ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

1.D	2.C	3.C	4.B	5.A	6.C	7.B	8.A	9.D	10.C
11.D	12.C	13.C	14.A	15.B	16.D	17.A	18.A	19.B	20.B
21.B	22.C	23.D	24.B	25.C	26.A	27.A	28.B	29.B	30.D

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Liệt kê các phần tử của tập hợp.

Cách giải:

$S = \left\{ q \in \mathbb{Q} \middle| 25q^4 - 9q^2 = 0 \right\}$.

$$25q^4 - 9q^2 = 0 \Leftrightarrow q^2\left(25q^2 - 9\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q^2 = 0 \\ 25q^2 - 9 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q = 0 \\ q = \dfrac{3}{5} \\ q = \dfrac{-3}{5} \end{array} \right. .$$

Vậy S có 3 phần tử.

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị, xác định khoảng đồng biến là khoảng ứng với đồ thị đi lên, khoảng nghịch biến là khoảng ứng với đồ thị đi xuống.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;3)$.

Chọn C.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Cách giải:

ĐKXĐ: $2x-2\ne 0 \Leftrightarrow x\ne 1$.

Vậy TXĐ của hàm số là $D=\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

Chọn C.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có tọa độ đỉnh $\left(-\frac{b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$, có bề lõm hướng lên khi a > 0 và hướng xuống khi a < 0.

Cách giải:

Hàm số $y=-x^2+2x+3$ có a = -1, b = 2, c = 3.

Vì a < 0 nên bề lõm hướng xuống => Loại C.

Đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh (1;4) => Loại A và D.

Chọn B.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào hàm số. Điểm nào thỏa mãn hàm số thì sẽ thuộc đồ thị hàm số.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm $M_1(2;1)$ vào hàm số: $1=\frac{1}{2-1}$ (đúng) nên M_1 thuộc đồ thị hàm số.

Chọn A.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

- Xác định a,Δ. Xét dấu của $f(x)$ theo quy tắc xét dấu tam thức bậc hai.

Cách giải:

Ta có $x^2+12x+36=0 \Leftrightarrow x=-6$ và $a=1>0$.

Nên ta có bảng xét dấu:

X	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	

Chọn C.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa hai vecto bằng nhau.

Cách giải:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \,||\, CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$ là hình bình hành.

Mặt khác, ABDC là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \,||\, CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là ABDC là hình bình hành.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Nhóm $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}$, áp dụng quy tắc cộng vectơ.

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) - \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\right) = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

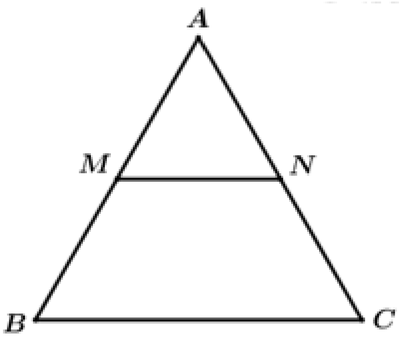
Chọn A.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng các kiến thức về tam giác đều, đường trung bình trong tam giác.

Cách giải:



Vì $\left.\begin{matrix} MA = MB \\ \overrightarrow{MA} \nearrow\swarrow \overrightarrow{MB} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$ nên đáp án A sai.

Vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên đáp án B sai.

Vì $\left.\begin{matrix} MN = \dfrac{1}{2}BC \\ \overrightarrow{MN} \nearrow\nearrow \overrightarrow{BC} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ nên đáp án C sai.

Vì MN là đường trung bình của ΔABC nên $\left|\overrightarrow{BC}\right| = 2\left|\overrightarrow{MN}\right|$.

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A, B vào hàm số.

Giải hệ phương trình tìm a, c và xác định hàm số bậc hai.

Cách giải:

Vì A, B thuộc đồ thị hàm số nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -2 = a - 1 + c \\ 3 = 4a - 2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = -1 \\ 4a + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

Vậy hàm số bậc hai là $y = 2x^2 - x - 3$.

