

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

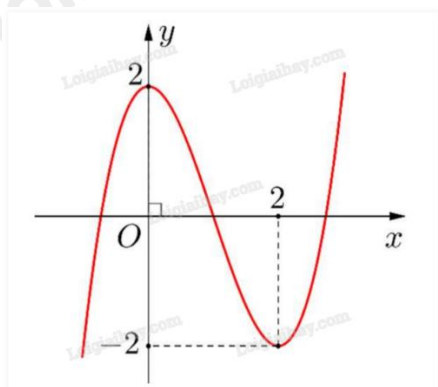
**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

$x$	$-\infty$	$-7$	$-4$	$4$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$+\infty$		$6$	$-\infty$

- A.  $(-7; +\infty)$   
 B.  $(-7; -4)$   
 C.  $(6; +\infty)$   
 D.  $(-7; 4)$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại

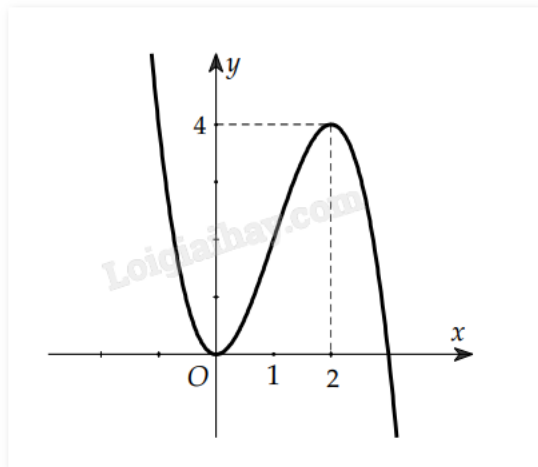


- A.  $x = 2$   
 B.  $x = -2$

C.  $x = 0$

D.  $x = \pm 2$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  là

A. 1

B. 2

C. 4

D. Đáp án khác

**Câu 4.** Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $\frac{1}{4-x^2}$  là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = x + 2 - \frac{1}{x-1}$ . Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

A.  $y = x - 1$

B.  $y = x + 2$

C.  $y = x + 1$

D.  $y = x - 2$

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x-4)(x+1)^2$ . Số cực trị của hàm số  $f(x)$  là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Câu 7.** Trong không gian, cho ba điểm A, B, C phân biệt. Hiệu hai vectơ  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  bằng

A.  $\overrightarrow{CB}$

B.  $\overline{BC}$

C.  $\overline{BA}$

D.  $\overline{CA}$

**Câu 8.** Gọi I là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

B.  $IA = IB$

C.  $\overline{IA} = \overline{IB}$

D.  $\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MI}$

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1;2;3). Tọa độ vecto  $\overline{OA}$  là

A. (1;2;3)

B. (1;0;3)

C. (0;2;3)

D. (1;2;0)

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vecto  $\vec{a} = (2;1;0)$  và  $\vec{b} = (-1;0;-2)$ . Tính

$\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$

B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$

D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm A(1;2;3) lên mặt phẳng (Oyz).

Tọa độ vecto  $\overline{AA'}$  là

A. (0;2;3)

B. (-1;0;0)

C. (1;0;0)

D. (0;2;0)

**Câu 12.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 250
- B. 150
- C. 50
- D. 200

**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$ .

- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$ .
- c) Giá trị cực đại của hàm số là  $y = 28$ .
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(-4; +\infty)$  bằng  $-80$ .

**Câu 2.** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có  $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$ .

- a)  $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$ .
- b)  $|\overrightarrow{BA'}| = |\overrightarrow{A'D}| = |\overrightarrow{DB}|$ .
- c) Số vecto khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là  $A_8^2$ .
- d)  $|\overrightarrow{BD'}| = 3\sqrt{3}$ .

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz, cho  $\vec{a} = (1; 2; -3), \vec{b} = (3; 1; 5)$ .

- a)  $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$ .
- b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 1; 21)$ .
- c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ .
- d)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Câu 4.** Thống kê thời gian dùng Facebook một ngày của các bạn trong lớp 12C được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số bạn	15	10	5	2

- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.
- b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C là 12.
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 80.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 11.

