ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 3

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

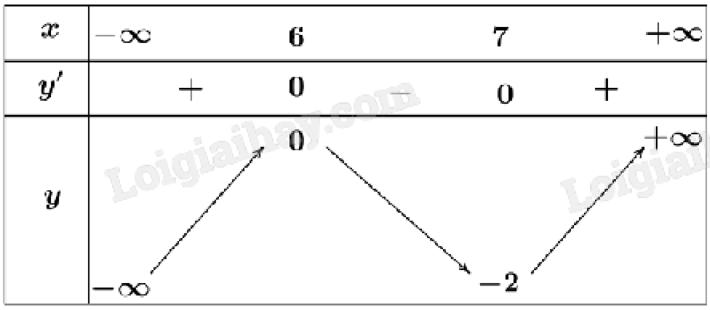
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. A	2. B	3. C	4. C	5. C	6. B
7. B	8. D	9. C	10. D	11. C	12. B

Câu 1. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau:



Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(6;7)$

B. $(0;-2)$

C. $(-\infty;+\infty)$

D. $(6;+\infty)$

Phương pháp giải:

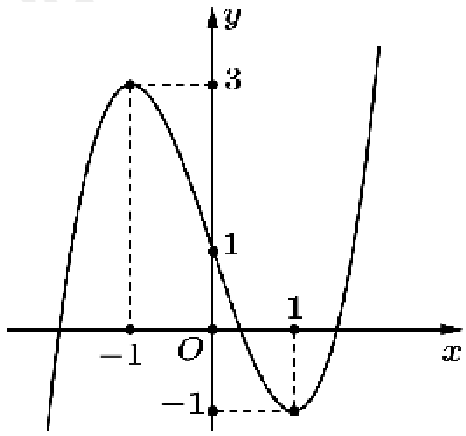
Quan sát bảng xét dấu và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Trên khoảng (6;7), f'(x) mang dấu âm nên f(x) nghịch biến trên (6;7).

Đáp án A.

Câu 2. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 3$

B. $x = -1$

C. $x = 1$

D. $x = 0$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đạt cực đại tại x = -1.

Đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		1		3		7		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-17	↗	-13	↘	-18	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x) là

A. -13

B. -17

C. -18

D. 7

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của f(x) là y = -18 tại x = 7.

Đáp án C.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{2-x}$ là

A. $y = 3$

B. $y = \frac{1}{2}$

C. $y = -1$

D. $y = 2$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $y = y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y = f(x) nếu $\lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim_{x \to +\infty} \frac{x-3}{2-x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{\frac{2}{x}-1} = \frac{1}{-1} = -1$ nên đồ thị hàm số f(x) có tiệm cận ngang là $y = -1$.

Đáp án C.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x + 1 + \frac{3}{x-6}$. Tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là đường thẳng

A. y = x – 5

B. y = x – 1

C. y = x + 1

D. y = x + 6

Phương pháp giải:

Đường thẳng y = ax + b là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số f(x) nếu $\lim_{x \to +\infty} \left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ hoặc $\lim_{x \to -\infty} \left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$.

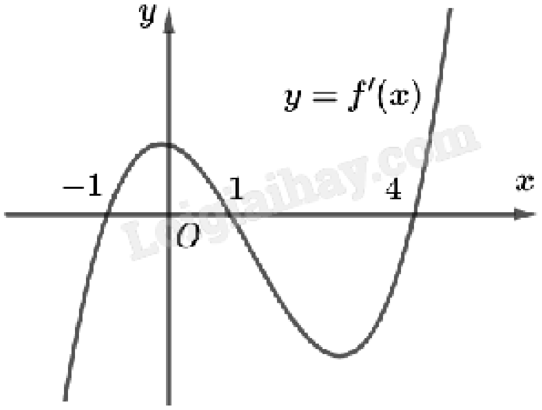
Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim_{x \to +\infty} \left[f(x) - (x+1)\right] = \lim_{x \to +\infty} \left[x + 1 + \frac{3}{x-6} - (x+1)\right] = \lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x-6} = 0$.

Vậy y = x + 1 là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Đáp án C.

Câu 6. Cho hàm số f(x) có đồ thị y = f'(x) như hình.



