ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì I – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1. A	2. B	3. C	4. C	5. D	6. C
7. D	8. B	9. B	10. C	11. A	12. C

Câu 1. Góc có số đo $\frac{7\pi}{4}$ radian bằng bao nhiêu độ?

A. 315°

B. 45°

C. 345°

D. 275°

Phương pháp giải:

Áp dụng quan hệ giữa radian và độ: $1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, $1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{rad}$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{7\pi}{4}\text{rad} = \frac{7\pi}{4}.\frac{180^\circ}{\pi} = 315^\circ$.

Đáp án A.

Câu 2. Cho $\cos\alpha = \frac{4}{13}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\sin\alpha$ là?

A. $\sin\alpha = \frac{9}{13}$

B. $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{13}$

C. $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{4}$

D. $\sin\alpha = -\frac{3\sqrt{17}}{4}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và sử dụng đường tròn lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{13}\right)^2 = \frac{153}{169}$, suy ra $\sin\alpha = \pm\frac{3\sqrt{17}}{13}$.

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên điểm cuối của cung α thuộc cung phần tư thứ I, do đó $\sin\alpha > 0$.

Vậy $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{17}}{13}$.

Đáp án B.

Câu 3. Giá trị lượng giác $\tan\frac{\pi}{24} + \tan\frac{7\pi}{24}$ bằng?

A. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

B. $2\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)$

C. $2\left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)$

D. $2\left(\sqrt{6} + 2\sqrt{3}\right)$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức cộng lượng giác $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \sin b.\cos a$, công thức tích thành tổng

$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$.

Lời giải chi tiết:

$$\tan\frac{\pi}{24} + \tan\frac{7\pi}{24} = \frac{\sin\frac{\pi}{24}\cos\frac{7\pi}{24} + \cos\frac{\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}}$$

$$= \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{24}.\cos\frac{7\pi}{24}} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 2\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right).$$

Đáp án C.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=-\sin x$

B. $y=\cos x-\sin x$

C. $y=\cos x+\sin^2 x$

D. $y=\cos x.\sin x$

Phương pháp giải:

Cho hàm số y = f(x) liên tục và xác định trên khoảng (đoạn) K. Với mỗi $x\in K$ thì $-x\in K$.

- Nếu f(x) = f(-x) thì hàm số y = f(x) là hàm số chẵn trên tập xác định.

- Nếu f(-x) = -f(x) thì hàm số y = f(x) là hàm số lẻ trên tập xác định.

Lời giải chi tiết:

Tất cả các hàm số đều có tập xác định D = R, suy ra có $x\in R$ thì $-x\in R$.

- Xét A: $f(-x)=-\sin(-x)=-(-\sin x)=\sin x=-f(x)$. Vậy $y=-\sin x$ là hàm số lẻ.

- Xét B: $f(-x)=\cos(-x)-\sin(-x)=\cos x+\sin x\ne\pm f(x)$. Vậy $y=\cos x-\sin x$ không chẵn không lẻ.

- Xét C: $f(-x)=\cos(-x)+\sin^2(-x)=\cos x+(-\sin x)^2=\cos x+\sin^2 x=f(x)$. Vậy $y=\cos x+\sin^2 x$ là hàm số chẵn.

- Xét D: $f(-x)=\cos(-x)\sin(-x)=-\cos x\sin x=-f(x)$. Vậy $y=\cos x.\sin x$ là hàm số lẻ.

Đáp án C.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x=-1$ là?

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

B. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

D. $x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

Nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Lời giải chi tiết:

$\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Đáp án D.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=1$, $u_2=2$ và $u_n=u_{n-1}+u_{n-2}$. Số hạng thứ 5 của dãy số là:

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt u_3, u_4, u_5 bằng cách thay n vào công thức tổng quát.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$u_3 = u_1 + u_2 = 1 + 2 = 3$.

$u_4 = u_2 + u_3 = 2 + 3 = 5$.

$u_5 = u_3 + u_4 = 3 + 5 = 8$.

Đáp án C.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 1; 0; 1

B. 2; 4; 5; 6; 9

C. 1; 2; 4; 6; 8

D. 3; 5; 7; 9; 11

Phương pháp giải:

Dãy số lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi hai phần tử liên tiếp sai khác nhau một hằng số.

Lời giải chi tiết:

Xét hiệu các phần tử liên tiếp trong các dãy số, chỉ có dãy ở đáp án C phần tử sau hơn phần tử liền trước 2 đơn vị (11 – 9 = 9 – 7 = 7 – 5 = 5 – 3 = 2).

