ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 12.

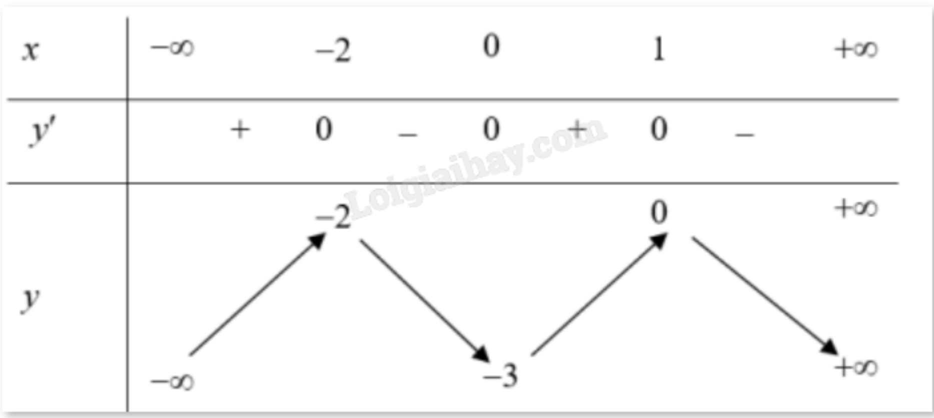
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. B	2. B	3. B	4. D	5. C	6. D
7. D	8. A	9. B	10. C	11. C	12. A

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-3;0)$

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (-∞;-2) và (0;1); nghịch biến trên khoảng (-2;0) và (1;+∞).

Đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Phương pháp giải:

x_0 là điểm cực trị của hàm số $f(x)$ nếu $f'(x_0)=0$ và $f'(x_0)$ đổi dấu qua x_0.

Lời giải chi tiết:

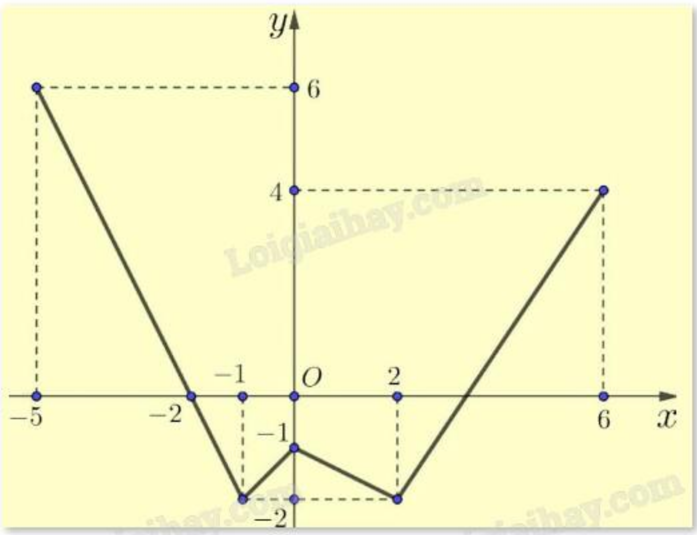
$$f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\end{array}\right..$$

$f'(x)$ đổi dấu qua $x=0,\ x=2$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [-2;2]. Tính M + m.

A. -1

B. -2

C. 0

D. -3

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2) = 0$, $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = f(2) = -2$. Vậy M + m = 0 + (-2) = -2.

Đáp án B.

Câu 4. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$ $+\infty$	|| $-\infty$	$\nearrow$	-1

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$ nên x = 1 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$ nên y = 1, y = -1 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 5. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x}{x - 2}$ là:

A. $y = x - 5$

B. $y = 5x$

C. $y = x + 5$

D. $y = -x - 5$

Phương pháp giải:

Thực hiện phép chia đa thức (ở tử) cho đa thức (ở mẫu) ta được $y = ax + b + \dfrac{M}{cx + d}$ (a≠0) với M là hằng số.

Đường thẳng y = ax + b (a≠0) gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$.

Kết luận đường thẳng y = ax +b là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y=y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}=x+5+\dfrac{10}{x-2}=f(x)$.

Từ đó: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+5)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10}{x-2}=0$.

Vậy đường thẳng $y=x+5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án C.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ là:

A. (-1;3)

B. (1;0)

C. (1;-1)

D. (0;1)

Phương pháp giải:

Tìm điểm thuộc đồ thị có hoành độ tại y’’=0.