Hàm số f(x) có điểm cực đại là

A. x = -1

B. x = 1

C. x = 0

D. Đáp án khác

Phương pháp giải:

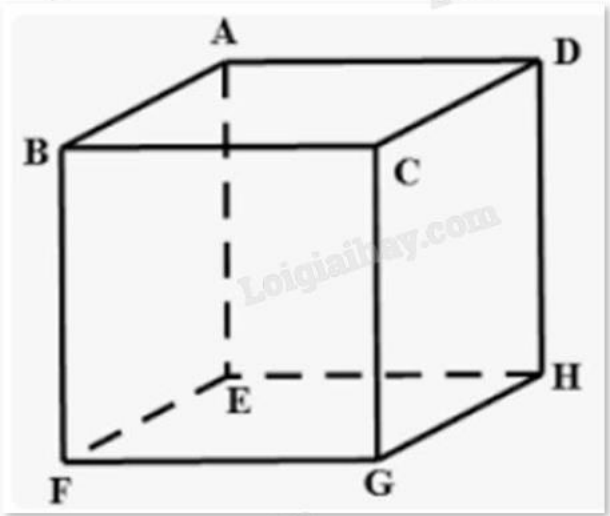
Hàm số f(x) đạt cực đại tại x_0 khi $f'(x_0) = 0$ và f'(x) đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0.

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị y = f'(x) ta thấy f'(x) > 0 trên (-1;1) và f'(x) < 0 trên (1;4) nên x = 1 là điểm cực đại của hàm số f(x).

Đáp án B.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EH}$ là



A. $\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{EG}$

C. $\overrightarrow{FH}$

D. $\overrightarrow{AD}$

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto bằng nhau, vecto đối nhau, quy tắc ba điểm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EG}$.

Đáp án B.

Câu 8. Trong không gian cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

B. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0$

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MG}$

D. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất trọng tâm tam giác.

Lời giải chi tiết:

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

Đáp án D.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(2;-1;0) và B(0;3;2). Tọa độ của vecto $\overrightarrow{AB}$ là

A. (-2;4;-2)

B. (2;-4;-2)

C. (-2;4;2)

D. (-1;2;1)

Phương pháp giải:

$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$.

Lời giải chi tiết:

$\overrightarrow{AB}=(0-2;3+1;2-0)=(-2;4;2)$.

Đáp án C.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vecto $\vec{u}=(4;2;1)$ và $\vec{v}=(1;2;1)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=8$

B. $\vec{u}.\vec{v}=6$

C. $\vec{u}.\vec{v}=0$

D. $\vec{u}.\vec{v}=9$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}=x_a.x_b+y_a.y_b+z_a.z_b$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 4.1 + 2.2 + 1.1 = 9$.

Đáp án D.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho điểm M(1;-2;3). Điểm M' đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ

A. (1;2;3)

B. (-1;2;-3)

C. (-1;-2;-3)

D. (1;-2;-3)

Phương pháp giải:

Điểm M' đối xứng với M(a;b;c) qua trục Oy có tọa độ M'(-a;b;-c).

Lời giải chi tiết:

Điểm M' đối xứng với M(1;-2;3) qua trục Oy có tọa độ M'(-1;-2;-3).

Đáp án C.

Câu 12. Thống kê chỉ số chất lượng không khí (AQI) tại một địa điểm vào các ngày trong tháng 6/2022 được cho trong bảng sau:

Chỉ số AQI	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số ngày	5	11	7	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 50

B. 250

C. 150

D. 8

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên chứa dữ liệu.

Lời giải chi tiết:

R = 250 – 0 = 250.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là y = –x – 6.

b) Đồ thị (C) nhận điểm I(3;-9) làm tâm đối xứng.

c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm ở hai phía đối với Oy.

d) Đồ thị (C) không cắt trục Ox.

Phương pháp giải:

Lập bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $f(x)=\dfrac{-x^2-3x+4}{x-3}=-x-6-\dfrac{14}{x-3}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x-6)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-x-6-\dfrac{14}{x-3}-(-x-6)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{14}{x-3}\right)=0$.

Vậy đồ thị f(x) có tiệm cận xiên là y = –x – 6.

b) Đúng. Đồ thị có tiệm cận đứng x = 3 và tiệm cận xiên y = –x – 6.

Tâm đối xứng của đồ thị là giao của hai đường thẳng x = 3 và y = –x – 6.

Với x = 3 ta có y = –3 – 6 = –9.