**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000 cm<sup>3</sup>.

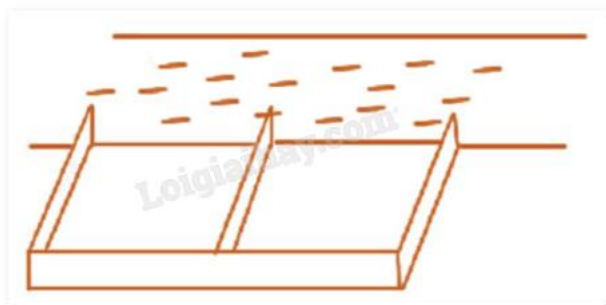
Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 700000 VNĐ/m<sup>2</sup> và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 1000000 VNĐ/m<sup>2</sup> (giá thành làm kính đã bao gồm phí gia công). Giá thành của bể cá

được xác định theo hàm số sau:  $f(x) = 2.0,6 \left( x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 700000 + 1000000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x}$ , có bảng biến thiên:

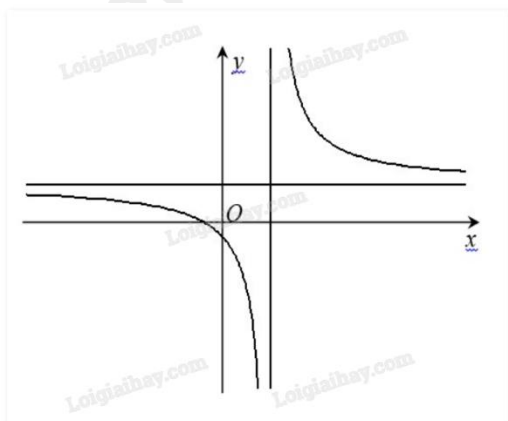
$x$	0	0,4	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		↘ $f(0,4)$ ↗		

Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu VNĐ?

**Câu 2.** Một bác nông dân có 60000000 đồng để làm một cái rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần bằng nhau để trồng cà chua. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song với nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 40000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất (m<sup>2</sup>) của đất có thể rào được?



**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- i)  $bd < 0$ .
- ii)  $cd > 0$ .

iii)  $ac > 0$ .

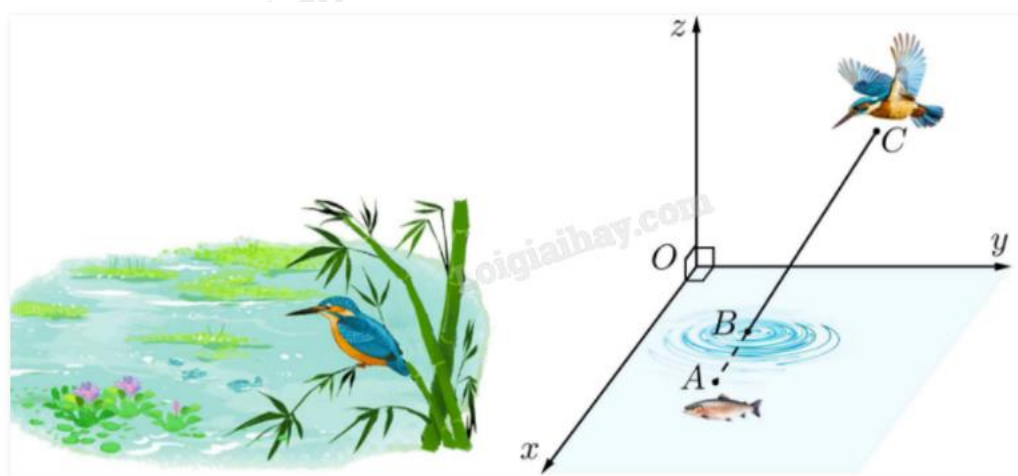
iv)  $bc > 0$ .

v)  $ab < 0$ .

vi)  $ad < 0$ .

