ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. A	2. C	3. B	4. D	5. D	6. B
7. D	8. C	9. A	10. C	11. A	12. D

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) xác định trên R có bảng xét dấu của f'(x) như hình.

x	$-\infty$		3		7		11		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (4;7)

B. (8;10)

C. $(10;+\infty)$

D. (3;11)

Phương pháp giải:

Quan sát bảng xét dấu và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Trên khoảng (4;7), f'(x) mang dấu âm nên f(x) nghịch biến trên (4;7).

Đáp án A.

Câu 2. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	$\|\|$	$-$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 3$

B. $x = -1$

C. $x = -2$

D. $x = -4$

Phương pháp giải:

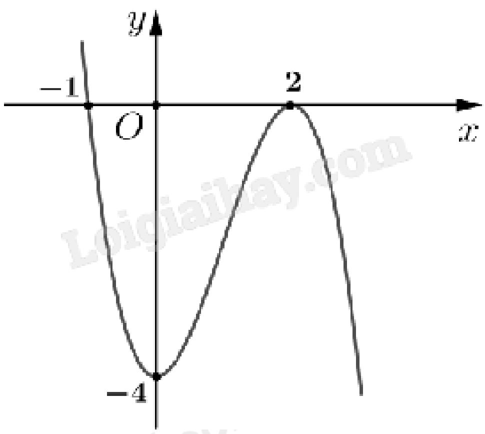
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đạt cực đại tại x = -2.

Đáp án C.

Câu 3. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x) trên đoạn [0;2] là

A. -1

B. -4

C. 2

D. 0

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của f(x) trên đoạn [0;2] là y = -4 tại x = 0.

Đáp án B.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-1}{2+x}$ là

A. $y=-1$

B. $y=-2$

C. $y=-\dfrac{1}{2}$

D. $y=0$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $y=y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{2+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{2}{x}+1}=\dfrac{0}{1}=0$ nên đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận ngang là $y=0$.

Đáp án D.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=x-3+\dfrac{1}{2-x}$. Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

A. y = 2 – x

B. y = x – 2

C. y = x + 3

D. y = x – 3

Phương pháp giải:

Đường thẳng y = ax + b là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số f(x) nếu $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$.

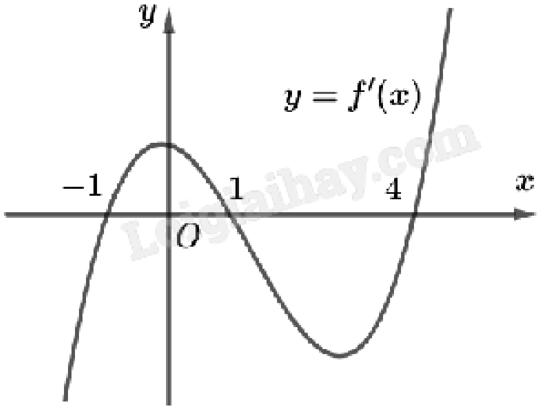
Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-3+\dfrac{1}{2-x}-(x-3)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2-x}=0$.

Vậy y = x + 1 là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Đáp án D.

Câu 6. Cho hàm số f(x) có đồ thị y = f'(x) như hình.



Hàm số f(x) đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$

B. $(3;4)$

C. $(-1;0)$

D. Cả A, B, C đều đúng

Phương pháp giải:

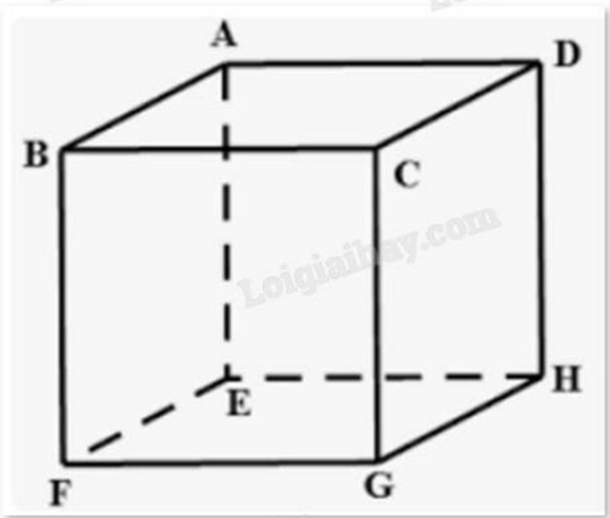
Hàm số f(x) đồng biến khi f'(x) > 0 (phần đồ thị f'(x) nằm phía trên trục hoành).

