

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$
- B. $(-1; +\infty)$
- C. $(-\infty; 0)$
- D. $(0; 1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

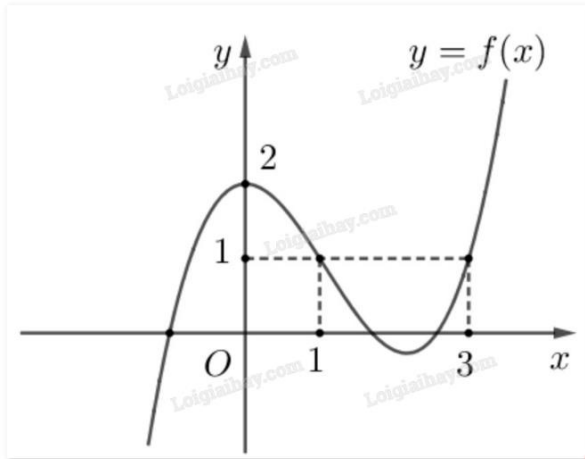
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$
- B. $x = -1$
- C. $x = 2$

D. $x = -3$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

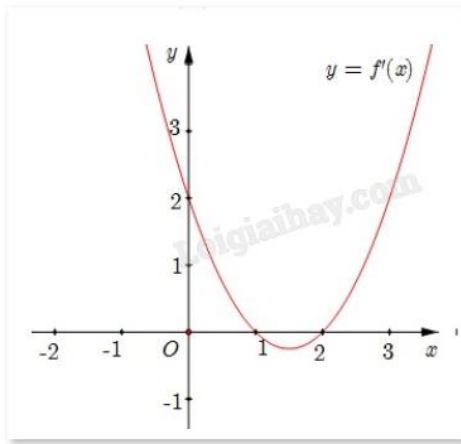
Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{5x+1}$ là

- A. $y = 5$
- B. $y = \frac{1}{5}$
- C. $y = -\frac{1}{5}$
- D. $y = 3$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{5}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

- A. $y = x - 5$
- B. $y = x - 2$
- C. $y = x - 3$
- D. $y = x + 2$

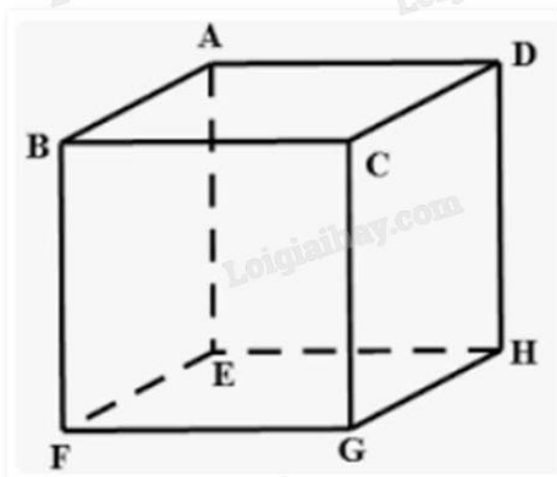
Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình.



Hàm số $f(x)$ có cực tiểu là

- A. $x = 2$
- B. $x = 1$
- C. $x = 0$
- D. Đáp án khác

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD}
- B. \overrightarrow{AE}
- C. \overrightarrow{DB}
- D. \overrightarrow{BH}

Câu 8. Cho biết G là trọng tâm tứ diện ABCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $GA = GB = GC = GD$
- B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- C. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GD}$
- D. $GA + GB + GC + GD = 0$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;-1;2)$ và $B(4;-3;1)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} là

- A. $(-3;2;1)$

B. (3;-2;-1)

C. (5;-4;3)

D. (3;-4;-1)

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vecto $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm A(2;3;4) lên mặt phẳng (Oxz).

Tọa độ vecto $\overrightarrow{AA'}$ là

A. (0;3;0)

B. (2;0;4)

C. (2;3;4)

D. (0;-3;0)

Câu 12. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào.

Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 4

B. 20

C. 9

D. 108

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^{x^2-1}$.

a) Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

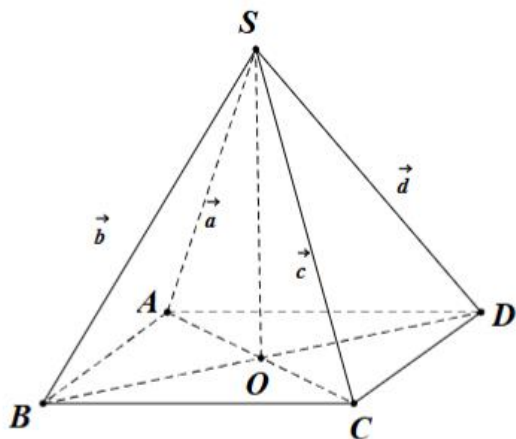
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

c) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

d) Giao điểm của đồ thị và trục tung có tung độ là e.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Các cạnh bên $SA = SB = SC = SD =$

2a. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$.



- a) Các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ có độ dài bằng nhau.
- b) $\overline{AC}, \overline{BD}$ cùng phương.
- c) Gọi O là giao điểm của AC và BD, khi đó $\overline{SO} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{d})$.
- d) Độ dài của $\vec{b} + \vec{d}$ bằng $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho A(3;1;-2), B(-1;3;2), C(-6;3;6).

- a) $\overline{AB} = (-4; 2; 4)$.
- b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; 2\right)$.
- d) Khi điểm E có tọa độ (8;1;2) thì ABCE là hình bình hành.

Câu 4. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ hai theo chiều từ trái sang phải là 23,5.
- b) Nhiệt độ trung bình của 55 ngày là 30 độ C.
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 19,44.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là 4,5.

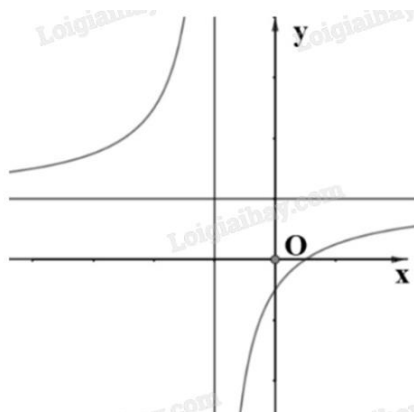
Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Doanh thu của công ty khi bán được 5 sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 2. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhận đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, $t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi f là hàm số xác định

trên $[0;25]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- i) $bd < 0$.
- ii) $cd > 0$.
- iii) $ac > 0$.
- iv) $bc > 0$.
- v) $ab < 0$.
- vi) $ad < 0$.

Câu 4. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật. Trong đó hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9 N, 4 N. Lực \vec{F}_3 vuông góc với các lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là bao nhiêu Newton (N)? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Đáp án: 11.

Câu 5. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 (km) và về phía Tây 10 (km), đồng thời cách mặt đất 0,7 (km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 (km) và về phía Nam 25 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (km), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



Câu 6. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn bằng số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao (m)	[8,5; 8,8)	[8,8; 9,1)	[9,1; 9,4)	[9,4; 9,7)	[9,7; 10,0)
Số cây	20	35	60	55	30

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. D	2. A	3. B	4. B	5. C	6. A
7. C	8. B	9. B	10. B	11. D	12. B

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$
- B. $(-1; +\infty)$
- C. $(-\infty; 0)$
- D. $(0; 1)$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng xét dấu và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Trên khoảng $(0; 1)$, $f'(x)$ mang dấu âm nên $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

Đáp án D.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$
- B. $x = -1$
- C. $x = 2$
- D. $x = -3$

Phương pháp giải:

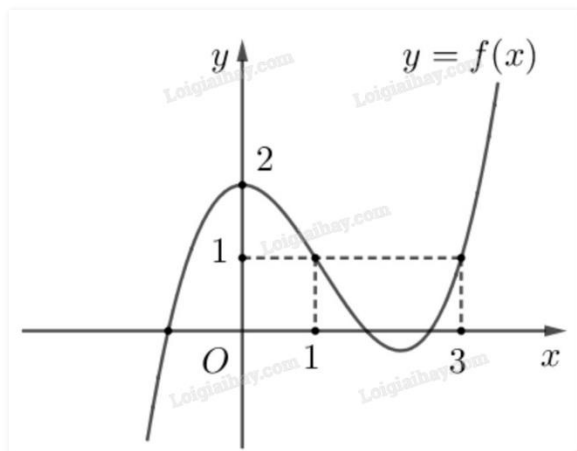
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $y = 2$ tại $x = 0$.

