ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

1. B	6. C	11. D	16. A	21. A	26. B	31. D
2.A	7. D	12. C	17. B	22. C	27. B	32. A
3. A	8. C	13. D	18. D	23. D	28. B	33. C
4. A	9. D	14. D	19. C	24. A	29. D	34. A
5. B	10. D	15. D	20. D	25. D	30. C	35. D

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề là câu khẳng định, có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

(1) và (4) là mệnh đề.

Chọn B.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của $\forall$ là $\exists$, phủ định của $>$ là $\le$.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x-2>5$" là "$\exists x \in \mathbb{R}, x-2 \le 5$".

Chọn A.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Viết tập hợp theo cách liệt kê các phần tử.

Cách giải:

Giải phương trình $x(x-2)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Mà $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{2;3\}$.

Vậy D = {2;3}.

Chọn A.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp B và viết tập hợp B theo cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

Cách giải:

B = {3;6;9;12;15}

$\Rightarrow B=\{3n \mid n \in \mathbb{N}, 1 \le n \le 5\}$.

Chọn A.

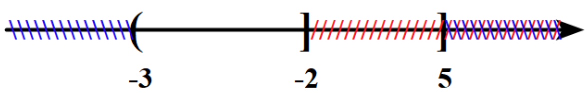
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

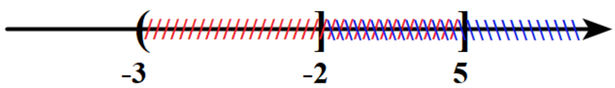
Cách giải:

+) $A \cap B=(-3;-2]$



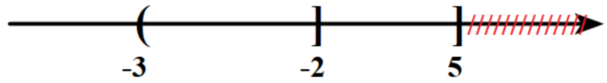
=> A đúng.

+) $A \setminus B=(-\infty;-3]$



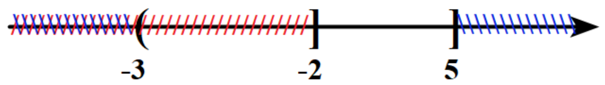
=> B sai.

+) $A \cup B=(-\infty;5]$



=> C đúng.

+) $B \setminus A = (-2;5]$.



=> D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Tập hợp A được gọi là tập con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B.

Cách giải:

$A_3 = \{4;5\} \subset A = \{1;2;3;4;5\}$.

Chọn C.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Tìm khẳng định đúng.

Cách giải:

5 là số nguyên tố, 9, 12, 4 là hợp số nên mệnh đề D đúng.

Chọn D.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$ax + by \le c$ ($ax + by \ge c$, $ax + by < c$, $ax + by > c$)

Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Cách giải:

Ta có: $2x^2 + 1 \ge y + 2x^2 \Leftrightarrow y - 1 \le 0$ nên đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn C.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Thay các tọa độ điểm vào bất phương trình, điểm nào thỏa mãn bất phương trình thì thuộc miền nghiệm của bất phương trình đó.

Cách giải:

+) Thay tọa độ điểm (5;1) vào bất phương trình ta có: 3.5 + 2.1 < 10 (Vô lí) => (5;1) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (4;2) vào bất phương trình ta có: 3.4 + 2.2 < 10 (Vô lí) => (4;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;5) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.5 < 10 (Vô lí) => (1;5) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;2) vào bất phương trình ta có: 3.1 + 2.2 < 10 (Đúng) => (1;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Cách giải:

$EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC: $\dfrac{AC}{\sin B} = \dfrac{AB}{\sin C} \Rightarrow \dfrac{\sin B}{\sin C} = \dfrac{AC}{AB}$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\dfrac{AC}{\sin B} = \dfrac{AB}{\sin C} \Rightarrow \dfrac{\sin B}{\sin C} = \dfrac{AC}{AB}$.

Theo giả thiết $\dfrac{\sin B}{\sin C} = \sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{AC}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}AB.$

Vậy $AC = \sqrt{3}.2\sqrt{2} = 2\sqrt{6}.$

Chọn D.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S = \dfrac{1}{2}bc.\sin A.$

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \dfrac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a.