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị y = f'(x) ta thấy f'(x) > 0 trên (-1;0) nên f(x) đồng biến trên (-1;0).

Đáp án B.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HF}$ là



A. $\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{EG}$

C. $\overrightarrow{FH}$

D. $\overrightarrow{AD}$

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc ba điểm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$.

Đáp án D.

Câu 8. Cho hình chóp đều S.ABCD tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdt). Tính độ dài vecto $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$.

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $2\sqrt{2}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc trừ vecto và xác định độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\left|\vec{u}\right| = \left|\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}\right| = \left|\overrightarrow{CA}\right| = 2\sqrt{6}$.

Đáp án C.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. (2;4;-3)

B. (-2;-4;3)

C. (1;2;3)

D. (2;4;3)

Phương pháp giải:

Tọa độ điểm M là tọa độ $\overrightarrow{OM}$.

Lời giải chi tiết:

$\overrightarrow{OM} = (2;4;-3)$ suy ra M(2;4;-3).

Đáp án A.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vecto $\vec{u} = (3;2;1)$ và $\vec{v} = (1;2;3)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v} = 8$

B. $\vec{u}.\vec{v} = 6$

C. $\vec{u}.\vec{v} = 10$

D. $\vec{u}.\vec{v} = 9$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b} = x_a.x_b + y_a.y_b + z_a.z_b$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 1.3 + 2.2 + 3.1 = 10$.

Đáp án C.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho điểm M(4;1;3). Điểm M’ đối xứng với M qua trục Oz có tọa độ

A. (-4;-1;3)

B. (-4;-1;-3)

C. (4;1;3)

D. (4;1;-3)

Phương pháp giải:

Điểm M’ đối xứng với M(a;b;c) qua trục Oz có tọa độ M’(-a;-b;c).

Lời giải chi tiết:

Điểm M’ đối xứng với M(4;1;3) qua trục Oz có tọa độ M’(-4;-1;3).

Đáp án A.

Câu 12. Thống kê thời gian dùng mạng xã hội của học sinh lớp 12A như sau:

Thời gian dùng (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số bạn	15	10	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 10

B. 20

C. 30

D. 40

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên chứa dữ liệu.

Lời giải chi tiết:

R = 40 – 0 = 40.

Đáp án D.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Khi đó:

a) Vận tốc của vật tại các thời điểm t = 3 giây là v(3) = 1 m/s.

b) Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật dừng yên là 162(m).

c) Gia tốc của vật tại thời điểm t = 3 giây: a(3) = 2 m/s^2.

d) Trong 9 giây đầu tiên, vật tăng tốc khi $t \in [0;4]$.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $v(t) = s'(t) = -t^2 + 8t + 9$.

$v(3) = -3^2 + 8.3 + 9 = 24$ (m/s).

b) Đúng. $v(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 8t + 9 = 0 \Leftrightarrow$ x = -1 (loại) hoặc x = 9 (thỏa mãn).

Bảng biến thiên:

t	0		9		$+\infty$
v(t)		+	0	-	
s(t)	0	↗	162	↘	$-\infty$

Vậy quãng đường vật di chuyển được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật đứng yên (v = 0 hay t = 9) là s(9) – s(0) = 162 – 0 = 162 (m).

c) Đúng. $a(t) = v'(t) = -2t + 8$.

$a(3) = -2.3 + 8 = 2\ \ m/s^2$.

d) Sai. Bảng biến thiên:

t	0		4		9
a(t)		+	0	-	
v(t)	9	↗	25	↘	0

Ta thấy tại thời điểm t = 4 thì a(4) = 0, khi đó vật giữ nguyên vận tốc.

Vậy vật không tăng tốc khi t = 4, hay $t \in [0;4]$ là sai.