**Câu 4.** Ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  cùng tác động vào một vật. Biết ba lực đó đôi nhau tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và có độ lớn lần lượt là 15 N, 7 N, 12 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên.

**Câu 5.** Với hệ trục tọa độ Oxyz sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3m và 1m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50cm, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1m và 1,5m. Điểm B là điểm chim bói cá tiếp xúc với mặt nước. Giả sử hoành độ điểm B là a. Tìm 5a.



**Câu 6.** Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	4	6	15	12	3

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

----- Hết -----



## Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. B	2. A	3. D	4. C	5. B	6. B
7. A	8. C	9. A	10. B	11. B	12. A

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

$x$	$-\infty$	$-7$	$-4$	$4$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$	$14$	$+\infty$	$6$	$-\infty$	$-\infty$

- A.  $(-7; +\infty)$
- B.  $(-7; -4)$
- C.  $(6; +\infty)$
- D.  $(-7; 4)$

**Phương pháp giải:**

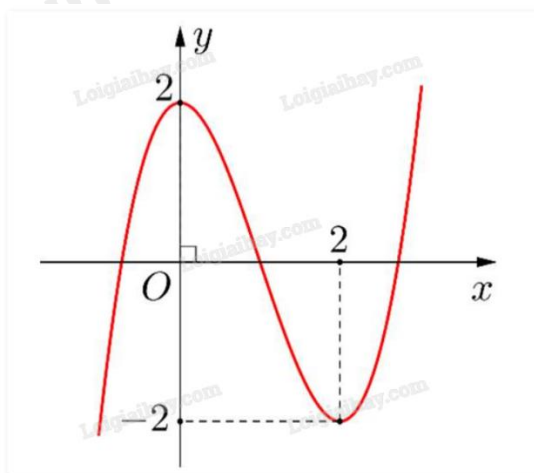
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Quan sát bảng biến thiên thấy  $y' > 0$  trên khoảng  $(-7; -4)$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-7; -4)$ .

**Đáp án B.**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại



- A.  $x = 2$

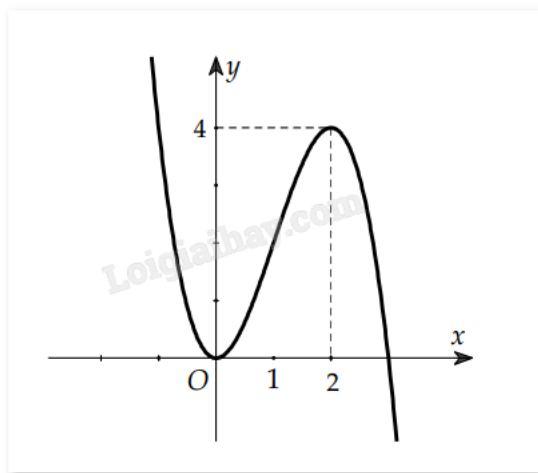
B.  $x = -2$

C.  $x = 0$

D.  $x = \pm 2$

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .**Đáp án A.****Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình dưới.Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  là

A. 1

B. 2

C. 4

D. Đáp án khác

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**Hàm số không có giá trị lớn nhất vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .**Đáp án D.****Câu 4.** Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $\frac{1}{4-x^2}$  là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Phương pháp giải:**



$x = x_0$  là tiệm cận đứng của đồ thị  $f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$  hoặc

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty.$$

**Lời giải chi tiết:**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{4-x^2} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{4-x^2} = +\infty$  nên đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai tiệm cận đứng là  $x = 2$  và  $x = -$

2.

**Đáp án C.**

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = x + 2 - \frac{1}{x-1}$ . Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

A.  $y = x - 1$

B.  $y = x + 2$

C.  $y = x + 1$

D.  $y = x - 2$

**Phương pháp giải:**

Đường thẳng  $y = ax + b$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$  hoặc

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0.$$

**Lời giải chi tiết:**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x + 2 - \frac{1}{x-1} - (x + 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{1}{x-1} \right) = 0.$$

Vậy  $y = x + 2$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

**Đáp án B.**

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x-4)(x+1)^2$ . Số cực trị của hàm số  $f(x)$  là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Phương pháp giải:**

Hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  khi  $f'(x_0) = 0$  và  $f''(x)$  đổi dấu khi qua  $x_0$  (hay  $x_0$  là nghiệm bội lẻ của  $f'(x) = 0$ ).

