ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 12.

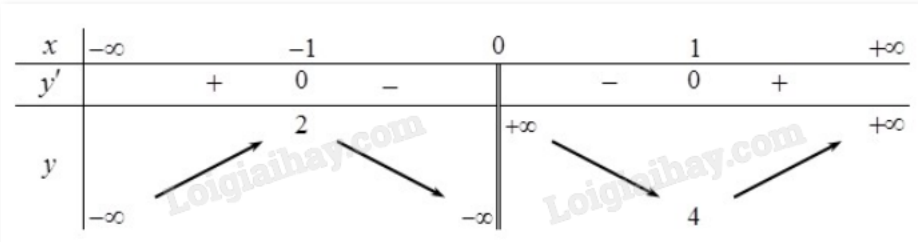
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. D	2. B	3. D	4. D	5. D	6. B
7. D	8. A	9. D	10. B	11. C	12. C

Câu 1. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$

B. $(4;+\infty)$

C. $(-\infty;2)$

D. $(0;1)$

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Trên khoảng (0;1), f'(x) mang dấu âm nên f(x) nghịch biến trên (0;1).

Đáp án D.

Câu 2. Cho hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu f'(x) như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	||	−	0	−	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4

B. 2

C. 3

D. 0

Phương pháp giải:

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 khi $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định và qua x_0 thì f'(x) đổi dấu từ dương sang âm.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Quan sát bảng xét dấu, thấy:

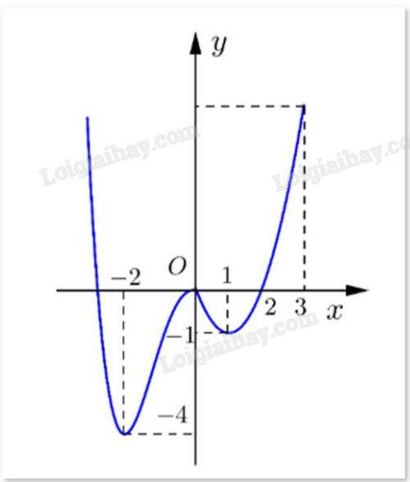
+ $f'(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; -1)$ và $f'(x) < 0$ khi $x \in (-1; 0)$; $f'(-1) = 0$.

+ $f'(x) > 0$ khi $x \in (0; 1)$ và $f'(x) < 0$ khi $x \in (1; 2)$; $f'(1)$ không tồn tại.

Vậy hàm số có hai điểm cực đại là x = -1, x = 1.

Đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số f(x) có đồ thị như hình dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x) trên đoạn [0;3] là

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của f(x) trên đoạn [0;3] là y = -1 tại x = 1.

Đáp án A.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$

B. $x=-1$

C. $x=1$

D. $x=3$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $x=x_0$ gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y = f(x) nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty.$

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+}(x+1)=3+1=4$; $\lim\limits_{x\to 3^+}(x-3)=3-3=0$ và x – 3 > 0.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{x-1}{x-3}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là x = 3.

Đáp án D.

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y=2x+1+\frac{2}{3x-1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y=3x-1$

B. $y=2+x$

C. $y=3-x$

D. $y=2x+1$

Phương pháp giải:

Đường thẳng y = ax + b là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số f(x) nếu $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$.

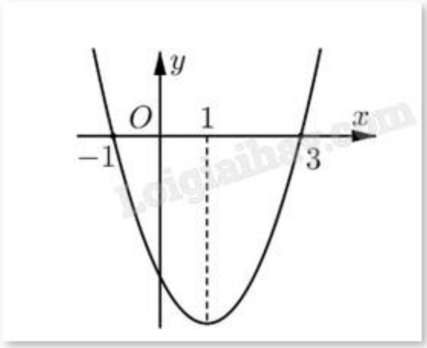
Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2x+1+\frac{2}{3x-1}-(2x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{3x-1}=0$.

Vậy y = 2x + 1 là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Đáp án D.