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Khi a > 0, hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có GTNN bằng $-\dfrac{\Delta}{4a}$ tại $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Cách giải:

Hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ có a = 1, b = -4, c = 5.

$\Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4.1.5 = -4$.

Vậy hàm số có GTNN bằng $-\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{-4}{4.1} = 1$ tại $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-4}{2.1} = 2$.

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Dùng quy tắc xét dấu của tam thức bậc hai. Hoặc biến đổi về hằng đẳng thức rồi giải bất phương trình.

Cách giải:

$f(x) = x^2 + 4x + m - 5 = (x^2 + 4x + 4) + m - 9 = (x+2)^2 + (m-9)$.

Ta có: $(x+2)^2 \ge 0, \forall x$.

Để $f(x) > 0, \forall x$ thì $m - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Hàm số xác định khi $\dfrac{2}{x^2 + 5x - 6} \ge 0$ và $x^2 + 5x - 6 \ne 0$.

Xét dấu các tam thức bậc 2 và kết luận nghiệm.

Cách giải:

Hàm số xác định khi $\frac{2}{x^2+5x-6} \ge 0$ và $x^2+5x-6 \ne 0$.

$\Leftrightarrow x^2+5x-6>0.$

Ta có $a=1>0$, x^2+5x-6 có hai nghiệm là $x=1; x=-6$

Vậy $x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>1 \end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}=a\,(a>0) \Leftrightarrow f(x)=a^2$

Cách giải:

$\sqrt{x^2-4x-1}=2$

$\Leftrightarrow x^2-4x-1=4$

$\Leftrightarrow x^2-4x-5=0$

$\Leftrightarrow (x-5)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-5=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vậy $S=\{5;-1\}$.

Chọn A.

Câu 15 (TH):

Phương pháp:

Gọi M là trung điểm BC, tính độ dài AM.

Sử dụng tính chất của trọng tâm G $\left(AG=\frac{2}{3}AM\right)$ để tính AG.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của BC.

Tam giác ABC đều cạnh 1 suy ra $AM=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{AG}\right|=AG=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

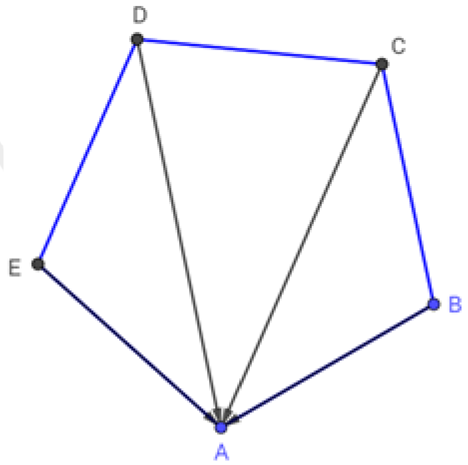
Chọn B.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Liệt kê các vecto có điểm cuối là A từ các điểm A, B, C, D, E.

Cách giải:



Ta có 4 vectơ thỏa đề bài: $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EA}$.

Chọn D.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

+ Xác định $\vec{c}$ và $|\vec{c}|$. Tính $\vec{a}.\vec{c}$.

+ Áp dụng công thức $\cos(\vec{a},\vec{c}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{c}}{|\vec{a}|.|\vec{c}|}$ để tìm $(\vec{a},\vec{c})$.

Cách giải:

$|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ và $(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$.