**Lời giải chi tiết:**

$$f'(x) = (x-4)(x+1)^2 = 0 \text{ khi } x = 4 \text{ hoặc } x = -1.$$

Vì  $f''(x)$  chỉ đổi dấu khi qua  $x = 4$  (hay  $x = 4$  là nghiệm bội lẻ của  $f'(x) = 0$ ) nên hàm số  $f(x)$  chỉ có 1 cực trị là  $x = 4$ .

**Đáp án B.**

**Câu 7.** Trong không gian, cho ba điểm A, B, C phân biệt. Hiệu hai vecto  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{CB}$
- B.  $\overrightarrow{BC}$
- C.  $\overrightarrow{BA}$
- D.  $\overrightarrow{CA}$

**Phương pháp giải:**

Dựa vào quy tắc ba điểm đối với hiệu của hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ .

**Đáp án A.**

**Câu 8.** Gọi I là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$
- B.  $IA = IB$
- C.  $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$
- D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng tính chất trung điểm.

**Lời giải chi tiết:**

C sai vì  $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$  do hai vecto này ngược hướng.

**Đáp án C.**

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1;2;3). Tọa độ vecto  $\overrightarrow{OA}$  là

- A. (1;2;3)
- B. (1;0;3)
- C. (0;2;3)
- D. (1;2;0)

**Phương pháp giải:**

Tọa độ của vecto  $\overrightarrow{OA}$  là tọa độ của A.

**Lời giải chi tiết:**

$\overrightarrow{OA} = (1;2;3)$ .

**Đáp án A.**

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vecto  $\vec{a} = (2;1;0)$  và  $\vec{b} = (-1;0;-2)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$

B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$

D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

**Phương pháp giải:**

Công thức tính góc giữa hai vecto trong không gian:  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}} = \frac{-2}{5}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm A(1;2;3) lên mặt phẳng (Oyz).

Tọa độ vecto  $\overrightarrow{AA'}$  là

A. (0;2;3)

B. (-1;0;0)

C. (1;0;0)

D. (0;2;0)

**Phương pháp giải:**

Hình chiếu của điểm M(a;b;c) lên mặt phẳng (Oyz) là điểm M'(0;b;c).

**Lời giải chi tiết:**

Ta có A'(0;2;3) suy ra  $\overrightarrow{AA'} = (0-1; 2-2; 3-3) = (-1; 0; 0)$ .

**Đáp án B.**

**Câu 12.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 250

B. 150

C. 50

D. 200

**Phương pháp giải:**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên chứa dữ liệu.

**Lời giải chi tiết:**

$$R = 300 - 50 = 250.$$

**Đáp án A.**

**Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$ .

- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$ .
- c) Giá trị cực đại của hàm số là  $y = 28$ .
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(-4; +\infty)$  bằng  $-80$ .

**Phương pháp giải:**

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = 5$  hoặc  $x = -1$ .

Bảng biến thiên:

<b>x</b>	$-\infty$	$-1$	$5$	$+\infty$
<b>y'</b>	+	0	-	+
<b>y</b>	$-\infty$	↗ 28 ↘	↘ -80 ↗	$+\infty$

- a) **Đúng.** Đồ thị cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0. Thay  $x = 0$  vào hàm số ta được:  
 $f(0) = 0^3 - 6.0^2 - 15.0 + 20 = 20$ .  
 Vậy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20.
- b) **Sai.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(5; +\infty)$ . Dấu “ $\cap$ ” là sai.
- c) **Đúng.** Giá trị cực đại của hàm số là  $y = 28$  tại  $x = -1$ .
- d) **Đúng.** Có  $f(-4) = f(5) = -80$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(-4; +\infty)$  bằng  $-80$ .