Vậy tâm đối xứng là I(3;-9).

c) Đúng. Tập xác định: D = R\{3}.

Ta có $f'(x)=\left(\dfrac{-x^2-3x+4}{x-3}\right)'=\dfrac{(-2x-3)(x-3)-(-x^2-3x+4)}{(x-3)^2}$

$=\dfrac{-2x^2+3x+9+x^2+3x-4}{(x-3)^2}=\dfrac{-x^2+6x+5}{(x-3)^2}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=3\pm\sqrt{14}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$3-\sqrt{14}$		3		$3-\sqrt{14}$		$+\infty$
y'		+	0	-	||	-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-9+2\sqrt{14}$	$\nearrow$ $+\infty$	||	$-\infty$ $\nearrow$	$-9-2\sqrt{14}$	$\searrow$	$-\infty$

Hai cực trị là $x=3-\sqrt{14}$ và $x=3+\sqrt{14}$ trái dấu nên chúng nằm ở hai phía đối với Oy.

d) Sai. Đồ thị cắt trục Ox tại điểm có tung độ y = 0 suy ra hoành độ các giao điểm đó là nghiệm của phương trình $-x^2-3x+4=0$. Phương trình có hai nghiệm x = 1 và x = -4 nên đồ thị cắt trục Ox tại hai điểm.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Biết AB = a, AD = 2a, SA = 2a và vuông góc với mặt đáy. Gọi M. N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD.

a) Hai vecto $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vecto cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60^o.

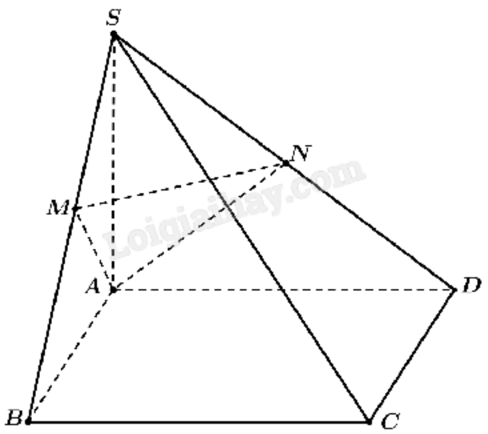
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=\dfrac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vecto $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto cùng phương, cùng hướng, cách tính độ dài vecto, tích vô hướng của hai vecto và góc giữa hai vecto.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Vì ABCD là hình chữ nhật nên AB//CD và AB = CD.

Khi đó $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vecto cùng phương, cùng hướng.

b) Sai. Ta có ABCD là hình chữ nhật nên $AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=a\sqrt{5}$.

Vì SA vuông góc với đáy (ABCD) nên SA vuông góc với AC. Xét tam giác SAC vuông tại A:

$\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{a\sqrt{5}}$ suy ra $SCA\approx 41^{o}48'$.

Ta có $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{CS},\overrightarrow{CA}\right)=SCA\approx 41^{o}48'$.

c) Đúng. Vì SA vuông góc với đáy (ABCD) nên SA vuông góc với AB. Xét tam giác SAB vuông tại A:

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=a\sqrt{5}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên $AM=SM=MB=\dfrac{1}{2}SB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Sử dụng định lý cosin cho tam giác MAB:

$$\cos MAB=\frac{MA^2+AB^2-MB^2}{2MA.MB}=\frac{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2+a^2-\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2}{2.\frac{a\sqrt{5}}{2}.a}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Ta có $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=AM.AB\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.a.\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{a^2}{2}$.

d) Sai. Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD.

Do đó $MN=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $\left|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}\right|=\left|\overrightarrow{NM}\right|=MN=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm M(-4;3;-1) và N(2;-1;3).

a) $\overrightarrow{OM}=(-4;3;-1)$.

b) Cho vecto $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM}=\vec{v}$. Tọa độ điểm A là (5;1;2).

c) Gọi G là trọng tâm tam giác OMN. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\dfrac{4}{3}\right)$.

d) Gọi I là trung điểm đoạn MN. Tọa độ vecto $\vec{w}=3\vec{i}+2\overrightarrow{ON}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\dfrac{9}{2};\dfrac{-5}{2};-7\right)$.

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Tọa độ $\overrightarrow{OM}$ là tọa độ điểm M(-4;3;-1).

b) Đúng. $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}=(1;2;-3)$.