Đáp án B.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{5x+1}$ là

- A. $y = 5$
- B. $y = \frac{1}{5}$
- C. $y = -\frac{1}{5}$
- D. $y = 3$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $y = y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{5x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{3}{x}}{5+\frac{1}{x}} = \frac{1}{5}$ nên đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{5}$.

Đáp án B.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{5}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

A. $y = x - 5$

B. $y = x - 2$

C. $y = x - 3$

D. $y = x + 2$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0.$$

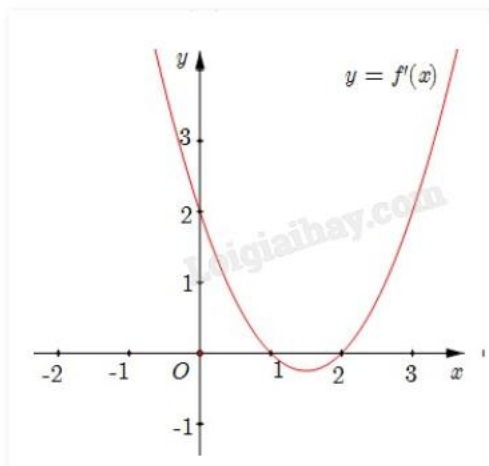
Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 3 + \frac{5}{x-2} - (x - 3) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-2} = 0.$$

Vậy $y = x - 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Đáp án C.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình.



Hàm số $f(x)$ có cực tiểu là

A. $x = 2$

B. $x = 1$

C. $x = 0$

D. Đáp án khác

Phương pháp giải:

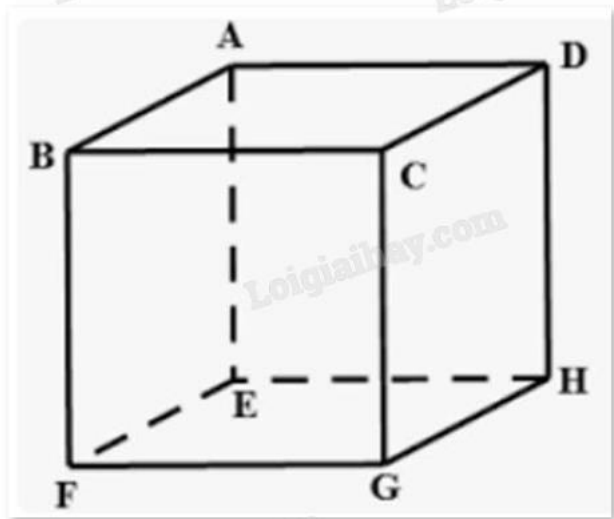
Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 khi $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 .

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị $y = f(x)$ ta thấy $f'(x) < 0$ trên $(1;2)$ và $f'(x) > 0$ trên $(2; +\infty)$ nên $x = 2$ là cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Đáp án A.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD}
- B. \overrightarrow{AE}
- C. \overrightarrow{DB}
- D. \overrightarrow{BH}

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc ba điểm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.

Đáp án C.

Câu 8. Cho biết G là trọng tâm tứ diện ABCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $GA = GB = GC = GD$
- B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- C. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GD}$
- D. $GA + GB + GC + GD = 0$

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất trọng tâm của tứ diện.

Lời giải chi tiết:

Vì G là trọng tâm của tứ diện ABCD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Đáp án B.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;-1;2)$ và $B(4;-3;1)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} là

- A. $(-3;2;1)$
- B. $(3;-2;-1)$
- C. $(5;-4;3)$
- D. $(3;-4;-1)$

Phương pháp giải:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

Lời giải chi tiết:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; -3 + 1; 1 - 2) = (3; -2; -1).$$

Đáp án B.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô

hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$
- B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$
- C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có: } \vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6.$$

Đáp án B.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên mặt phẳng (Oxz).

Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AA'}$ là

- A. $(0;3;0)$
- B. $(2;0;4)$
- C. $(2;3;4)$
- D. $(0;-3;0)$

Phương pháp giải:

Hình chiếu của điểm $M(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M'(a;0;c)$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } A'(2;0;4) \text{ suy ra } \overrightarrow{AA'} = (2 - 2; 0 - 3; 4 - 4) = (0; -3; 0).$$

Đáp án D.

Câu 12. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào.

Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 4
- B. 20
- C. 9
- D. 108

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên chứa dữ liệu.