Ta có:

$\vec{c}^2 = (\vec{a}-\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2.|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}) = 2^2 + 1^2 - 2.2.1.cos60^0 = 3$

$\Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{3}$

$\vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.(\vec{a}-\vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{a}.\vec{b} = \vec{a}^2 - |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}) = 2^2 - 2.1.\cos 60^0 = 3$

Mà $\cos(\vec{a},\vec{c}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{c}}{|\vec{a}|.|\vec{c}|} = \dfrac{3}{2.\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $\cos(\vec{a},\vec{c}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow \angle(\vec{a},\vec{c}) = 30^0$

Chọn A.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Dùng tính chất vectơ và độ dài vectơ

Cách giải:

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = 4$

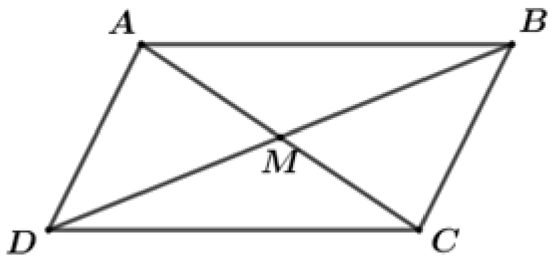
Chọn A.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa tích của vecto với một số, quy tắc cộng vecto, quy tắc hình bình hành để phân tích vecto theo các vecto khác.

Cách giải:



Vì ABCD là hình bình hành nên $DB = 2DM$.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}\right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

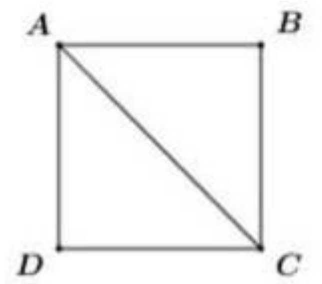
Chọn B.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)$.

Cách giải:



Vì *ABCD* là hình vuông cạnh *a* nên *AB* = *BC* = *a* và *AC* là phân giác của góc *BAD.*

$\Rightarrow \angle BAC = 45^0 = \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông *ABC* ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$
$$\Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = a.a\sqrt{2}.\cos 45^0 = a^2\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

Chọn B.

Câu 21 (VD):

Phương pháp:

Lập hàm số bậc hai biểu thị khối lượng cá theo hoạch sau mỗi vụ theo ẩn x.

Tìm GTLN của hàm số.

Cách giải:

Khối lượng cá thu hoạch sau mỗi vụ là: $f\left(x\right)=x\left(480-20x\right)=-20x^2+480x\left(gam\right)$.

f(x) là hàm số bậc hai có a = -20, b = 480, c = 0 $\Rightarrow \Delta = 480^2$.

=> Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-480^2}{4.\left(-20\right)}=-2880$ đạt được tại $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-480}{2.\left(-20\right)}=12$.

Vậy để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất phải thả 12 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ.

Chọn B.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

Xét các trường hợp: $\Delta'<0$; $\Delta'=0$; $\Delta'>0$

Cách giải:

Đặt $f\left(x\right)=-2x^2+2\left(m-2\right)x+m-2$.

$\Delta'=\left(m-2\right)^2+2\left(m-2\right)=m^2-2m$

+) $\begin{cases} a=-2<0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2<0 \\ m^2-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2$

$\Rightarrow f\left(x\right)<0, \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy bất phương trình $-2x^2+2\left(m-2\right)x+m-2\geq 0$ vô nghiệm.

$\Rightarrow$ Loại

+) $\Delta'=0 \Leftrightarrow m^2-2m=0 \Leftrightarrow m\left(m-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2x^2-4x-2=0 \\ -2x^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy bất phương trình $-2x^2+2\left(m-2\right)x+m-2\geq 0$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Nhận $m=0; m=2$.

+) $\Delta'>0 \Leftrightarrow m^2-2m>0 \Leftrightarrow m\left(m-2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow f\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (giả sử $x_1<x_2$)

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta có: $f(x) \ge 0 \Leftrightarrow x_1 \le x \le x_2$

$\Rightarrow$ Nhận $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 2 \end{array}\right.$

Kết hợp các trường hợp, ta được $m \in (-\infty; 0] \cup [2;\ +\infty)$.

Vậy $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 23 (VD):

Phương pháp:

- Giải phương trình chứa căn $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A = B^2 \end{cases}$.