**Câu 2.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$ .

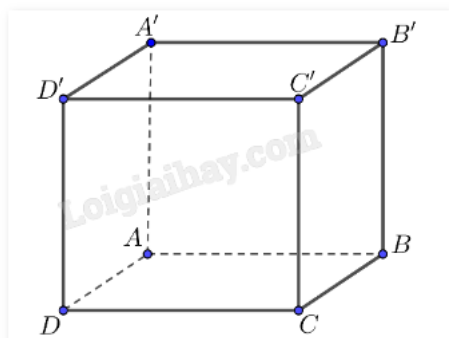
- a)  $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$ .
- b)  $|\overrightarrow{BA'}| = |\overrightarrow{A'D}| = |\overrightarrow{DB}|$ .
- c) Số vecto khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là  $A_8^2$ .

d)  $|\overrightarrow{BD'}| = 3\sqrt{3}$ .

**Phương pháp giải:**

Dựa vào khái niệm vecto, vecto bằng nhau, cách tính độ dài vecto, tính độ dài đường chéo hình hộp.

**Lời giải chi tiết:**



a) **Đúng.**  $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$  vì chúng cùng hướng và cùng độ dài.

b) **Sai.** Ta có:

$$|\overrightarrow{BA'}| = BA' = \sqrt{BA^2 + BB'^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}.$$

$$|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{BC^2 + BA^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$$

Vậy  $|\overrightarrow{BA'}| \neq |\overrightarrow{BD}|$ .

c) **Đúng.** Số đỉnh của hình hộp là 8.

Mỗi vecto khác  $\vec{0}$  được tạo thành từ 2 điểm phân biệt trong 8 điểm đỉnh.

Mỗi 2 điểm lại tạo thành 2 vecto khác nhau (cùng độ dài, ngược hướng).

Vậy có  $A_8^2$  vecto được tạo thành.

d) **Sai.**  $|\overrightarrow{BD'}| = \sqrt{BA^2 + BC^2 + BB'^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}$ .

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz, cho  $\vec{a} = (1; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; 5)$ .

a)  $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$ .

b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 1; 21)$ .

c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ .

d)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Phương pháp giải:**

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số, tích vô hướng của hai vecto.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.**  $\vec{a} + \vec{b} = (1 + 3; 2 + 1; -3 + 5) = (4; 3; 2)$ .

b) Sai.  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2.1 - 3.3; 2.2 - 3.1; 2.(-3) - 3.5) = (-7; 1; -21)$ .

c) Sai.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1.3 + 2.1 - 3.5 = -10$ .

d) Đúng.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-10}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2 + 5^2}} = -\frac{\sqrt{10}}{7}$ .

**Câu 4.** Thống kê thời gian dùng Facebook một ngày của các bạn trong lớp 12C được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số bạn	15	10	5	2

a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.

b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C là 12.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 80.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 11.

**Phương pháp giải:**

a)  $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$  với  $i = 1, 2, \dots, k$  là giá trị đại diện cho nhóm  $[a_i; a_{i+1})$ .

b) Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$ .

c) Phương sai:  $s^2 = \frac{m(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$ .

d) Độ lệch chuẩn:  $s = \sqrt{s^2}$ .

**Lời giải chi tiết:**

a) Đúng. Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất là  $\frac{0+10}{2} = 5$ .

b) Sai. Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C là:

$$\bar{x} = \frac{5.15 + 15.10 + 25.5 + 35.2}{15 + 10 + 5 + 2} = 13,125 \text{ (phút)}.$$

c) Sai. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2 = \frac{15.(5 - 13,125)^2 + 10.(15 - 13,125)^2 + 5.(25 - 13,125)^2 + 2.(35 - 13,125)^2}{15 + 10 + 5 + 2} = \frac{5375}{64} \approx 84.$$

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là  $s = \frac{5\sqrt{215}}{8} \approx 9,16$ .

**Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)**

**Câu 1.** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000 cm<sup>3</sup>.

Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 700000 VNĐ/m<sup>2</sup> và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 1000000 VNĐ/m<sup>2</sup> (giá thành làm kính đã bao gồm phí gia công). Giá thành của bể cá

được xác định theo hàm số sau:  $f(x) = 2.0,6 \left( x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 700000 + 1000000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x}$ , có bảng biến thiên:

$x$	0	0,4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
			+
$f(x)$		↘ $f(0,4)$ ↗	

Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu VNĐ?