Câu 2. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN.

a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

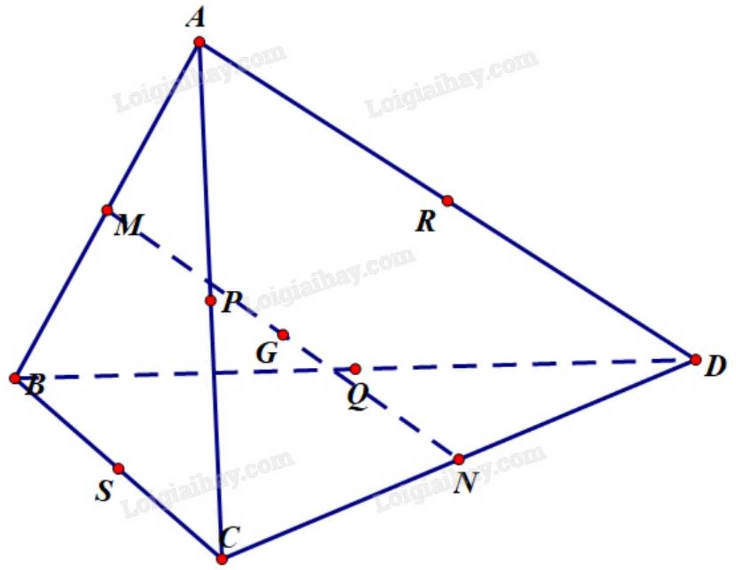
c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

d) $\left|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G.

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto cùng phương, cùng hướng, cách xác định độ dài vecto, tính chất trung điểm.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Vì $\overrightarrow{MR}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ suy ra $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{SN}$.

b) Đúng. Ta có:

M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GM}$.

N là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN}$.

G là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}$.

c) Sai. Ta có:

Q là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AQ}\Leftrightarrow\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$.

P là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Từ đó ta có $2\overrightarrow{PQ}=2\left(\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}\right)=2\left[\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right]=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

d) Đúng. Ta có:

$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IM}+2\overrightarrow{IN}=2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}\right)=2.2\overrightarrow{IG}=4\overrightarrow{IG}$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right|=\left|4\overrightarrow{IG}\right|=4IG$.

Vậy $\left|\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right|$ nhỏ nhất khi IG = 0, tức I trùng G.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với A(1;0;-2), B(-2;3;4), C(4;-6;1).

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là G(1;-1;1).

b) $\overrightarrow{AB}=(3;-3;6)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;6;-3)$.

c) Tam giác ABC là tam giác cân.

d) Nếu ABDC là hình bình hành thì tọa độ điểm D là (7;-9;-5).

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{1-2+4}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{0+3-6}{3} = -1 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{-2+4+1}{3} = 1 \end{cases}$, vậy $G(1;-1;1)$.

b) Sai. $\overrightarrow{AB} = (-2-1;3-0;4+2) = (-3;3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (4-1;-6-0;1+2) = (3;-6;3)$.

c) Đúng. $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + 6^2} = 3\sqrt{6}$, $AC = \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{3^2 + (-6)^2 + 3^2} = 3\sqrt{6}$ suy ra AB = AC.

Vậy tam giác ABC cân tại A.

d) Sai. Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-3;3;6) = (x_D - 4; y_D + 6; z_D - 1)$.

Suy ra $(x_D; y_D; z_D) = (1;-3;7)$. Vậy D(1;-3;7).

Câu 4. Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian có đơn vị phút):

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

a) Số học sinh chơi thể thao dưới 40 phút một ngày là 28.

b) Thời gian chơi thể thao trung bình của 42 học sinh là 52 phút (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 599 (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là 24,5.

Phương pháp giải:

a) Số học sinh chơi thể thao dưới 40 phút một ngày là tổng tần số hai nhóm [0;20) và [20;40).

b) Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{m_1x_1 + ... + m_kx_k}{n}$.

c) Phương sai: $s^2 = \dfrac{m(x_1 - \overline{x})^2 + ... + m_k(x_k - \overline{x})^2}{n}$.

d) Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2}$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Số học sinh chơi thể thao dưới 40 phút một ngày là 5 + 9 = 14.

b) Sai. Thời gian chơi thể thao trung bình của 42 học sinh là:

$\overline{x}=\frac{10.5+30.9+50.12+70.10+90.6}{42}=\frac{360}{7}\approx 51$ (phút).

c) Sai. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2=\frac{5.\left(10-\frac{360}{7}\right)^2+9.\left(30-\frac{360}{7}\right)^2+12.\left(50-\frac{360}{7}\right)^2+10.\left(70-\frac{360}{7}\right)^2+6.\left(90-\frac{360}{7}\right)^2}{42}=\frac{29300}{49}\approx 598$$

.

d) Đúng. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s=\sqrt{\frac{29300}{49}}=\frac{10\sqrt{293}}{7}\approx 24,5$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hòa tan). Nồng độ chất khử trùng (gam/lít) sau 10 phút là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Lập hàm số f(t) tính nồng độ chất khử (khối lượng chất khử trên thể tích nước) theo thời gian t phút rồi tính f(10).