Lời giải chi tiết:

$y'=3x^2-3,\ y''=6x=0\Leftrightarrow x=0$.

Thay x = 0 vào hàm số, được y = 1.

Đáp án D.

Câu 7. Cho ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Nếu $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ ta suy ra m = n = p = 0

B. Nếu có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$, trong đó $m^2+n^2+p^2>0$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p\neq 0$ ta có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng

D. Nếu giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng quy thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng

Phương pháp giải:

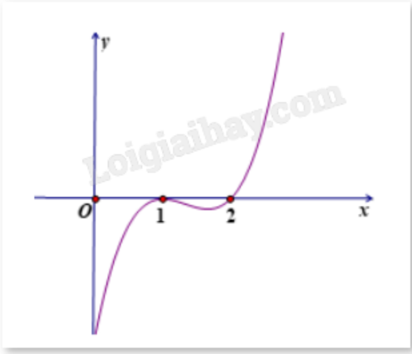
Dựa vào lý thuyết vecto cùng phương, vecto đồng phẳng.

Lời giải chi tiết:

Câu D sai. Ví dụ phản chứng: 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng quy tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Đáp án D.

Câu 8. Hình bên là đồ thị của hàm số f’(x). Hỏi hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$

B. $(1;2)$

C. $(0;1)$

D. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$

Phương pháp giải:

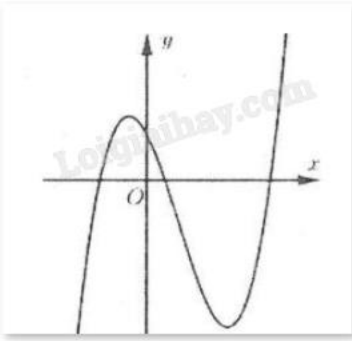
Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0, \forall x > 2$ nên $y = f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Đáp án A.

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. a > 0, b < 0, c > 0, d > 0

B. a > 0, b < 0, c < 0, d > 0

C. a > 0, b > 0, c < 0, d > 0

D. a < 0, b > 0, c > 0, d < 0

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên và cực trị của hàm số để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên a > 0. Loại D.

Đồ thị đi qua điểm (0;d) nên d > 0 (vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương).

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Dựa vào hình vẽ ta thấy $x_1 < 0, x_2 > 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

Mặt khác, $y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0 \end{cases}$

Đáp án B.

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2

Xác định công thức của hàm số.

A. $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$

B. $y = \dfrac{-2x-4}{x+1}$

C. $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$

D. $y = \dfrac{2-x}{x+1}$

Phương pháp giải:

Dựa vào sự biến thiên, tiệm cận và các điểm hàm số đi qua để lập hệ phương trình tìm hệ số.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = -1 và tiệm cận ngang y = -2. Loại A và D.

Xét hàm số $y = \dfrac{-2x-4}{x+1}$ có $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} > 0$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

Xét hàm số $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$ có $y' = \dfrac{-5}{(x+1)^2} < 0$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Mà theo bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến. Ta chọn hàm số $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$.

Đáp án C.

Câu 11: Cho tứ diện hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo góc (MN,SC) bằng

A. 45^o

B. 30^o

C. 90^o

D. 60^o

Phương pháp giải:

Tính góc thông qua tích vô hướng của 2 vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2 = a^2 + a^2 = SA^2 + SC^2$. Suy ra ΔSAC vuông tại S.

Khi đó: $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} = 0$. Suy ra $\left(\overrightarrow{NM},\overrightarrow{SC}\right) = 90^o$, tức $\left(MN,SC\right) = 90^o$.

Đáp án C.

Câu 12. Cho hai vecto $\vec{a},\vec{b} \ne 0$. Xác định góc giữa hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b} = -\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

A. $\alpha = 180^o$

B. $\alpha = 0^o$

C. $\alpha = 90^o$

D. $\alpha = 45^o$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích góc giữa hai vecto.

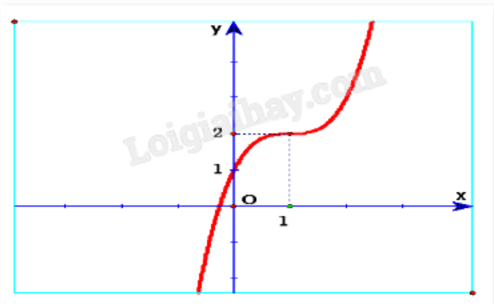
Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{a}.\vec{b} = -\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right| \Rightarrow \cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = -1 \Rightarrow (\vec{a},\vec{b}) = 180^o$.