**Phương pháp giải:**

Thay  $x = 0,4$  vào hàm số  $f(x)$  và tính kết quả.

**Lời giải chi tiết:**

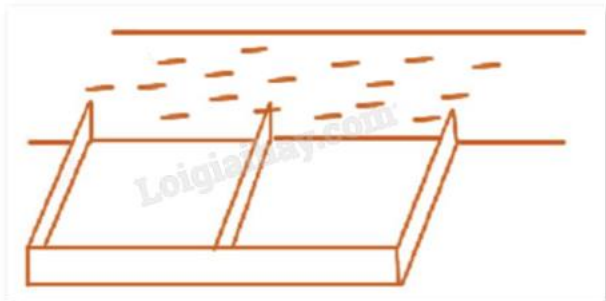
Theo bảng biến thiên, giá thành của bể cá là  $f(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 0,4$ .

$$\text{Ta có } f(0,4) = 2.0,6 \left( 0,4 + \frac{0,16}{0,4} \right) \cdot 700000 + 1000000 \cdot 0,4 \cdot \frac{0,16}{0,4} = 832000 \text{ (VNĐ)}.$$

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là 832000 VNĐ.

**Đáp án: 832000.**

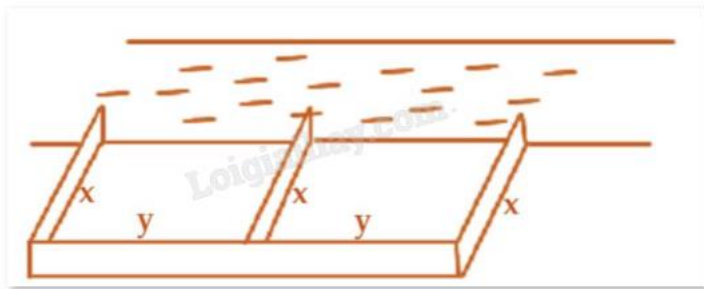
**Câu 2.** Một bác nông dân có 60000000 đồng để làm một cái rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần bằng nhau để trồng cà chua. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song với nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 40000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất (m<sup>2</sup>) của đất có thể rào được?



**Phương pháp giải:**

Lập hàm số biểu diễn diện tích mảnh đất và tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

**Lời giải chi tiết:**



Gọi chiều dài mỗi mặt rào vuông góc với bờ là  $x$  (mét,  $x > 0$ ).

Chiều dài mặt rào song song với bờ là  $2y$  (mét,  $y > 0$ ).

Chi phí mua rào vuông góc với bờ là  $40000.3x = 120000x$  (đồng).

Chi phí mua rào song song với bờ là  $50000.2y = 100000y$  (đồng).

Tổng chi phí bác nông dân có thể bỏ ra là 60000000 đồng nên ta có:

$$120000x + 100000y = 60000000 \Leftrightarrow 6x + 5y = 3000 \Leftrightarrow y = 600 - \frac{6}{5}x.$$

Điều kiện:  $y > 0 \Leftrightarrow 600 - \frac{6}{5}x > 0 \Leftrightarrow x < 500.$

Diện tích khu đất rào được là:

$$S = 2xy = 2x \left( 600 - \frac{6}{5}x \right) = 1200x - \frac{12}{5}x^2.$$

Xét hàm số  $f(x) = 1200x - \frac{12}{5}x^2$  với  $x \in (0; 500)$ .

$$f'(x) = 1200 - \frac{24}{5}x = 0 \Leftrightarrow x = 250 \in (0; 500).$$

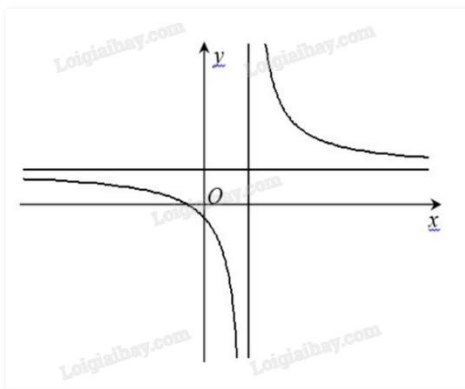
Ta có:  $f(0) = 0$ ;  $f(250) = 150000$ ;  $f(500) = 0$ .

