 0$.

Vậy ta có a, c, d là các số dương.

Đáp án: 3.