Câu 6. Cho hàm số f(x) có đạo hàm f'(x) xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và f'(x) có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$

Phương pháp giải:

Hàm số f(x) đồng biến khi f'(x) > 0 (phần đồ thị f'(x) nằm phía trên trục hoành).

Lời giải chi tiết:

Quan sát đồ thị y = f'(x) ta thấy f'(x) > 0 trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$ nên f(x) đồng biến trên hai khoảng trên.

Đáp án B.

Câu 7. Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{NM}$

B. $\overrightarrow{MN}$

C. $\overrightarrow{NP}$

D. $\overrightarrow{PN}$

Phương pháp giải:

Dựa vào quy tắc ba điểm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PN}$.

Đáp án D.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1;-2;3), B(-1;2;5) và C(0;0;1). Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(0;0;3)$

B. $(0;0;9)$

C. $(-1;0;3)$

D. $(0;0;1)$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính tọa độ trọng tâm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{-2+2+0}{3} = 0 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases}$ suy ra G(0;0;3).

Đáp án A.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;-3;1), B(3;0;-2). Tính độ dài AB.

A. 26

B. 22

C. $\sqrt{26}$

D. $\sqrt{22}$

Phương pháp giải:

Công thức tính độ dài vecto: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2 + \left(z_B - z_A\right)^2}$.

Lời giải chi tiết:

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2 + \left(z_B - z_A\right)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (0+3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{22}$.

Đáp án D.

Câu 10. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài cạnh là a. Khi đó, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ bằng

A. a^2

B. 0

C. a

D. $\dfrac{a^2}{2}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Vì ABCD.A'B'C'D' là hình lập phương nên AB vuông góc với AD.

Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$.

Đáp án B.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho điểm M(4;1;3). Điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ

A. (-4;-1;3)

B. (-4;-1;-3)

C. (4;-1;3)

D. (4;1;-3)

Phương pháp giải:

Điểm M’ đối xứng với M(a;b;c) qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ M’(a;-b;c).

Lời giải chi tiết:

Điểm M’ đối xứng với M(4;1;3) qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ M’(4;-1;3).

Đáp án C.

Câu 12. Kết quả khảo sát cân nặng của một thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $R=5$

B. $R=24$

C. $R=25$

D. $R=10$

Phương pháp giải:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên chứa dữ liệu.

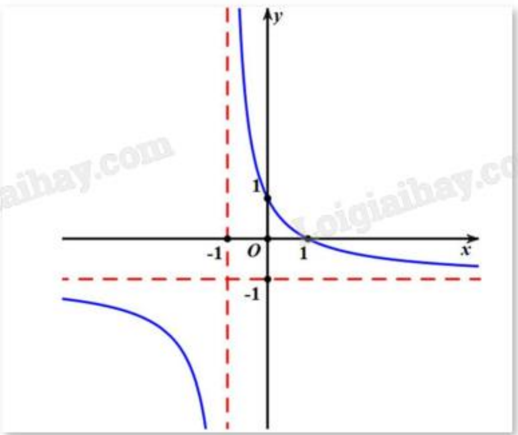
Lời giải chi tiết:

R = 175 – 150 = 25.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ



a) Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -1$.

c) $\lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty$.

d) Hệ số a = 2.

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang trên từng khoảng xác định.

b) Đúng. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -1$.

c) Sai. $\lim\limits_{x\to-1^+} y = +\infty$.

d) Sai. Vì đồ thị đi qua điểm (0;1) nên $1 = \dfrac{a.0+1}{c.0+d} \Leftrightarrow d = 1$.

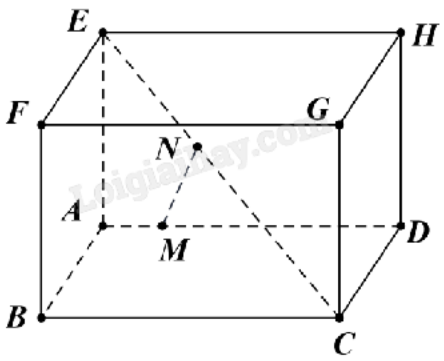
Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng x = -1 nên $-\dfrac{d}{c} = -1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{c} = -1 \Leftrightarrow c = 1$.

Đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng y = -1 nên $\dfrac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow \dfrac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Vậy hệ số a = -1.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH có AB = AE = 2, AD = 3 và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$.

Lấy điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{EN} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{EC}$.



a) $\overrightarrow{MA} = -\dfrac{1}{5}\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{EN} = \dfrac{2}{5}\left(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}\right)$.

c) $\left(m.\vec{a} + n.\vec{b} + p.\vec{c}\right) = m^2.\vec{a}^2 + n^2.\vec{b}^2 + p^2.\vec{c}^2$ với m, n, p là các số thực.

d) $MN = \dfrac{\sqrt{61}}{5}$.

Phương pháp giải:

Dựa vào khái niệm vecto cùng phương, cùng hướng, cách xác định độ dài vecto, quy tắc cộng, trừ, nhân vecto với một số, quy tắc hình hộp.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) Sai. $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC} = \frac{2}{5}\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EA}\right) = \frac{2}{5}\left(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}\right)$.

c) Đúng. $\left(m.\vec{a} + n.\vec{b} + p.\vec{c}\right) = m^2.\vec{a}^2 + n^2.\vec{b}^2 + p^2.\vec{c}^2 + 2mn\vec{a}.\vec{b} + 2np\vec{b}.\vec{c} + 2mp\vec{a}.\vec{c} = m^2.\vec{a}^2 + n^2.\vec{b}^2 + p^2.\vec{c}^2$

(vì $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đôi một vuông góc nên $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{c} = \vec{b}.\vec{c} = 0$).

d) Đúng. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EN} = -\frac{1}{5}\vec{b} + \vec{c} + \frac{2}{5}\left(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}\right) = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}$.

$MN^2 = \left(\overrightarrow{MN}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}\right)^2 = \frac{4}{25}\vec{a}^2 + \frac{1}{25}\vec{b}^2 + \frac{9}{25}\vec{c}^2 = \frac{4}{25}.4 + \frac{1}{25}.9 + \frac{9}{25}.4 = \frac{61}{25}$.

Suy ra $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho các điểm A(2;-3;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2).

a) $\overrightarrow{AB} = (-3;3;1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Tọa độ chân đương cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29};\frac{13}{29};2\right)$.

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc cộng, trừ vecto, nhân vecto với một số, tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $\overrightarrow{AB} = (-2-1;1+2;2-3) = (-3;3;-1)$.

b) Sai. $\overrightarrow{AC} = (3-1;-1+2;2-3) = (2;1;-1)$, suy ra $3\overrightarrow{AC} = (6;3;-3) \ne \overrightarrow{AB}$.

c) Đúng. Ta thấy $\frac{-3}{2} \ne \frac{3}{1} \ne \frac{-1}{-1}$ suy ra $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C không thẳng hàng.

d) Sai. Gọi A'(x;y;z) là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC.

Khi đó $\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{BC} = 0$ (1) và $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA'}$ cùng phương (2).

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (x-1;y+2;z-3)$, $\overrightarrow{BC} = (3+2;-1-1;2-2) = (5;-2;0)$, $\overrightarrow{BA'} = (x+2;y-1;z-2)$.

(1) $\Leftrightarrow 5(x-1) - 2(y+2) + 0(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y = 9$.

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y-1}{-2} \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} x = \dfrac{47}{29} \\ y = -\dfrac{13}{29} \\ z = 2 \end{cases}$, hay $A'\left(\dfrac{47}{29}; -\dfrac{13}{29}; 2\right)$.

Câu 4. Thời gian chạy tập luyện cự li 100 mét của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	$[10;10,4)$	$[10,4;10,8)$	$[10,8;11,2)$	$[11,2;11,6)$	$[11,6;12,0)$
Số lần chạy	3	8	6	2	1

a) Số lần chạy từ 12 giây trở lên là 1.

b) Thời gian chạy trung bình của vận động viên là 10,9 giây.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 0,168.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là 0,5.