Lời giải chi tiết:

$$R = 30 - 10 = 20.$$

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^{x^2-1}$.

- a) Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.
- c) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.
- d) Giao điểm của đồ thị và trục tung có tung độ là e.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x \cdot e^{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$\frac{1}{e}$	$+\infty$

a) Sai. Hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$ và đồng biến trên $(0;1)$.

b) Đúng. Hàm số nghịch biến trên $(-3;-2)$.

c) Sai. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

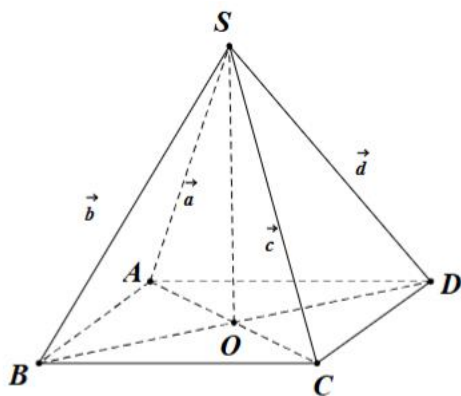
d) Sai. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0. Thay $x = 0$ vào hàm số ta được:

$$f(0) = e^{0^2-1} = e^{-1} = \frac{1}{e}.$$

Vậy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ là $\frac{1}{e}$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Các cạnh bên SA = SB = SC = SD = 2a. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$, $\vec{SB} = \vec{b}$, $\vec{SC} = \vec{c}$, $\vec{SD} = \vec{d}$.

2a. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$, $\vec{SB} = \vec{b}$, $\vec{SC} = \vec{c}$, $\vec{SD} = \vec{d}$.



a) Các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ có độ dài bằng nhau.

b) \vec{AC} , \vec{BD} cùng phương.

c) Gọi O là giao điểm của AC và BD, khi đó $\vec{SO} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{d})$.

d) Độ dài của $\vec{b} + \vec{d}$ bằng $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto, vecto bằng nhau, cách tính độ dài vecto, tính chất trung điểm.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Vì SA = SB = SC = SD = 2a nên các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ đều có độ dài bằng 2a.

b) Sai. \vec{AC} , \vec{BD} không cùng phương vì giá của chúng không song song với nhau.

c) Đúng. Vì O là giao hai đường chéo AC, BD của hình vuông ABCD nên O là trung điểm của AC, BD.

Khi đó $2\vec{SO} = \vec{SB} + \vec{SD} \Leftrightarrow \vec{SO} = \frac{1}{2}(\vec{SB} + \vec{SD}) = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{d})$.

d) Sai. Từ câu c) ta có $\vec{b} + \vec{d} = 2\vec{SO}$ suy ra

$$|\vec{b} + \vec{d}| = 2|\vec{SO}| = 2.SO = 2\sqrt{SA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = 2\sqrt{SA^2 - \left(\frac{\sqrt{2}AB}{2}\right)^2} = 2\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = a\sqrt{14}.$$

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho A(3;1;-2), B(-1;3;2), C(-6;3;6).

a) $\vec{AB} = (-4; 2; 4)$.

b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; 2\right)$.

d) Khi điểm E có tọa độ (8;1;2) thì ABCE là hình bình hành.

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số, tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\vec{AB} = (-1-3; 3-1; 2+2) = (-4; 2; 4)$.

b) **Sai.** $\vec{AC} = (-6-3; 3-1; 6+2) = (-9; 2; 8)$.

Ta có $\frac{-9}{-4} \neq \frac{2}{2} \neq \frac{8}{4}$ nên \vec{AB}, \vec{AC} không cùng phương. Vậy A, B, C không thẳng hàng.

c) **Đúng.** Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3-1-6}{3} = -\frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1+3+3}{3} = \frac{7}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{-2+2+6}{3} = 2 \end{cases}$$

Vậy G $\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; 2\right)$.

d) **Sai.** ABCE là hình bình hành khi $\vec{AB} = \vec{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 - x_E = -4 \\ 3 - y_E = 2 \\ 6 - z_E = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -2 \\ y_E = 1 \\ z_E = 2 \end{cases}$.

Vậy E(-2;1;2).

Câu 4. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

a) Giá trị đại diện của nhóm thứ hai theo chiều từ trái sang phải là 23,5.

b) Nhiệt độ trung bình của 55 ngày là 30 độ C.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 19,44.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là 4,5.