$\overrightarrow{AM}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}-4-x_A=1\\3-y_A=2\\-1-z_A=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A=5\\y_A=1\\z_A=2\end{cases}$, vậy A(5;1;2).

c) Sai. Ta có: $\begin{cases}x_G=\dfrac{x_O+x_M+x_N}{3}=\dfrac{0-4+2}{3}=-\dfrac{2}{3}\\y_G=\dfrac{y_O+y_M+y_N}{3}=\dfrac{0+3-1}{3}=\dfrac{2}{3}\\z_G=\dfrac{z_O+z_M+z_N}{3}=\dfrac{0-1-3}{3}=\dfrac{-4}{3}\end{cases}$, vậy $G\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.

Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};0\right)$.

d) Sai. Ta có $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{-4+2}{2}=-1\\y_I=\dfrac{y_M+y_N}{2}=\dfrac{3-1}{2}=1\\z_I=\dfrac{z_M+z_N}{2}=\dfrac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$, vậy I(-1;1;-2).

$3\vec{i}=(3;0;0)$, $2\overrightarrow{ON}=(4;-2;-6)$, $-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OI}=\left(-\dfrac{1}{2}.(-1);-\dfrac{1}{2}.1;-\dfrac{1}{2}.(-2)\right)=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Vậy $\vec{w}=3\vec{i}+2\overrightarrow{ON}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OI}=\left(3+4+\dfrac{1}{2};0-2-\dfrac{1}{2};0-6+1\right)=\left(\dfrac{15}{2};-\dfrac{5}{2};-5\right)$.

Câu 4. Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kg).

Nhóm	Số học sinh
$[30;40)$	2
$[40;50)$	10
$[50;60)$	16
$[60;70)$	8
$[70;80)$	2
$[80;90)$	2
	$n=40$

a) Số học sinh nặng dưới 50 kg là 12.

b) Cân nặng trung bình của 40 học sinh là 55 kg.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 129.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là 11,3.

Phương pháp giải:

a) Số học sinh nặng dưới 50 kg là tổng tần số hai nhóm [30;40) và [40;50).

b) Số trung bình: $\overline{x}=\dfrac{m_1x_1+...+m_kx_k}{n}$.

c) Phương sai: $s^2=\dfrac{m(x_1-\overline{x})^2+...+m_k(x_k-\overline{x})^2}{n}$.

d) Độ lệch chuẩn: $s=\sqrt{s^2}$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Số học sinh nặng dưới 50 kg là 2 + 10 = 12 (kg).

b) Sai. Cân nặng trung bình của 40 học sinh là:

$$\overline{x}=\frac{35.2+45.10+55.16+65.8+75.2+85.2}{40}=56\ (\text{kg}).$$

c) Đúng. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2=\frac{2.(35-56)^2+10.(45-56)^2+16.(55-56)^2+8.(65-56)^2+2.(75-56)^2+2.(85-56)^2}{40}=129.$$

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s=\sqrt{129}\approx 11,4$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t)=120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu t = 0, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là bao nhiêu (đơn vị: tế bào/giờ)?

Phương pháp giải:

Tính P'(0).

Lời giải chi tiết:

Hàm tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm là $P'(t)=120.0,15.e^{0,15t}=18.e^{0,15t}$ (tế bào/giờ).

Tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm ở thời điểm t = 0 là $P'(0)=18.e^{0,15.0}=18.e^{0}=18$ (tế bào/giờ).

Đáp án: 18.

Câu 2. Một tập chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tập chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in, ...) được cho bởi công thức $C(x)=0,0001x^2-0,2x+10000$, C(x) được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Giả sử T(x) là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tỉ số $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất.

Phương pháp giải:

Thiết lập hàm số $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$ và tìm giá trị nhỏ nhất của M(x).

Lời giải chi tiết:

Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là $T(x)=C(x)+0,4x=0,0001x^2+0,2x+10000$.

Ta có $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}=\dfrac{0,0001x^2+0,2x+10000}{x}=0,0001x+\dfrac{10000}{x}+0,2$, với $x\in\mathbb{N}^*$.

$M'(x)=0,0001-\dfrac{10000}{x^2}=0\Leftrightarrow x=10000$.