Đáp án A.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số f(x) xác định trên R có đồ thị như sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có một 1 cực trị

b) Hàm số đã cho đồng biến trên R

c) Điểm (1;2) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số y = f(x)

d) Đồ thị hàm số f(x) là $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

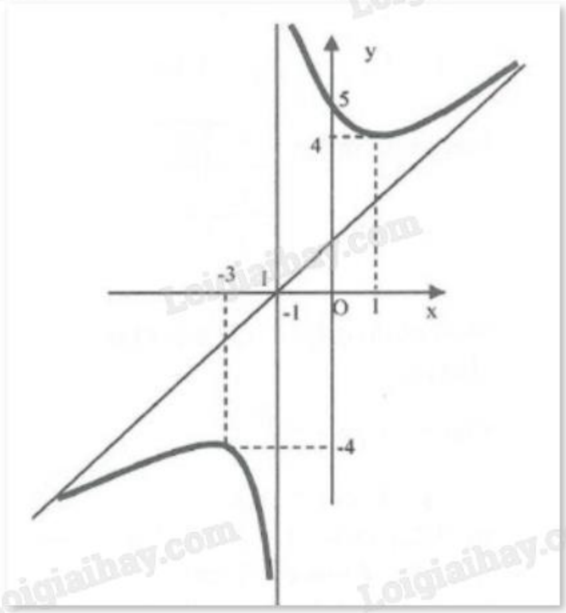
a) Sai. Hàm số f(x) không có cực trị.

b) Đúng. Hàm số đã cho đồng biến trên R.

c) Đúng. Điểm (1;2) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số y = f(x) vì nó là điểm uốn của đồ thị.

d) Sai. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm (0;-1), còn đồ thị trên hình vẽ cắt trục tung tại điểm (0;1).

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số f(x) như sau:



a) Đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận đứng x = 0

b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

c) Hàm số f(x) nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số f(x) có điểm cực đại (-3;-4) và điểm cực tiểu (1;4)

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

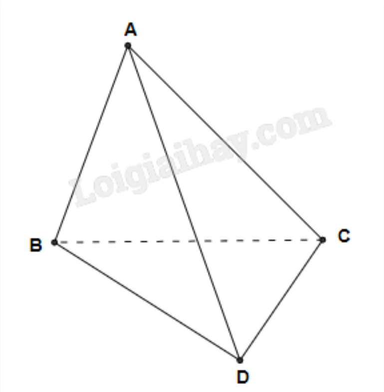
a) Sai. Đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận đứng x = -1.

b) Sai. Tâm đối xứng của đồ thị là điểm (-1;0).

c) Sai. Hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$

d) Đúng. Đồ thị hàm số f(x) có điểm cực đại (-3;-4) và điểm cực tiểu (1;4) .

Câu 3. Cho tứ diện ABCD có các cạnh đều bằng a.



a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\frac{a^2}{2}$

c) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}$

d) $AB\perp CD$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc cộng vecto, lý thuyết các vecto bằng nhau, vecto đối nhau, công thức tính góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

b) Đúng. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-a.a.\cos 60^o=-\frac{a^2}{2}$.

c) Sai. $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=a.a.\cos 60^o=\frac{a^2}{2}$, $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=-a.a.\cos 60^o=-\frac{a^2}{2}$.

d) Đúng. Giả sử I là trung điểm của CD thì $CD\perp(ABI)$, suy ra $CD\perp AB$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$.

a) $|2\vec{a}|=14$

b) $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{74}$

c) $3\vec{a}-2\vec{c}=(-2;11;-3)$

d) $\vec{x}=-2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng vecto, công thức tính tích vô hướng của hai vecto, độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Vì $|2\vec{a}|=\sqrt{4^2+6^2+2^2}=2\sqrt{14}$.

b) Đúng. Vì $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \sqrt{1^2+8^2+3^2} = \sqrt{74}$.

c) Đúng. Vì $3\vec{a}-2\vec{c} = (6;9;3)-(8;-2;6) = (-2;11;-3)$

d) Sai. Đặt $\vec{x} = m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$ với $m,n,p \in R$.