Phương pháp giải:

a) $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ với $i = 1, 2, \dots, k$ là giá trị đại diện cho nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

b) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$.

c) Phương sai: $s^2 = \frac{m(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.

d) Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2}$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Giá trị đại diện của nhóm thứ hai là $\frac{22 + 25}{2} = 23,5$.

b) **Sai.** Nhiệt độ trung bình của 55 ngày là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 20,5 + 7 \cdot 23,5 + 8 \cdot 26,5 + 16 \cdot 29,5 + 12 \cdot 32,5 + 7 \cdot 35,5}{55} = 28,9 \text{ (độ C)}.$$

c) **Đúng.** Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2 = \frac{5 \cdot (20,5 - 28,9)^2 + 7 \cdot (23,5 - 28,9)^2 + 8 \cdot (26,5 - 28,9)^2 + 16 \cdot (29,5 - 28,9)^2 + 12 \cdot (32,5 - 28,9)^2 + 7 \cdot (35,5 - 28,9)^2}{55} = 19,44.$$

d) **Sai.** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s = \sqrt{19,44} = 4,4$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra.

Doanh thu của công ty khi bán được 5 sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng?

Phương pháp giải:

Thay $x = 0,4$ vào hàm số $p(x)$ và tính kết quả.

Lời giải chi tiết:

Giá bán mỗi sản phẩm là $p(x) = 1000 - 25x$ (triệu đồng).

Doanh thu khi bán được x sản phẩm là $A(x) = x(1000 - 25x) = 1000x - 25x^2$ (triệu đồng).

Doanh thu khi bán được 5 sản phẩm là $A(5) = 1000 \cdot 5 - 25 \cdot 5^2 = 4375$ (triệu đồng).

Đáp án: 4375.

Câu 2. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhận đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, $t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi f là hàm số xác định trên $[0;25]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất.

Phương pháp giải:

Tìm giá trị lớn nhất của $f'(t)$ trên $[0;25]$.

Lời giải chi tiết:

$f'(t) = 90t - 3t^2$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày).

Ta có $f''(t) = 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$.

Bảng biến thiên:

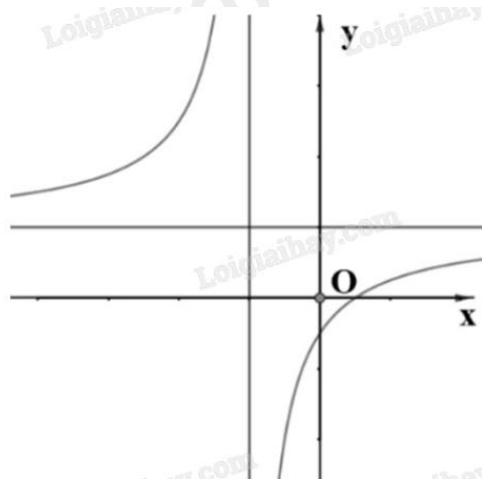
t	0	15	$+\infty$
$f''(t)$		+	0
$f'(t)$			-

$f'(t)$ \swarrow 675 \searrow

Từ bảng biến thiên, ta thấy tốc độ truyền bệnh lớn nhất là 675 người/ngày vào ngày thứ 15.

Đáp án: 15.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

i) $bd < 0$.

ii) $cd > 0$.

iii) $ac > 0$.

iv) $bc > 0$.

v) $ab < 0$.

vi) $ad < 0$.

Phương pháp giải:

Xét dấu ac dựa vào tung độ của tiệm cận ngang.

Xét dấu cd dựa vào hoành độ của tiệm cận đứng.

Xét dấu bd dựa vào giao của đồ thị với trục tung.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$ hay $bd < 0$. Vậy i) đúng.

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ có hoành độ âm nên $x = -\frac{d}{c} < 0$ hay $cd > 0$. Vậy ii) đúng.

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ có tung độ dương nên $y = \frac{a}{c} > 0$ hay $ac > 0$. Vậy iii) đúng.

Vì $\begin{cases} bd < 0 \\ cd > 0 \end{cases}$ suy ra $bc < 0$. Vậy iv) sai.

Vì $\begin{cases} bc < 0 \\ ac > 0 \end{cases}$ suy ra $ab < 0$. Vậy v) đúng.