Lời giải chi tiết:

Số lít nước trong bể chứa sau t phút là 100 + 20t (lít).

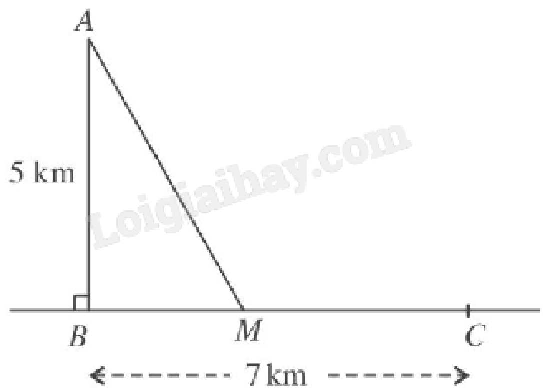
Số gam chất tan được cho vào bể sau t phút là 10t (gam).

Nồng độ chất khử trùng trong bể sau t phút là $f(t)=\frac{10t}{100+20t}=\frac{t}{10+2t}$ (gam/lít).

Nồng độ chất khử trùng trong bể sau 10 phút là $f(10)=\frac{10}{10+2.10}=\frac{1}{3}\approx 0,33$ (gam/lít).

Đáp án: 0,33.

Câu 2. Một ngọn hải đăng đạt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng AB = 5 (km). Trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng là 7 (km). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 (km/h) rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 (km/h). Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).



Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số biểu diễn thời gian đi từ A đến M và từ M đến C. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đó.

Lời giải chi tiết:

Đặt $x = BM,\ 0 \le x \le 7$.

Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25},\ MC = 7 - x$.

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là $T(x) = \frac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ (giờ).

Ta có $T'(x) = \frac{1}{4}.\frac{2x}{2\sqrt{x^2+25}} + \frac{1}{6}.(-1) = \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}} - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}} = \frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow 6x = 4\sqrt{x^2+25} \Leftrightarrow x^2 = 20$.

Giải phương trình trên kết hợp với điều kiện ta được $x = 2\sqrt{5}$.

Có $T(0) = \frac{\sqrt{0^2+25}}{4} + \frac{7-0}{6} = \frac{5}{4} + \frac{7}{6} = \frac{29}{12} \approx 2,417$;

$T(2\sqrt{5}) = \frac{\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2+25}}{4} + \frac{7-2\sqrt{5}}{6} = \frac{5}{4} + \frac{7}{6} = \frac{4+5\sqrt{5}}{12} \approx 2,098$;

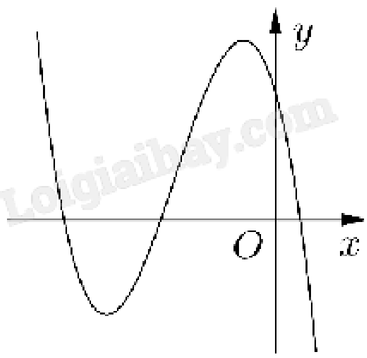
$T(7) = \frac{\sqrt{7^2+25}}{4} + \frac{7-7}{6} = \frac{\sqrt{74}}{4} \approx 2,151$.

Từ đó suy ra T(x) đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2\sqrt{5} \approx 4,472$.

Vậy để người canh hải đăng đi từ hải đăng đến kho hàng nhanh nhất thì điểm M cách B một khoảng 4,472 km.

Đáp án: 4,472.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?



Phương pháp giải:

Tìm đạo hàm rồi xác định dấu của a, b, c, d dựa vào các đặc điểm của đồ thị.

Lời giải chi tiết:

Có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Quan sát đồ thị thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ suy ra $a < 0$.

Hàm số có hai cực trị âm nên ta có $\begin{cases}\Delta_{y'} > 0\\ S < 0\\ P > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0\\ -\dfrac{2b}{3a} < 0\\ \dfrac{c}{3a} > 0\end{cases}$ suy ra $\begin{cases} b < 0\\ c < 0\end{cases}$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm (0;d) nên d > 0.