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = 1200x - \frac{12}{5}x^2$  với  $x \in (0; 500)$  là 150000 (m<sup>2</sup>).

Vậy diện tích lớn nhất của khu đất rào được là 150000 (m<sup>2</sup>).

**Đáp án: 150000.**

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có đồ thị như sau:





Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

i)  $bd < 0$ .

ii)  $cd > 0$ .

iii)  $ac > 0$ .

iv)  $bc > 0$ .

v)  $ab < 0$ .

vi)  $ad < 0$ .

**Phương pháp giải:**

Xét dấu  $ac$  dựa vào tung độ của tiệm cận ngang.

Xét dấu  $cd$  dựa vào hoành độ của tiệm cận đứng.

Xét dấu  $bd$  dựa vào giao của đồ thị với trục tung.

**Lời giải chi tiết:**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên  $\frac{b}{d} < 0$  hay  $bd < 0$ . Vậy i) đúng.

Tiệm cận đứng  $x = -\frac{d}{c}$  có hoành độ dương nên  $x = -\frac{d}{c} > 0$  hay  $cd < 0$ . Vậy ii) sai.

Tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c}$  có tung độ dương nên  $y = \frac{a}{c} > 0$  hay  $ac > 0$ . Vậy iii) đúng.

Vì  $\begin{cases} bd < 0 \\ cd < 0 \end{cases}$  suy ra  $bc > 0$ . Vậy iv) đúng.

Vì  $\begin{cases} bc > 0 \\ ac > 0 \end{cases}$  suy ra  $ab > 0$ . Vậy v) sai.

Vì  $\begin{cases} bd < 0 \\ ab > 0 \end{cases}$  suy ra  $ad < 0$ . Vậy vi) đúng.

Vậy chỉ có ii) và v) sai.

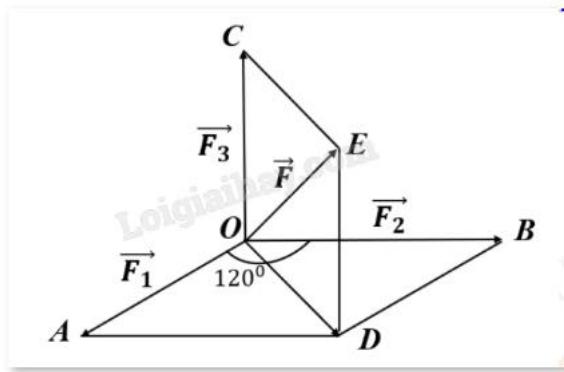
**Đáp án: 4.**

**Câu 4.** Ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  cùng tác động vào một vật. Biết ba lực đó đôi nhau tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và có độ lớn lần lượt là 15 N, 7 N, 12 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên.

**Phương pháp giải:**

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực, định lý cos trong tam giác.

**Lời giải chi tiết:**



Vẽ  $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{F}_2$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$ .

Vẽ hình bình hành OADB và hình bình hành ODEC.

Hợp lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$  (quy tắc hình bình hành).

Xét hình bình hành OADB:

$$OD = \sqrt{OA^2 + OB^2 + 2.OA.OB.\cos AOB} = \sqrt{7^2 + 15^2 + 2.15.7.\cos 120^\circ} = 13.$$

Ta có:

$$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OC} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = -\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OB}$$

$$= -OC.OA.\cos AOC - OC.OB.\cos BOC = -12.15.\cos 120^\circ - 12.7.\cos 120^\circ = 132 \text{ (sử dụng định lý cos trong tam giác AOC và BOC).}$$

$$\text{Khi đó } \cos OCE = \cos(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CE}) = \frac{\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CE}}{|\overrightarrow{CO}| \cdot |\overrightarrow{CE}|} = \frac{132}{12.13} = \frac{11}{13}.$$