- Sử dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

Ta có:

$$\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ x^2 + mx + 2 = 4x^2 + 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ 3x^2 - (m-4)x - 1 = 0\,(*) \end{cases}$$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt $x_1 > x_2 \ge -\dfrac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > -1 \\ \left(x_1 + \dfrac{1}{2}\right)\left(x_2 + \dfrac{1}{2}\right) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2 + 12 > 0\,(luon\ dung) \\ \dfrac{m-4}{3} > -1 \\ \dfrac{-1}{3} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{m-4}{3} + \dfrac{1}{4} \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 4 > -3 \\ \dfrac{m-4}{6} \ge \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m - 4 \ge \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{9}{2}.$$

Vậy $m \ge \dfrac{9}{2}$.

Chọn D.

Câu 24 (VD):

Phương pháp:

- Mô hình hoá bài toán.
- Tính BC dựa vào định lí côsin trong tam giác ABC.
- Tính thời gian chèo thuyền bằng công thức $t = \frac{s}{v}$. Trong đó: t là thời gian; s là quãng đường; v là vận tốc.

Cách giải:

Áp dụng định lí Cô sin cho tam giác ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$ =0,28 km.

Vậy thời gian du khách chèo thuyền từ C đến B là: $t = \frac{BC}{v} = \frac{0,28}{4} = 0,07$ giờ $= 4,2$ phút.

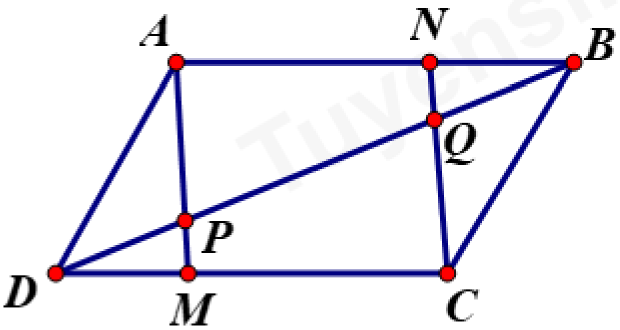
Chọn B.

Câu 25 (VD):

Phương pháp:

- Vẽ hình.
- Xét xem $\overrightarrow{AM}$ có bằng $\overrightarrow{NC}$ không bằng cách xét ANCM có là hình bình hành không.
- Xét xem DP có bằng QB không.

Cách giải:



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác ANCM là hình bình hành

Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

Xét tam giác ΔDMP và ΔBNQ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $PDM = QBN$ (so le trong)

Mặt khác $DPM = APB$ (đối đỉnh) và $APQ = NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $DPM = NQB$.

Suy ra: $DMP = BNQ$.

Do đó $\Delta DMP = \Delta BNQ$ (c.g.c) suy ra $DP = QB$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DP}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$.

Chọn C.

Câu 26 (VD):

Phương pháp:

Dùng tính chất vectơ và độ dài vectơ

Cách giải:

$\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|\Rightarrow\left|\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|$ => M nằm trên 1 đường tròn tâm C bán kính AB

Chọn A.

Câu 27 (VD):

Phương pháp:

Thu gọn các biểu thức vecto ở hai vế.

Tìm quỹ tích điểm M dựa vào đẳng thức vecto vừa thu gọn.

Cách giải:

Theo bài ra, ta có: $x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MB}+z\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow x\overrightarrow{MA}+y\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)+z\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{AB}+z\overrightarrow{MA}+z\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\left(x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MA}+z\overrightarrow{MA}\right)+\left(y\overrightarrow{AB}+z\overrightarrow{AC}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow(x+y+z)\overrightarrow{MA}+\left(y\overrightarrow{AB}+z\overrightarrow{AC}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow(x+y+z)\overrightarrow{MA}=-y\overrightarrow{AB}-z\overrightarrow{AC}$

Đặt $-y\overrightarrow{AB}-z\overrightarrow{AC}=\vec{u}$. Khi đó, ta có: $(x+y+z)\overrightarrow{MA}=\vec{u}$

Do đó, nếu $x+y+z\neq 0$ thì tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn đẳng thức trên.