Đáp án D.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3,\ u_7 = 21$. Khi đó công sai d là

A. 3

B. 4

C. 24

D. 14

Phương pháp giải:

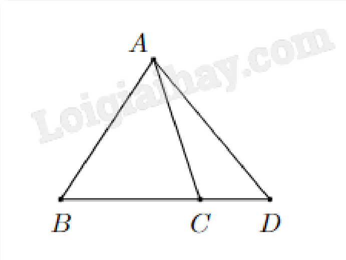
Sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $u_7 = u_1 + (7-1)d \Leftrightarrow 21 = -3 + (7-1)d \Leftrightarrow d = 4$.

Đáp án B.

Câu 9. Trên mặt phẳng cho bốn điểm A, B, C, D như hình vẽ. Ba điểm nào sau đây không xác định một mặt phẳng?



A. A, B, C

B. B, C, D

C. A, B, D

D. A, C, D

Phương pháp giải:

Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua:

- Ba điểm không thẳng hàng.
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.
- Hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải chi tiết:

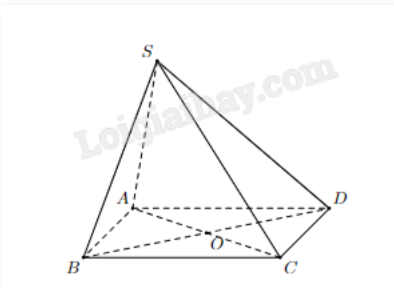
Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua:

- Ba điểm không thẳng hàng.
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.
- Hai đường thẳng cắt nhau.

Vì B, C, D thẳng hàng nên ba điểm này không xác định một mặt phẳng.

Đáp án B.

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Chọn khẳng định đúng.



A. AB//(SBD)

B. BC//(SCD)

C. AD//(SBC)

D. BD//(SAC)

Phương pháp giải:

Lý thuyết đường thẳng song song với mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

- Xét A: AB và (SBD) chung điểm B nên AB cắt (SBD)

- Xét B: BC và (SCD) chung điểm C nên BC cắt (SCD)

- Xét C: AD//BC vì ABCD là hình bình hành nên AD//(SBC)

- Xét D: Vì BD cắt AC tại tâm O của hình bình hành nên BD cắt (SAC)

Vậy khẳng định đúng là C.

Đáp án C.

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $2\sin 2x - 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{-\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{11\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \le 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin \alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array} \right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$2\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{array} \right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án A.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Xác định công sai d.

A. d = 2

B. d = 4

C. d = 3

D. d = 5

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Đáp án C.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin x = m, m \in \mathbb{R}$. Khi đó

a) $\cos 2x = 2m^2 - 1$

b) Nếu $m = \frac{2}{3}$ thì $\sin x = m$ có hai nghiệm phân biệt $x \in [0; 3\pi]$

c) Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi m > 1

d) Nếu $m = \frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array} \right.$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Phương pháp giải:

Giải phương trình lượng giác $\sin x = a$:

- Nếu $|a| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|a| \le 1$ thì chọn cung α sao cho $\sin\alpha = a$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array} \right. \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2m^2$.

b) Sai. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array} \right.$

Vì $x \in [0; 3\pi]$ nên $x = \frac{\pi}{3}$; $x = \frac{7\pi}{3}$; $x = \frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{8\pi}{3}$.

Vậy phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

c) Sai. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi m > 1 hoặc m < -1.

d) Đúng. $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array} \right.$

Câu 2. Cho $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

a) $\cos^2\alpha = \dfrac{7}{16}$

b) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

c) $\tan\alpha = \dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

d) $\cot\alpha = -\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

Phương pháp giải:

a) Áp dụng công thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

b) Dựa vào góc phần tư của đường tròn lượng giác để xét dấu.

c) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{\cot\alpha}$.

d) $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{\tan\alpha}$.

Lời giải chi tiết:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{7}{16} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{\sqrt{7}}{4}.$$

Vì $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ II nên $\cos\alpha < 0$. Vậy $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

$$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\dfrac{3}{4}}{-\dfrac{\sqrt{7}}{4}} = -\dfrac{3\sqrt{7}}{7};\ \cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = -\dfrac{\sqrt{7}}{3}.$$

a) Đúng.

b) Sai.

c) Sai.

d) Sai.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n$. Khi đó

a) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn

c) $u_8 = 64$

d) Số hạng thứ n + 2 của dãy số là $u_{n+2} = 2^n.2$

Phương pháp giải:

a) Dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn nếu (u_n) vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại số thực dương M sao cho $|u_n| < M \;\; \forall n \in M$.

c) Tính u_8 bằng công thức $u_n = 2^n$.

d) Thay n + 2 vào n trong công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n.2 - 2^n = 2^n(2-1) = 2^n > 0$ với mọi n. Vậy dãy số là dãy tăng.

b) Sai. Dãy không bị chặn trên vì không có giá trị M nào để $2^n < M$ với mọi n. Vậy dãy số không bị chặn.

c) Sai. $u_8 = 2^8 = 256$.

d) Sai. $u_{n+2} = 2^{n+2} = 4.2^n$.