Phương pháp giải:

a) Quan sát tần số trong bảng số liệu.

b) Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{m_1x_1 + ... + m_kx_k}{n}$.

c) Phương sai: $s^2 = \dfrac{m(x_1 - \overline{x})^2 + ... + m_k(x_k - \overline{x})^2}{n}$.

d) Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2}$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Số lần chạy từ 12 giây trở lên là 0.

b) Sai. Thời gian chạy trung bình của vận động viên là:

$$\overline{x} = \frac{3.10,2 + 8.10,6 + 6.11 + 2.11,4 + 1.11,8}{3+8+6+2+1} = \frac{54}{5} = 10,8 \text{ (giây)}.$$

c) Đúng. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2 = \frac{3.(10,2-10,8)^2 + 8.(10,6-10,8)^2 + 6.(11-10,8)^2 + 2.(11,4-10,8)^2 + 1.(11,8-10,8)^2}{3+8+6+2+1} = 0,168.$$

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s = \sqrt{0,168} \approx 0,4$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với tốc độ ban đầu là 32,5 m/s (bỏ qua sức cản của không khí), độ cao (tính bằng mét) của vật sau t giây được cho bởi công thức $h(t) = 32,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật sau 3 giây bằng bao nhiêu m/s?

Phương pháp giải:

Tính $v(3) = h'(3)$.

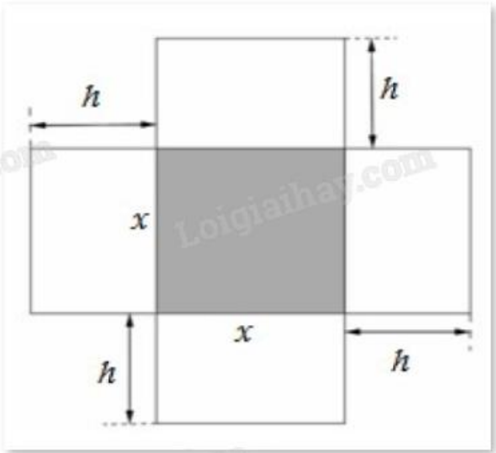
Lời giải chi tiết:

Vận tốc của vật sau t giây là $v(t) = h'(t) = 32,5 - 9,8t$ (m/s).

Vận tốc của vật sau 3 giây là $v(3) = 32,5 - 9,8.3 = 3,1$ (m/s).

Đáp án: 3,1.

Câu 2. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000 cm^3. Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Phương pháp giải:

Lập hàm biểu diễn diện tích xung quanh của hộp rồi tìm giá trị nhỏ nhất của hàm đó.

Lời giải chi tiết:

Thể tích của hộp là $V = x^2h = 4000$ (cm^3).

Suy ra chiều cao của hộp là $h = \dfrac{4000}{x^2}$ (cm).

Diện tích xung quanh của hộp là $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + 4x\dfrac{4000}{x^2} = x^2 + \dfrac{16000}{x}$ (cm^2).

Chiếc hộp làm ra tốn ít bìa nhất khi diện tích xung quanh hình hộp nhỏ nhất.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của S(x).

Ta có $S'(x) = 2x - \dfrac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{16000}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16000 \Leftrightarrow x^3 = 8000 \Leftrightarrow x = 20$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
S'(x)		-	0	+	
S(x)	$+\infty$	$\searrow$	1200	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để tốn ít bìa nhất thì cạnh hình vuông có chiều dài x = 20 (cm).

Đáp án: 20.

Câu 3. Trong Vật lý, ta biết rằng khi mắc song song hai điện trở R_1 và R_2, thì điện trở tương đương R của mạch điện được tính theo công thức $R = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ (theo Vật lý đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016).

Giả sử một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x thì điện trở tương đường R là hàm số $y = \frac{10x}{10 + x}$ với x > 0. Điện trở tương đương của mạch không thể vượt quá bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Tìm giới hạn của hàm số khi x tiến tới vô cực.