Chọn A.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Từ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ chứng minh được $OA=OB$. Từ đó, rút ra kết luận.

Cách giải:

Ta có:

$\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right).\overrightarrow{AB}=0$

$\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}\right).\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)=0$

$\Leftrightarrow OB^2-OA^2=0$

$\Leftrightarrow OA=OB$

$\Rightarrow\Delta AOB$ cân tại O.

Vậy điều kiện cần và đủ để $\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right).\overrightarrow{AB}=0$ là ΔAOB cân tại O.

Chọn B.

Câu 29 (VDC):

Cách giải:

Xét tam thức: $f\left(x\right)=x^2+mx+m^2+6m$

Để $f\left(x\right)<0\forall x\in\left(1;2\right)\Rightarrow x_1<1<2<x_2$ trong đó x_1,x_2 là hai nghiệm của tam thức.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-m\\x_1x_2=m^2+6m\end{cases}$

Từ đây ta có:

$$\begin{cases}\Delta>0\\x_1<1<x_2\\x_1<2<x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\\left(x_1-1\right)\left(x_2-1\right)<0\\\left(x_1-2\right)\left(x_2-2\right)<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4\left(m^2+6m\right)>0\\x_1x_2-\left(x_1+x_2\right)+1<0\\x_1x_2-2\left(x_1+x_2\right)+4<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-3m^2-24m>0\\m^2+6m+m+1>0\\m^2+6m+2m+4<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-8<m<0\\\dfrac{-7-3\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{-7+3\sqrt{5}}{2}\\-4-2\sqrt{3}<m<-4+2\sqrt{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\frac{-7-3\sqrt{5}}{2}<m<-4+2\sqrt{3}$$

Mà m nguyên nên $m=-6$.

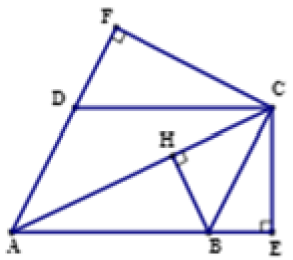
Chọn B.

Câu 30 (VDC):

Phương pháp:

+) Từ hai hình chiếu của C lên AB,AD, ta biến đổi các các đẳng thức theo đề bài để đưa ra đáp án đúng.

Cách giải:



Vì E,F lần lượt là hình chiếu của C lên AB,AD nên ta có:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}^2 \ (*)$

Do AC là đường chéo lớn nên $\angle ABC \ge 90^o$ và B nằm giữa hai điểm A và E. Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = AB.AE$

Tương tự ta có D nằm giữa hai điểm A và F. Suy ra $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AF} = AD.AF$

Vậy $(*)$ trở thành: $AB.AE + AD.AF = AC^2$

Chọn D.

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (TH):

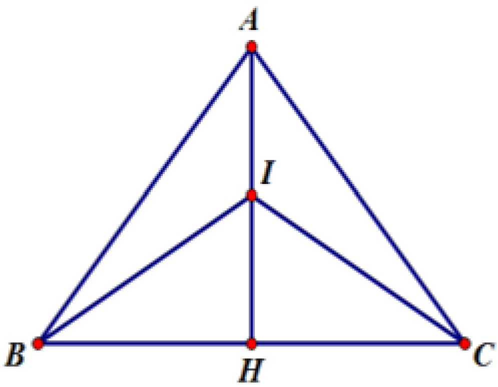
Phương pháp:

a) Nhóm $\overrightarrow{IB}$ và $\overrightarrow{IC}$.

b) Tính IA, IB. Tính $\cos \angle BIA$ theo hệ quả định lí cosin trong tam giác BIA.

c) Sử dụng: $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}$, $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}$ thay vào điều điện đề bài cho để tìm MI.

Cách giải:



a) Chứng minh $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$VT = \left(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}\right) + 2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IH} + 2\overrightarrow{IA} = 2\left(\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{IA}\right) = 2.\vec{0} = \vec{0} = VP$ (Đpcm).

b) Tính $\cos \angle BIA$.