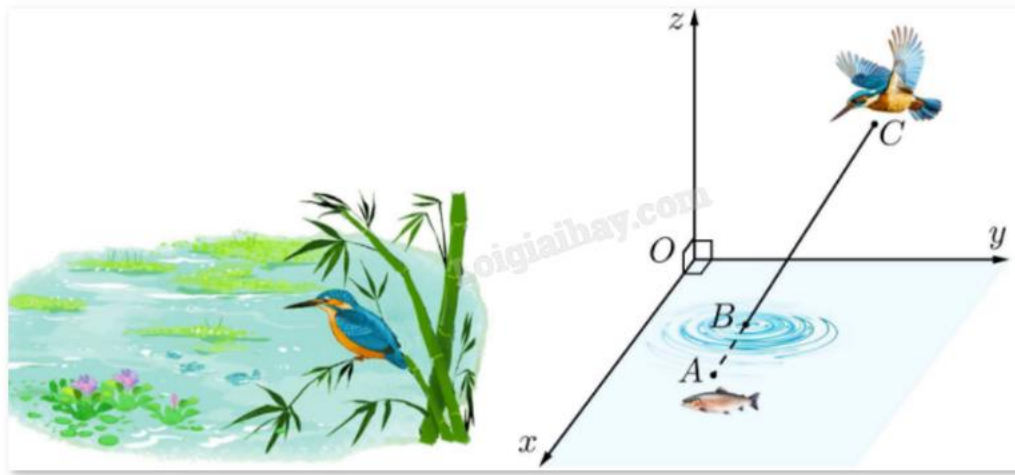
Sử dụng định lý cos trong tam giác OEC có:

$$OE = \sqrt{CO^2 + CE^2 - 2.CO.CE.\cos OCE} = \sqrt{12^2 + 13^2 - 2.12.13.\frac{11}{13}} = 7.$$

Vậy độ lớn hợp lực  $\vec{F} = \overrightarrow{OE}$  bằng 7 N.

**Đáp án: 7.**

**Câu 5.** Với hệ trục tọa độ Oxyz sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3m và 1m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50cm, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1m và 1,5m. Điểm B là điểm chim bói cá tiếp xúc với mặt nước. Giả sử hoành độ điểm B là a. Tìm 5a.

**Phương pháp giải:**

Tìm tọa độ A, C dựa vào khoảng cách của chúng đến các mặt phẳng tọa độ.

Tìm B dựa vào lý thuyết vectơ cùng phương.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có:  $A(1,5;1;-0,5)$  và  $C(1;3;2)$ , suy ra  $\overrightarrow{AC} = (-0,5;2;2,5)$ .

Vì B thuộc mặt phẳng (Oxy) nên  $B(x_B; y_B; 0)$ .

$$\overrightarrow{BC} = (1 - x_B; 3 - y_B; 2 - 0) = (1 - x_B; 3 - y_B; 2).$$

Vì A, B, C thẳng hàng nên  $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}$  hay

$$\begin{cases} k(1 - x_B) = -0,5 \\ k(3 - y_B) = 2 \\ 2k = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{4} \\ x_B = \frac{7}{5} \\ y_B = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy  $a = \frac{7}{5}$  suy ra  $5a = 7$ .

**Đáp án: 7.**

**Câu 6.** Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	4	6	15	12	3

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

**Phương pháp giải:**

Công thức:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

**Lời giải chi tiết:**

Cỡ mẫu:  $n = 4 + 6 + 15 + 12 + 3 = 40$ .

Do  $\frac{n}{4} = 10$  nên  $Q_1 = 60$ .

Do  $\frac{3n}{4} = 30$  nên nhóm chứa  $Q_3$  là  $[90;120)$ .

$$Q_3 = 90 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (4 + 6 + 15)}{12} (120 - 90) = 102,5.$$

Vậy  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 102,5 - 40 = 62,5$ .

**Đáp án: 62,5.**