Vậy chỉ có d dương.

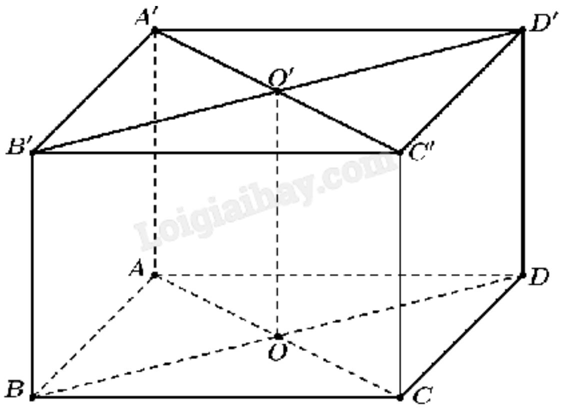
Đáp án: 1.

Câu 4. Cho hình lập phương B'C có đường chéo $A'C = \dfrac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông ABCD và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó, độ dài đoạn OS bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất trung điểm, quy tắc nhân vecto với một số và cách xác định độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:



Gọi O' là tâm hình vuông A'B'C'D'.

Xét tam giác AA'C' vuông tại A: $A'C^2 = A'A^2 + AC^2 = A'A^2 + \left(\sqrt{2}A'A\right)^2 = 3A'A^2$.

Suy ra $A'A = \dfrac{A'C}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{16}$.

Ta có:

$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$

$= \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) + \left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}\right) + \left(\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}\right) + \left(\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}\right)$

$= \vec{0} + \vec{0} + 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}$.

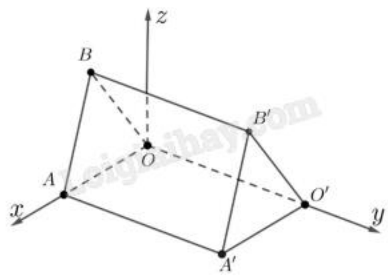
Suy ra $OS = \left|\overrightarrow{OS}\right| = \left|4\overrightarrow{OO'}\right| = 4OO' = 4AA' = 4\dfrac{\sqrt{3}}{16} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó a = 1, b = 4. Ta có $P = a^2 + b^2 = 1^2 + 4^2 = 17$.

Đáp án: 17.

Câu 5. Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác OAB·O′A′B′. Với hệ trục toạ độ Oxyz thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A′ và B′ có tọa độ lần lượt là (240;450;0) và (120;450;300). Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên củ mặt tiền có độ dài là c cm. Tính a + b + c (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hình 1



Hình 2

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính tọa độ vecto, tính độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có: a = AA’, b = A’O’, c = A’B’ = B’O’.

Vì A’ có tọa độ (240;450;0) nên khoảng cách từ A’ đến trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 250 cm.

Hay AA’ = 450 cm và A’O’ = 240 cm.

Ta có $\overrightarrow{A'B'} = (120-240; 450-450; 300-0) = (-120; 0; 300)$.

$A'B' = \left|\overrightarrow{A'B'}\right| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29}$ (cm).

Vì O’O = A’A = 450 cm và O’ nằm trên trục Oy nên O’(0;450;0).

$\overrightarrow{O'B'} = (120-0; 450-450; 300-0) = (120; 0; 300)$.

$\left|\overrightarrow{O'B'}\right| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29}$.

Vậy a + b + c = 450 + 240 + $60\sqrt{29} \approx 1013$.

Đáp án: 1013.

Câu 6. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Phương pháp giải:

Tứ phân vị thứ i, kí hiệu là Q_i với i = 1, 2, 3 của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m}(u_{m+1} - u_m).$$

Trong đó:

$n = n_1 + n_2 + ... + n_k$ là cỡ mẫu.

$[u_m; u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

$C = n_1 + n_2 + ... + n_{m-1}$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 5 + 12 + 23 + 31 + 29 = 100.

Giả sử tuổi thọ của ong là $x_1, x_2, ..., x_{100}$ được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 40 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{23}(60-40) = \frac{1080}{23}$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 80 + \frac{\frac{3.100}{4} - (5+12+23+31)}{29}(100-80) = \frac{2400}{29}$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2400}{29} - \frac{1080}{23} \approx 35,8$.

Đáp án: 35,8.