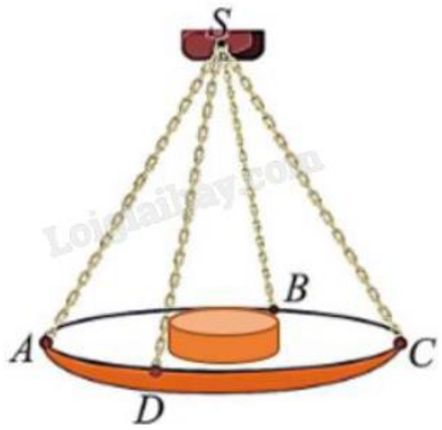
Lời giải chi tiết:

Ta có: Một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x nên điện trở tương đương là hàm số $y = \frac{10x}{10 + x}$ với x > 0.

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{10x}{10 + x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{10}{\frac{10}{x} + 1} = \frac{10}{0 + 1} = 10$ nên điện trở tương đương của mạch không thể vượt quá 10Ω.

Đáp án: 10.

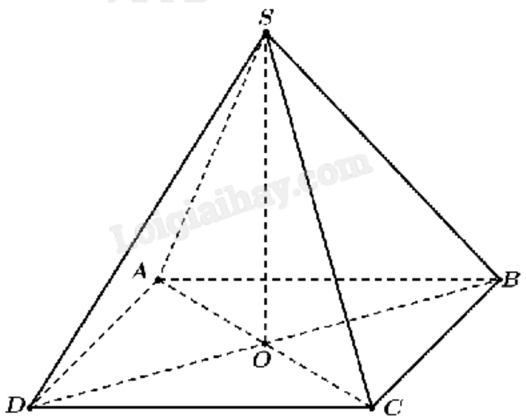
Câu 4. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng m = 3 kg được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho S.ABCD là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 90^o$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\ m/s^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất trung điểm, quy tắc nhân vecto với một số, cách xác định độ dài vecto, quy tắc tổng hợp lực.

Lời giải chi tiết:



Gọi O là tâm hình vuông ABCD.

Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{OS}=4\overrightarrow{SO}$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}\right|=\left|4\overrightarrow{SO}\right|=4SO$.

Trọng lượng của vật là $P=mg=3.10=30\,(N)$.

Suy ra $4\left|\overrightarrow{SO}\right|=P=30\,(N)$. Do đó $SO=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$.

Vì tam giác ASC vuông cân tại S nên $SAC=45^o$.

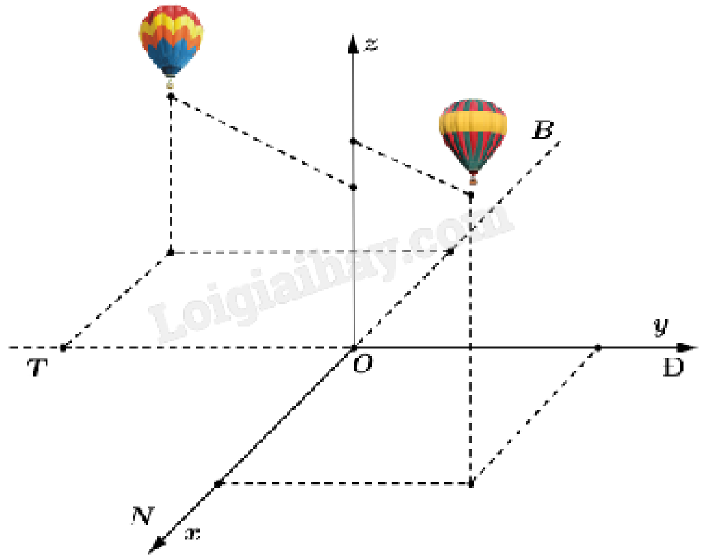
Xét tam giác SAO vuông tại O:

$$\sin SAC=\frac{SO}{SA}\Rightarrow SA=\frac{SO}{\sin SAC}=\frac{\frac{15}{2}}{\sin 45^o}=\frac{30\sqrt{2}}{4}.$$

Suy ra a = 30.