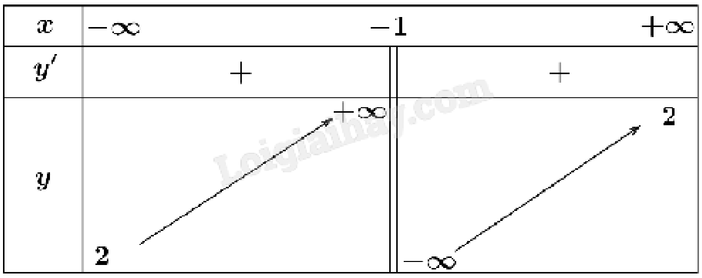
Bảng biến thiên:

x	0		$10\,000$		$+\infty$
$M'(x)$		$-$	0	$+$	
$M(x)$		$\searrow$	$2,2$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, ta thấy chi phí trung bình cho x cuốn tạp chí thấp nhất khi x = 10000 (cuốn).

Đáp án: 10000.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên b có thể nhận trong khoảng (-5;5)?

Phương pháp giải:

Tìm điều kiện của b dựa vào các đường tiệm cận của đồ thị.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{c}$ và tiệm cận ngang là đường thẳng

$y=\dfrac{a}{c}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $-\dfrac{1}{c}=-1\Leftrightarrow c=1$ và $\dfrac{a}{c}=2\Leftrightarrow\dfrac{a}{1}=2\Leftrightarrow a=2$.

Ta có $y'=\dfrac{a-bc}{(cx+1)^2}=\dfrac{2-b}{(x+1)^2}$.

Vì hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ nên $y'=\dfrac{2-b}{(x+1)^2}>0\Leftrightarrow 2-b>0\Leftrightarrow b<2$.

Các giá trị nguyên b thỏa mãn trên (-5;5) là -5; -4; …; -1; 0 ; 1.

Vậy có 7 giá trị nguyên b có thể nhận được.

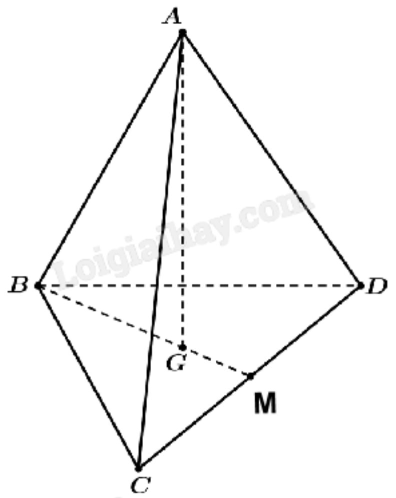
Đáp án: 7.

Câu 4. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 15. Biết độ dài $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$. Khi đó, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất của trung điểm, trọng tâm, tích của một số với một vecto.

Lời giải chi tiết:



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của CD.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. Suy ra $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|3\overrightarrow{AG}\right|=3AG$.

Xét tam giác đều BCD có $BM=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}.15$.

G là trọng tâm tam giác BCD nên $BG=\frac{2}{3}BM=\frac{2}{3}.\frac{15\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$.

Vì tứ diện ABCD đều nên AG vuông góc với mặt phẳng (BCD). Do đó $AGB=90^{o}$.

Xét tam giác ABG vuông tại G: $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{15^2-\left(5\sqrt{3}\right)^2}=5\sqrt{6}$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|=3AG=3.5\sqrt{6}=15\sqrt{6}$.

Vậy a = 15.

Đáp án: 15.

Câu 5. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường 8m và cách trần 1m, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường 6m và cách trần 1,5m. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ, tìm tọa độ hai chiếc quạt dựa vào hệ trục đó rồi tính khoảng cách.

Công thức tính khoảng cách: $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2+\left(z_B-z_A\right)^2}$.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ, khi đó ta có A(4;0;3) và điểm $B\left(0;3;\frac{5}{2}\right)$.

Khoảng cách giữa hai chiếc quạt là:

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (3-0)^2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right)^2} = \frac{\sqrt{101}}{2} \approx 5,025 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 5,025.

Câu 6. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	$[250;290)$	$[290;330)$	$[330;370)$	$[370;410)$	$[410;450)$
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Phương pháp giải:

Công thức: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 3 + 13 + 18 + 11 + 5 = 50.

Gọi $x_1, x_2, ..., x_{50}$ là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [290;330)$.

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13}(330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [370;410)$.

$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3.50}{4} - (3+13+18)}{11}(410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63,5$.

Đáp án: 63,5.