Cách giải:

Ta có:

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2 A = \frac{16}{25}$

Vì $0^0 < A < 180^0$ nên sinA > 0 $\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}bc.\sin A. = \frac{1}{2}.7.5.\frac{4}{5} = 14.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A.$

$= 7^2 + 5^2 - 2.7.5.\frac{3}{5}$

$= 32$

$\Rightarrow a = 4\sqrt{2}.$

Lại có: $S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2.14}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Với x là nghiệm của phương trình đã cho thì mệnh đề P(x) là mệnh đề đúng.

Cách giải:

Ta có: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Vậy với x = 1 thì P(x) là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cách giải:

$\begin{cases} x - 4 \ge y \\ 3x + 4y < 5 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn D.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$$T = 2 + \sin^2 90^0 + 2\cos^2 60^0 - 3\tan^2 45^0$$

$$T = 2 + 1^2 + 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3.1^2$$

$$T = \frac{1}{2}.$$

Chọn D.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = pr = \frac{abc}{4S} = \frac{1}{2}c.h_c$.

Cách giải:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C$ nên đáp án A sai.

Chọn A.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác: $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C$.

Cách giải:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C$$
$$= 1^2 + 3^2 - 2.1.3.\cos 60^0 = 7$$
$$\Rightarrow AB = \sqrt{7}.$$

Chọn B.

Câu 18 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$.

Cách giải:

Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác là một hình thoi thì tứ giác đó nội tiếp được một đường tròn" là

Chọn D.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $[1;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau ta có: $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Cách giải:

α và β là hai góc khác nhau và bù nhau nên $\sin\alpha = \sin\beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$, $\tan\alpha = -\tan\beta$, $\cot\alpha = -\cot\beta$.

Vậy đẳng thức ở đáp án D sai.

Chọn D.

Câu 21 (TH):

Phương pháp:

$C_B A = B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ và } x \notin A\}$.

Cách giải:

Ta có: $C_B A = B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ và } x \notin A\}$.

$\Rightarrow C_B A = \{3;5;7;8\}$.

Chọn A.

Câu 21 (VD):

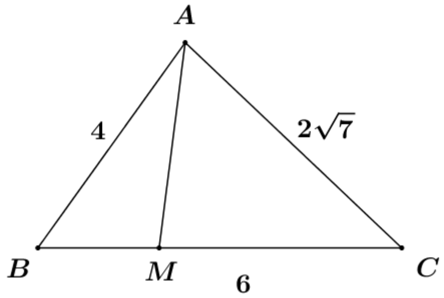
Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lí cosin trong tam giác ABC tính cosB: $\cos B = \dfrac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$.

Tính BM, CM.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác ABM tính AM: $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$.

Cách giải:



Ta có:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$$
$$= \frac{4^2 + 6^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2}{2.4.6} = \frac{1}{2}$$

Vì MC = 2MB, BC = 6 nên $BM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.6 = 2.$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM ta có:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$$
$$= 4^2 + 2^2 - 2.4.2.\frac{1}{2} = 12$$
$$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}.$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (0;1) nên loại đáp án B, C.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y < 1$ ta có: 2.0 + 0 < 1 (Đúng) => Loại.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y > 1$ ta có: 2.0 + 0 > 1 (Vô lí) => Thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

Cách giải:

Ta có:

$1+\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

$\Leftrightarrow 1+\left(-2\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{9}$

$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{1}{3}$

Vì $0^0 < \alpha < 180^0 \Rightarrow \sin\alpha > 0$. Mà $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} < 0$ nên $\cos\alpha < 0$.

Vậy $\cos\alpha = -\dfrac{1}{3}$.

Chọn A.

Câu 25 (VD):

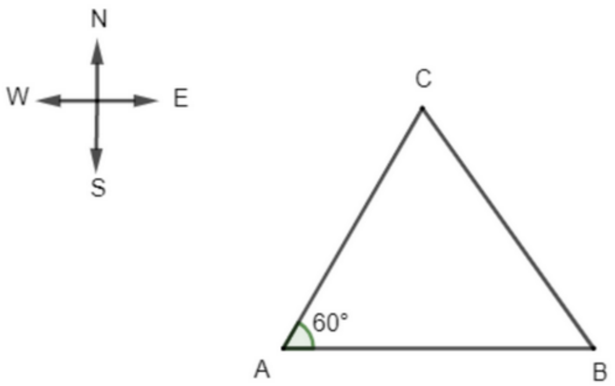
Phương pháp:

Hướng N30^{0}E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0 - 30^0 = 60^0$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác.