Suy ra $(-3;22;5) = m(2;3;1)+n(-1;5;2)+p(;4;-1;3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-n+4p=-3 \\ 3m+5n-p=22 \\ m+2n+3p=5 \end{cases}$

Giải hệ trên ta được m = 2, n = 3, p = -1. Vậy $\vec{x} = 2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}$ lần lượt là M, m. Tính $M+2m^2$.

Phương pháp giải:

- Tính y’, tìm các nghiệm của y’ = 0.

- Tìm giá trị y tại các điểm cực trị của hàm số và hai đầu mút của đoạn.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: D = [-1;1].

Ta có: $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}+\frac{1}{2\sqrt{1+x}} = -\frac{\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}}+\frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1+x}} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0$.

$f(-1) = f(1) = \sqrt{2}$; f(0) = 2.

Vậy $M+2m^2 = 2+2.\left(\sqrt{2}\right)^2 = 6$.

Đáp án: 6.

Câu 2. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{mx^2-4}{mx-1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm A(1;4)?

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tìm đường tiệm cận của hàm phân thức.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=\frac{1}{m}$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm A(1;4) nên $\frac{1}{m}=1 \Leftrightarrow m=1$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

Đáp án: 1.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C’(4;5;-5). Tính tổng của hoành độ, tung độ, cao độ đỉnh A’.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

Theo quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$, suy ra $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'}=(3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'}=(2;5;-7)$, suy ra $A'(3;5;-6)$. Tổng cần tìm là 3 + 5 + (-6) = 2.

Đáp án: 2.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t)=6t^2-t^3$. Tính thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động tại giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Theo giả thiết: $s(t)=6t^2-t^3$, $t\in(0;+\infty)$.

Vận tốc của chuyển động là $v(t)=s'(t)=12t-3t^2$.

Ta có: $v'(t)=12-6t=0 \Leftrightarrow t=2$.

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		$\nearrow$	12	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi t = 2.

Đáp án: 2.

Câu 5. Một khách sạn có 60 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 500 000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng) một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất.

Phương pháp giải:

Lập hàm số tính doanh thu một ngày của khách sạn và tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

Gọi giá tiền chủ khách sạn cho thuê một phòng là x ($x\ge 500$).

Vì cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống nên số phòng được thuê là:

$$60-\frac{x-500}{50}.2=80-\frac{x}{25}.$$

Khi đó, tổng doanh thu 1 ngày là $x\left(80-\frac{x}{25}\right)=80x-\frac{x^2}{25}=f(x)$.

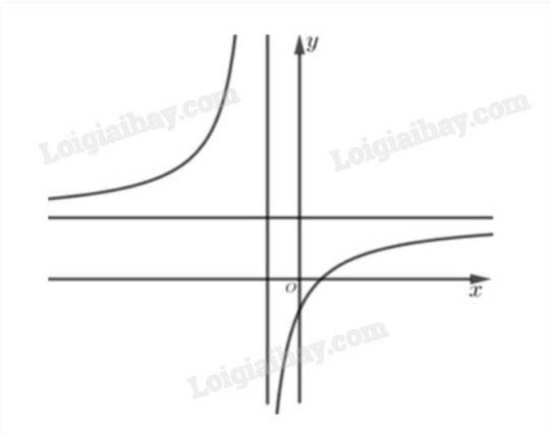
Ta có $f'(x)=80-\frac{2x}{25}=0 \Leftrightarrow x=1000$.

Vì $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm nên f(x) đạt giá trị lớn nhất tại x = 1000.

Vậy để tổng doanh thu lớn nhất thì thì chủ khách sạn nên cho thuê phòng với giá 1000 nghìn đồng/ngày (tức 1 triệu đồng).

Đáp án: 1000.

Câu 6. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình. Biết a là số thực dương, hỏi trong các số a, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị.

Lời giải chi tiết:

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là $y=\frac{a}{c}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên a.c > 0. Vì a > 0 nên c > 0.

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x=\frac{-d}{c}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên -d.c < 0 hay c.d > 0. Vì c > 0 nên d > 0.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d}<0$. Mà d > 0 nên b < 0.

Vậy ta có a, c, d là các số dương.

Đáp án: 3.