Ta có $IH = IA = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$; $IB = IC = \sqrt{BH^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

$$\cos BIA = \frac{IB^2 + IA^2 - BA^2}{2IB.IA} = \frac{\frac{7a^2}{16} + \frac{3a^2}{16} - a^2}{2\frac{a\sqrt{7}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{4}} = -\frac{3}{\sqrt{21}}.$$

c)

$$MB^2 + MC^2 + 2MA^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2$$

$$= 4MI^2 + 2IA^2 + IB^2 + IC^2 = 4MI^2 + \frac{20a^2}{16}$$

Suy ra $MI = \frac{a}{2}$. Vậy điểm tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = \frac{a}{2}$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

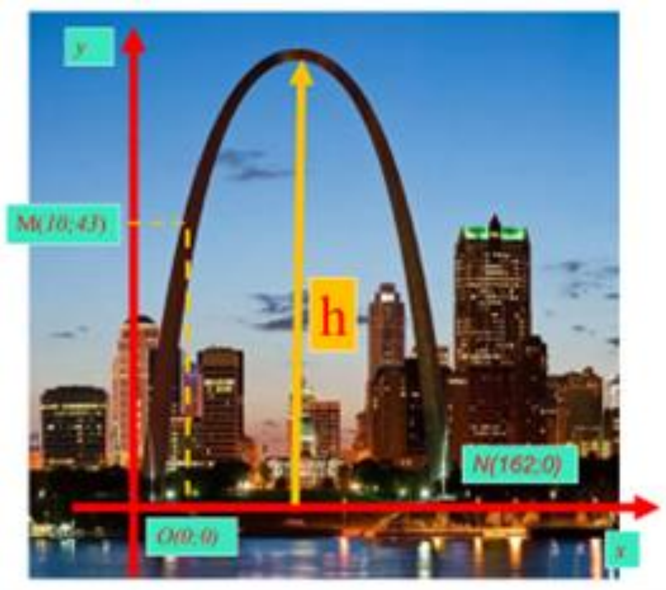
Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ.

Giả sử Parabol có phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Tìm (P) biết P đi qua các điểm $O(0;0), M(10;43), N(162;0)$.

Chiều cao của cổng là tung độ đỉnh của parabol.

Cách giải:



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ trên, chân kia là điểm $N(162;0)$. Giả sử Parabol có phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Khi đó Parabol (P) đi qua các điểm $O(0;0), M(10;43), N(162;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 26244a + 162b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \\ c = 0 \end{cases}.$$

Do đó $(P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Khi đó chiều cao của cổng là $h = y(81) = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{282123}{1520} \approx 185,6(m)$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Xét các trường hợp: $a = 0$, $a \ne 0$: Phương trình bậc hai có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \ge 0$.

Cách giải:

Xét phương trình: $\left(m-5 \right)x^2 - 4mx + m - 2 = 0\left(1 \right)$

Trường hợp 1: $m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$

Phương trình $\left(1 \right)$ trở thành: $-20x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{20}$

$\Rightarrow$ Với $m = 5$ phương trình $\left(1 \right)$ có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{3}{20}$.

Trường hợp 2: $m - 5 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 5$

Phương trình \left(1 \right) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow \left(-2m \right)^2 - \left(m-5 \right)\left(m-2 \right) \ge 0 \Leftrightarrow 4m^2 - \left(m^2 - 7m + 10 \right) \ge 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 7m - 10 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m \le -\dfrac{10}{3} \end{array} \right.$$

Kết hợp với điều kiện $m \ne 5$ ta có: $m \in \left(-\infty; \dfrac{10}{3} \right] \cup \left[1; +\infty \right) \backslash \left\{ 5 \right\}$

Kết hợp cả hai trường hợp ta có: $m \in \left(-\infty; -\dfrac{10}{3} \right] \cup \left[1; +\infty \right)$ hay $\left[\begin{array}{l} m \le -\dfrac{10}{3} \\ m \ge 1 \end{array} \right.$.