Cách giải:

Hướng N30^{0}E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30^0 và tạo với hướng đông một góc $90^0 - 30^0 = 60^0$.



A là vị trí cảng.

Ca nô đi theo hướng đông từ A đến B, sau 3 giờ đi được quãng đường AB = 50.3 = 150 (km).

Tàu cá đi theo hướng N30^{0}E từ A đến C, sau 3 giờ đi được quãng đường AC = 40.3 = 120 (km).

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 60$

$= 150^2 + 120^2 - 2.150.120.\dfrac{1}{2}$

$= 18900$

$\Rightarrow BC = 30\sqrt{21} \approx 137,5$.

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau khoảng 137,5km.

Chọn D.

Câu 26:

Cách giải:

Sử dụng máy tính cầm tay, ta được $\sqrt{3} = 1,7320508076...$

Làm tròn đến hàng phần nghìn ta được kết quả: $1,732$.

Chọn B.

Câu 27.

Cách giải

Ta có: $h = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m} \Rightarrow d = 0,2$

Độ chính xác d có chữ số (khác 0) ở hàng lớn nhất là hàng phần mười, do đó ta làm tròn số gần đúng $h = 347,13$ đến hàng đơn vị, kết quả là 347.

Chọn B.

Câu 28 (TH):

Phương pháp:

Trung bình

$\overline{x} = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_kx_k}{n}$ trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + ... + m_k$

Cách giải:

Khối lượng trung bình của cả ba nhóm học sinh là: $\overline{x} = \dfrac{20.50 + 15.38 + 25.40}{20 + 15 + 25} = 42,8.$

Chọn B.

Câu 29 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

Cách giải:

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{9.1 + 10.1 + 11.3 + 12.5 + 13.8 + 14.13 + 15.19 + 16.24 + 17.14 + 18.10 + 19.2}{100} = \frac{1523}{100} = 15,23 \text{ (điểm)}$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{100}\left[1.(9 - 15,23)^2 + 1.(10 - 15,23)^2 + \ldots + 10.(18 - 15,23)^2 + 2.(19 - 15,23)^2\right] = 3,9571 \text{(điểm)}$$

Độ lệch chuẩn:

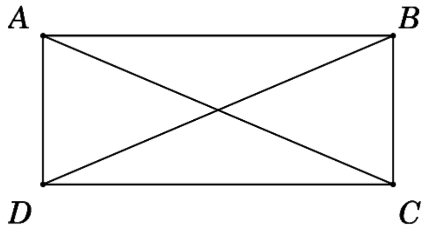
$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,9571} \approx 1,9892 \text{ (điểm)}$$

Vậy phương sai nhỏ hơn 4, độ lệch chuẩn nhỏ hơn 2.

Chọn D.

Câu 30:

Cách giải:



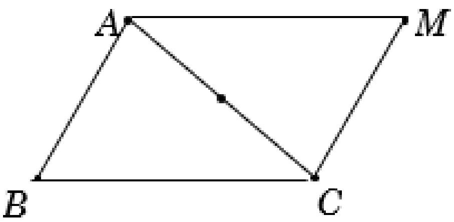
Ta có $\begin{cases} \left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=BD \\ \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC \end{cases}$.

Mà $BD=AC \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$.

Chọn C.

Câu 31:

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}=\overrightarrow{CB}.$

Do đó D sai.

Chọn D.

Câu 32:

Cách giải:

Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{BC}$

Vậy A đúng.

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$ **=> B sai.**

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{CD}$ => C sai

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$ => **D sai.**

Chọn A.

Câu 33:

Cách giải:

Ta có: $OA=OB=a$

$\Rightarrow \left|2\overrightarrow{OA}\right|+\left|3\overrightarrow{OB}\right|=2a+3a=5a$. Vậy B đúng.

Tương tự, ta có $\left|11\overrightarrow{OA}\right|-\left|6\overrightarrow{OB}\right|=11a-6a=5a$. Do đó D đúng.

Lấy C, D sao cho $\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}=4\overrightarrow{OB};$

Dựng hình bình hành OCED. Do $AOB=90^{\circ}$ nên OCED là hình chữ nhật.