Đáp án: 30.

Câu 5. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng 2a + 3b.

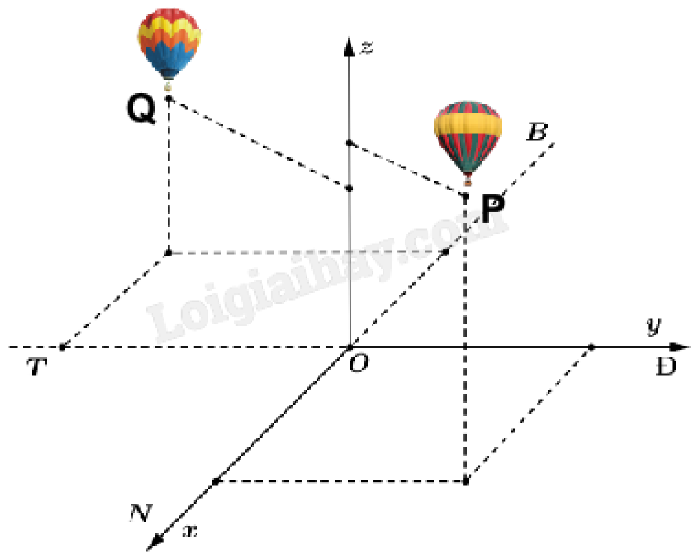


Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính tọa độ vecto, tính độ dài vecto.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Gọi vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai lần lượt là P, Q.

Khi đó: $P\left(\frac{5}{2};2;\frac{4}{5}\right)$, $Q\left(-\frac{3}{2};-2;\frac{3}{5}\right)$.

Gọi I là điểm tiếp nhiên liệu trên mặt đất (Oxy). Khi đó $I(x_I;y_I;0)$.

Khoảng cách từ vị trí tiếp nhiên liệu tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất, tức là IP + IQ nhỏ nhất.

Gọi C là điểm đối xứng của P qua (Oxy). Khi đó $C\left(\frac{5}{2};2;-\frac{4}{5}\right)$ và IP = IC.

Vậy để IP + IQ nhỏ nhất thì IC + IQ nhỏ nhất. Điều đó xảy ra khi Q, I, C thẳng hàng, hay $\overrightarrow{QC}$, $\overrightarrow{QI}$ cùng phương.

$\overrightarrow{QC}=\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{2};2+3;-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)=\left(4;5;-\frac{7}{5}\right)$; $\overrightarrow{QI}=\left(x_I+\frac{3}{2};y_I+3;-\frac{3}{5}\right)$.

Để $\overrightarrow{QC}$, $\overrightarrow{QI}$ cùng phương thì $\frac{x_I+\frac{3}{2}}{4}=\frac{y_I+3}{5}=\frac{3}{7}$. Từ đó tính được $x_I=\frac{3}{14}$; $y_I=-\frac{6}{7}$.

Vậy $I\left(\frac{3}{14};\frac{6}{7};0\right)$, suy ra $a=\frac{3}{14}$; $b=\frac{6}{7}$.

Ta được $2a+3b=2.\frac{3}{14}+3.\frac{6}{7}=3$.

Đáp án: 3.

Câu 6. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	4	8	12	10	6

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Phương pháp giải:

Tứ phân vị thứ i, kí hiệu là Q_i với i = 1, 2, 3 của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i=u_m+\frac{\frac{in}{4}-C}{n_m}(u_{m+1}-u_m).$$

Trong đó:

$n=n_1+n_2+...+n_k$ là cỡ mẫu.

$[u_m;u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

$C=n_1+n_2+...+n_{m-1}$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q=Q_3-Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 4 + 8 + 12 + 10 + 6 = 40.

Giả sử mẫu số liệu gốc là $x_1, x_2, ..., x_{40}$ được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [20;40)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 20 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{8}(40 - 20) = 35$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60;80)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{4} - (4 + 8 + 12)}{10}(80 - 60) = 72$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 72 - 35 = 37$.

Đáp án: 37.