Câu 4. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành ABCD tâm O, ngoài mặt phẳng (P) cho một điểm S.

a) C là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCB) và (SCD) là đường thẳng SC

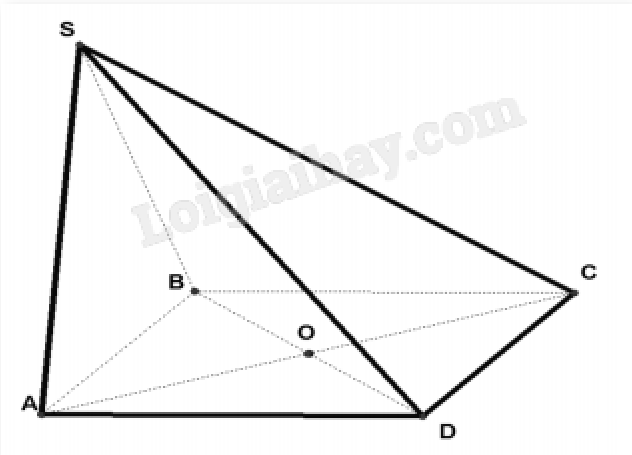
c) Đường thẳng AB song song với mặt phẳng (SCD)

d) Giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (SBD) là điểm C

Phương pháp giải:

Sử dụng các định lý về đường thẳng song song với mặt phẳng, cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:



a) Sai. C không thuộc mặt phẳng (SAB).

b) Đúng. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCB) và (SCD) là đường thẳng SC.

c) Đúng. Vì ABCD là hình bình hành nên AB//CD, khi đó AB//(SCD).

d) Sai. Giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (SBD) là điểm B.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử một vật dao động điều hoa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$.

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Phương pháp giải:

Tìm số nghiệm t trong khoảng từ 0 đến 6 của phương trình $0 = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó x = 0.

Ta có: $2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

Trong khoảng thời gian $0 \le t \le 6$ hay $0 \le \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5} \le 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \le k \le \frac{90 - 2\pi}{3\pi}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Vậy trong khoảng từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

Đáp án: 9.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ là bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Phương pháp giải:

Biến đổi biểu thức dựa vào các công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sin 2x = 2\sin x\cos x$, hằng đẳng thức…

Tìm giá trị nhỏ nhất của M dựa vào tập giá trị của hàm y = sinx.

Lời giải chi tiết:

$M = \sin^4 x + \cos^4 x = \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - \sin^2 x\cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$.

Ta có: $\sin^2 2x \le 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sin^2 2x \ge -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \ge 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{1}{2} = 0,5$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Đáp án: 0,5.

Câu 3. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông. Người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô vuông đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô vuông thứ hai nhiều hơn ô đâug tiên là 5 hạt dẻ, tiếp tục đặt vào ô vuông thứ ba số hạt dẻ nhiều hơn ô thứ hai là 5 hạt dẻ,… và cứ thế tiếp tục đến ô cuối cùng. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng hết 25450 hạt dẻ. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô?

Phương pháp giải:

Số hạt dẻ mỗi ô lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 25450, số hạng đầu $u_1 = 7$ công sai d = 5.

Tìm n.

Lời giải chi tiết:

Số hạt dẻ mỗi ô lập thành một cấp số cộng với tổng n số hạng là 25450, số hạng đầu $u_1 = 7$ công sai d = 5.

Ta có: $25450 = \frac{2.7 + (n-1).5}{2}.n \Leftrightarrow 50900 = (14 + 5n - 5).n \Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0$.

Giải phương trình được n = 100 hoặc n = $-\frac{509}{5}$ (loại).

Vậy bàn cờ có 100 ô.

Đáp án: 100.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

Phương pháp giải:

Tìm số giá trị của n sao cho $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$ nguyên.

Lời giải chi tiết:

Ta có $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1} = n + 2 + \frac{5}{n+1}$. Khi đó u_n nguyên khi và chỉ khi $\frac{5}{n+1}$ nguyên, hay $n+1$ là ước của 5.

Điều đó xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} n+1=1 \\ n+1=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=4 \end{array}\right.$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên loại n = 0.

Khi n = 4 thì $u_4 = 7$.

Vậy, dãy chỉ có duy nhất một số hạng nguyên là $u_4 = 7$.