Ta có: $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OE}$

$\Rightarrow \left|3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OE}\right|=OE$

Lại có: $OC=3OA=3a, OD=4OB=4a.$

$\Rightarrow OE=\sqrt{OC^2+CE^2}=\sqrt{OC^2+OD^2}=\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=5a$

Do đó A đúng.

Chọn C.

Câu 34:

Cách giải:

Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$

Khi đó $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AB}^2\right)=\frac{1}{2}\left(AC^2-AB^2\right)=\frac{b^2-c^2}{2}$

Chọn A.

Câu 35:

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} BD=a\sqrt{2} \\ \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}=\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\right)+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BD} \end{cases}$

Khi đó $P=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).2\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=-2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}+\vec{0}$

$= -2BA.BD\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right) = -2.a.a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = -2a^2$

Chọn D.

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Ta có:

$= \overrightarrow{MA}\cdot(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB})+\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC})+\overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}) =$

$= \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}$

$= \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MB} = 0$

b)

$MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA})^2 = MG^2+GA^2+2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GA}$

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB})^2 = MG^2+GB^2+2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GB}$

$MC^2 = \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC})^2 = MG^2+GC^2+2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GC}$

$\Rightarrow MA^2+MB^2+MC^2 = 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2+2(\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GC})$

$= 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2+2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}) = 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$

c) Vì $MA^2+MB^2+MC^2 = 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$ đúng với M bất kì.

Chọn $M \equiv A$ ta được:

$AA^2+AB^2+AC^2 = 3AG^2+GA^2+GB^2+GC^2$

$\Leftrightarrow AB^2+AC^2 = 4GA^2+GB^2+GC^2$

Tương tự,

$M \equiv B \Rightarrow BA^2+BC^2 = 4\,GB^2+GA^2+GC^2$

$M \equiv C \Rightarrow CB^2+AC^2 = 4GC^2+GB^2+GA^2$

Thay $AB = c, AC = b, BC = a$

$\Rightarrow 6\left(GA^2+GB^2+GC^2\right) = 2\left(a^2+b^2+c^2\right)$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2 = \dfrac{1}{3}\left(a^2+b^2+c^2\right)$

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có

$CAB = 60^\circ, ABC = 105^\circ 30'$ và $c = 70$

Khi đó $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ \Leftrightarrow \hat{C}=180^\circ-\left(\hat{A}+\hat{B}\right)=180^\circ-165^\circ 30'=14^\circ 30'$

Theo định lí sin, ta có $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ hay $\dfrac{b}{\sin 105^\circ 30'}=\dfrac{70}{\sin 14^\circ 30'}$

Do đó $AC = b = \sin 105^\circ 30' \dfrac{70}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30° nên $CH=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{269,4}{2}=134,7m$

Vậy ngọn núi cao khoảng 135m.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

Thay $x = 30^0$, sử dụng mối quan hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau.

Cách giải:

Thay $x = 30^0$ ta có:

$$P = 4\tan\left(30^0+4^0\right).\sin 30^0 \cot\left(4.30^0+26^0\right)+\frac{8\tan^2\left(3^0-30^0\right)}{1+\tan^2\left(5.30^0+3^0\right)}+8\cos^2\left(30^0-3^0\right)$$

$$P = 4\tan 34^0.\sin 30^0 \cot 146^0+\frac{8\tan^2\left(-27^0\right)}{1+\tan^2 153^0}+8\cos^2 27^0$$

$$P = 4\tan 34^0.\sin 30^0 \cot\left(180^0-34^0\right)+8\tan^2 27^0\cos^2 153^0+8\cos^2 27^0$$

$$P = -4\tan 34^0.\sin 30^0 \cot 34^0+8\tan^2 27^0\cos^2\left(180^0-27^0\right)+8\cos^2 27^0$$

$$P = -4.\sin 30^0+8\tan^2 27^0\cos^2 27^0+8\cos^2 27^0$$

$$P = -4.\sin 30^0+8\cos^2 27^0\left(\tan^2 27^0+1\right)$$

$$P = -4.\sin 30^0+8\cos^2 27^0\frac{1}{\cos^2 27^0}$$

$$P = -4.\frac{1}{2}+8$$

$$P = 6.$$