Vì $\begin{cases} bd < 0 \\ ab < 0 \end{cases}$ suy ra $ad > 0$. Vậy vi) sai.

Vậy chỉ có iv) và vi) sai.

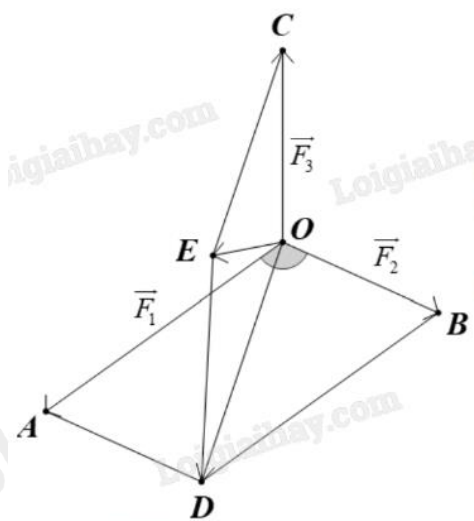
Đáp án: 4.

Câu 4. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật. Trong đó hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9 N, 4 N. Lực \vec{F}_3 vuông góc với các lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là bao nhiêu Newton (N)? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực.

Lời giải chi tiết:



Giả sử các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật đặt tại điểm O.

Lấy các điểm A, B, C sao cho $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng các hình bình hành OADB và OCED như hình vẽ.

Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$ (quy tắc hình bình hành).

Xét hình bình hành OADB:

$$OD^2 = OA^2 + OB^2 + 2.OA.OB.\cos AOB$$

$$= 9^2 + 4^2 + 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 110^\circ = 97 + 72 \cos 110^\circ.$$

Vì \vec{F}_3 vuông góc với các lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 nên OC vuông góc với OA và OB.

Khi đó, OC vuông góc với mặt phẳng (OADB), suy ra OC vuông góc với OD.

Suy ra OCED là hình chữ nhật.

$$OE = \sqrt{OC^2 + CE^2} = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{7^2 + (97 + 72 \cos 110^\circ)^2} \approx 11.$$

Vậy độ lớn hợp lực $\vec{F} = \vec{OE}$ bằng 11 N.

Đáp án: 11.

Câu 5. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 (km) và về phía Tây 10 (km), đồng thời cách mặt đất 0,7 (km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 (km) và về phía Nam 25 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (km), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



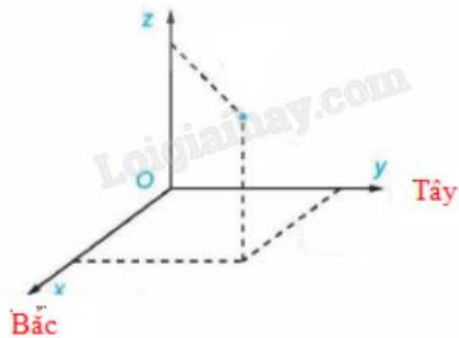
Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ, tìm tọa độ hai chiếc máy bay dựa vào hệ trục đó rồi tính khoảng cách.

Công thức tính khoảng cách: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet.



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ (20;10;0,7).

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ (-30;-25;1).

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là:

$$\sqrt{(20+30)^2 + (10+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 61 \text{ (km)}.$$

Đáp án: 61.

Câu 6. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn bằng số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao (m)	[8,5; 8,8)	[8,8; 9,1)	[9,1; 9,4)	[9,4; 9,7)	[9,7; 10,0)
Số cây	20	35	60	55	30

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Phương pháp giải:

$$\text{Công thức: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

Lời giải chi tiết:

$$\text{Cỡ mẫu: } n = 20 + 35 + 60 + 55 + 30 = 200.$$

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{200} là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Do } \frac{n}{4} = 50 \text{ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là } \frac{x_{50} + x_{51}}{2} \in [8,8; 9,1).$$

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{200}{4} - 20}{35} (9,1 - 8,8) = \frac{317}{35}.$$

$$\text{Do } \frac{3n}{4} = 150 \text{ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là } \frac{x_{150} + x_{151}}{2} \in [9,4; 9,7).$$

$$Q_3 = 9,4 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - (20 + 35 + 60)}{55} (9,7 - 9,4) = \frac{211}{22}.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{211}{22} - \frac{317}{35} \approx 0,53.$$

Đáp án: 0,53.