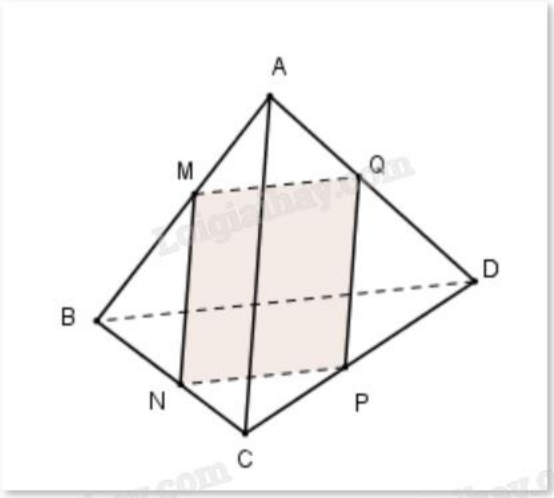
Đáp án: 1.

Câu 5. Cho tứ diện ABCD, M thuộc đoạn AB, thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua M song song với BD và AC là hình có mấy cạnh?

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song d và d' thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng đi qua M và song song với d và d' để xác định thiết diện.

Lời giải chi tiết:



$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABC) \\ (\alpha) // AC \subset (ABC) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và (ABC) là đường thẳng qua M và song song với AB, cắt BC tại N, suy ra MN//AC.

$\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) // BD \subset (BCD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và (BCD) là đường thẳng qua N và song song với BD, cắt CD tại P, suy ra NP//BD.

$\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) // AC \subset (ACD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và (ACD) là đường thẳng qua P và song song với AC, cắt AD tại Q, suy ra PQ//AC.

$\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) // AC \subset (ACD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và (ACD) là đường thẳng qua P và song song với AC, cắt AD tại Q, suy ra PQ//AC.

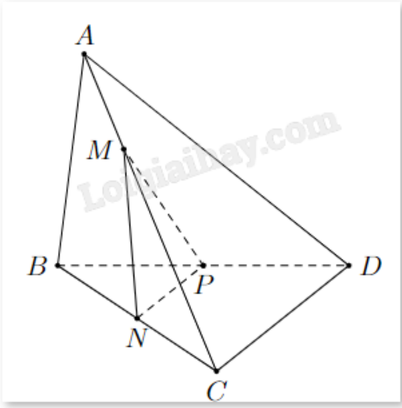
$\begin{cases} (\alpha) \cap (ABD) = MQ \\ (\alpha) // BD \subset (ABD) \end{cases}$ nên MQ//BD.

Có: MN//PQ (cùng song song với AC), NP//MQ (cùng song song với BD) nên MNPQ là hình bình hành.

Vậy thiết diện cần tìm có 4 cạnh.

Đáp án: 4.

Câu 6. Cho tứ diện ABCD có N, P lần lượt là trung điểm của BC, BD. Điểm M là điểm thay đổi trên cạnh AC. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q. Giả sử AC = kAM. Tìm k để tứ giác MNPQ là hình bình hành.

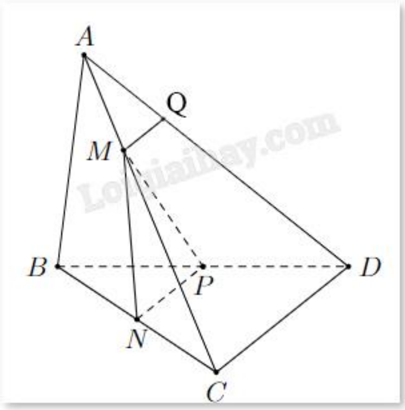


Phương pháp giải:

- Định lý Thales.

- Giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song là đường thẳng song song với hai đường thẳng đó.

Lời giải chi tiết:



Xét tam giác BCD có N là trung điểm của BC, P là trung điểm của BD.

Khi đó, NP là đường trung bình của tam giác BCD, suy ra NP//CD.

Ta có $\begin{cases}(MNP)\cap(ACD)=\{M\}\\ NP//CD\\ NP\subset(MNP)\\ CD\subset(ACD)\end{cases}$ nên giao tuyến của (MNP) và (ACD) là đường thẳng qua M song song với NP và CD. Gọi giao tuyến đó là d.

Mà $\begin{cases}Q\in(MNP)\\ Q\in AD\subset(ACD)\end{cases}$ nên $Q\in d$ và MQ//NP, MQ//CD.

Vì đã có MQ//NP nên để MNPQ là hình bình hành thì cần điều kiện MQ = NP.

Mà $NP=\frac{1}{2}CD$ nên cần $MQ=\frac{1}{2}CD$.

Xét tam giác ACD có $M\in AC$, $Q\in AD$ và MQ//CD.

Khi đó, $\frac{AM}{AC}=\frac{MQ}{CD}$ (định lý Thales đảo).

Vậy để MNPQ là hình bình hành thì $\frac{AM}{AC} = \frac{MQ}{CD} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow AC = 2AM$.

Đáp án: 2.