

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai tam giác có hai góc bằng nhau thì góc thứ ba của hai tam giác bằng nhau
- B. Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau
- C. Tam giác có ba cạnh bằng nhau thì có ba góc bằng nhau
- D. Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.

Câu 2: Cho mệnh đề P(x): " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x) là

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ".
- B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ".
- C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ".
- D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ".

Câu 3: Cho tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 2}{x} \in \mathbb{Z} \right\}$. Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử.

- A. $A = \{-2; 0; 1; 2\}$
- B. $A = \{-2; -1; 0; 2\}$
- C. $A = \{-2; -1; 1; 2\}$
- D. $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Câu 4: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng:

- A. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 1\}$
- B. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$
- C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$

D. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

Câu 5: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 2]$ và $B = (-3; 5]$. Tìm mệnh đề sai.

A. $A \cap B = (-3; 2]$.

B. $A \setminus B = (-\infty; -3)$.

C. $A \cup B = (-\infty; 5]$.

D. $B \setminus A = (2; 5]$.

Câu 6: Cho tập hợp: $B = \left\{ \{x; y; z; 1; 5\} \right\}$. Số tập hợp con của tập hợp B là

A. 29

B. 30

C. 31

D. 32

Câu 7: Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ ” khẳng định rằng:

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 2.

B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2.

C. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 2.

D. Nếu x là một số thực thì $x^2 = 2$.

Câu 8: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2 + 3y > 0$

B. $x^2 + y^2 < 2$

C. $x + y^2 \geq 0$

D. $x + y \geq 0$

Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. A(1; -1)

B. B(-1; -1)

C. C(-1; 1)

D. D($-\sqrt{3}; \sqrt{3}$)

Câu 10: Trong tam giác EFG, chọn mệnh đề đúng.

A. $EF^2 = EG^2 + FG^2 + 2EG.FG.\cos G$.

B. $EF^2 = EG^2 + FG^2 + 2EG.FG.\cos E$.

C. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos E$.

D. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$.

Câu 11: Cho tam giác ABC biết $\frac{\sin B}{\sin C} = \sqrt{3}$ và $AB = 2\sqrt{2}$. Tính AC.

- A. $2\sqrt{3}$.
 B. $2\sqrt{5}$.
 C. $2\sqrt{2}$.
 D. $2\sqrt{6}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $b = 7$, $c = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ABC là:

- A. 8.
 B. $8\sqrt{3}$.
 C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
 D. $7\sqrt{2}$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A. Nếu số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9 thì số tự nhiên n chia hết cho 3.
 B. Nếu $x > y$ thì $x^2 > y^2$.
 C. Nếu $x = y$ thì $t.x = t.y$.
 D. Nếu $x > y$ thì $x^3 > y^3$.

Câu 14: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của

hệ bất phương trình?

- A. $O(0;0)$
 B. $M(1;0)$
 C. $N(0;-2)$
 D. $P(0;2)$

Câu 15: Giá trị của biểu thức $B = 4a^2 \sin^2 45^\circ - 3(a \tan 45^\circ)^2 + (2a \cos 45^\circ)^2$ với $a = 1$ là:

- A. 3.
 B. $-\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{1}{2}$.
 D. 1.

Câu 16: Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a .

- A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$
 B. $r = \frac{a\sqrt{2}}{5}$

C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

D. $r = \frac{a\sqrt{5}}{7}$

Câu 17: Tam giác ABC có $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$ và $C = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

A. $BC = \sqrt{5}$

B. $BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

C. $BC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

D. $BC = \sqrt{6}$

Câu 18: Cho ba mệnh đề sau, với n là số tự nhiên

(1) $n+8$ là số chính phương

(2) Chữ số tận cùng của n là 4

(3) $n-1$ là số chính phương

Biết rằng có hai mệnh đề đúng và một mệnh đề sai, ngoài ra số chính phương chỉ có thể tận cùng là 0,1,4,5,6,9. Hãy xác định mệnh đề nào, đúng mệnh đề nào sai?

A. Mệnh đề (2) và (3) là đúng, còn mệnh đề (1) là sai.

B. Mệnh đề (1) và (2) là đúng, còn mệnh đề (3) là sai.

C. Mệnh đề (1) là đúng, còn mệnh đề (2) và (3) là sai.

D. Mệnh đề (1) và (3) là đúng, còn mệnh đề (2) là sai.

Câu 19: Phần không bị gạch trên hình vẽ dưới đây minh họa cho tập hợp nào?



A. $(-3; +\infty)$.

B. $(5; +\infty)$.

C. $\{-3; 5\}$

D. $(-3; 5]$.

Câu 20: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

B. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.

C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$

D. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$

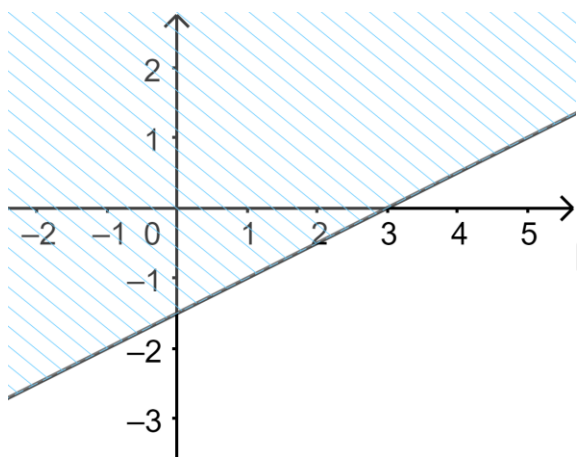
Câu 21: Cho hai tập hợp $A = (-1; 4]$ và $B = [-2; +\infty)$. Xác định tập hợp $C_B A$.

- A. $C_B A = [-2; -1] \cup (4; +\infty)$
- B. $C_B A = (4; +\infty)$
- C. $C_B A = [-2; -1) \cup [4; +\infty)$
- D. $C_B A = [-2; -1) \cup (4; +\infty)$

Câu 22: Cho tam giác cân ABC có $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{11a}{5}$
- C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$
- D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 23: Nửa mặt phẳng không bị gạch chéo ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



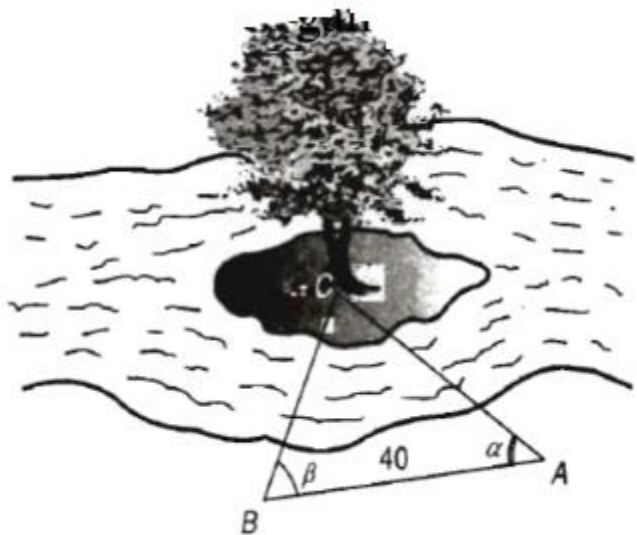
- A. $2x - y < 3$
- B. $2x - y > 3$
- C. $x - 2y < 3$
- D. $x - 2y > 3$

Câu 24: Cho góc α với $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính giá trị của $\cos \alpha$, biết $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$.

- A. $-\frac{1}{3}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn cùng một điểm trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C. Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle CBA = 70^\circ$. Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 53 m

B. 30 m

C. 41,5 m

D. 41 m

Câu 26: Trái đất quay một vòng quanh mặt trời là 365 ngày. Kết quả này có độ chính xác là $\frac{1}{4}$ ngày. Sai số tương đối là:

A. 0,0068%.

B. 0,068%.

C. 0,68%.

D. 6,8%.

Câu 27: Cho mẫu số liệu: 1 3 6 8 9 12. Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

A. $Q_1 = 3, Q_2 = 6,5, Q_3 = 9$.

B. $Q_1 = 1, Q_2 = 6,5, Q_3 = 12$.

C. $Q_1 = 6, Q_2 = 7, Q_3 = 8$.

D. $Q_1 = 3, Q_2 = 7, Q_3 = 9$.

Câu 28: Cho bốn điểm A,B,C,D phân biệt. Khi đó, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\vec{0}$

B. \overrightarrow{BD}

C. \overrightarrow{AC}

D. $2\overrightarrow{DC}$

Câu 29: Cho hình chữ nhật ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

C. $|\overline{AB} - \overline{AD}| = |\overline{AB} + \overline{AD}|$

D. $|\overline{BC} + \overline{BD}| = |\overline{AC} - \overline{AB}|$

Câu 30: Cho ba lực $\overline{F}_1 = \overline{MA}$, $\overline{F}_2 = \overline{MB}$, $\overline{F}_3 = \overline{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ lực $\overline{F}_1, \overline{F}_2$ đều bằng 50 N và tam giác MAB vuông tại M . Tìm cường độ lực \overline{F}_3

- A. $86,60\text{ N}$
- B. 100 N
- C. $70,71\text{ N}$
- D. $70,17\text{ N}$

Câu 31: Sản lượng lúa của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây: (đơn vị: tạ)

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24
Tần số (n)	5	8	11	10	6

Phương sai là

- A. 1,24
- B. 1,54
- C. 22,1
- D. 4,70

Câu 32: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Đặt $\overline{BC} = \vec{a}, \overline{BA} = \vec{b}$. Hãy phân tích vectơ \overline{BG} theo \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\overline{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$
- B. $\overline{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
- C. $\overline{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
- D. $\overline{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

Câu 33: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , M là điểm thay đổi. Độ dài vectơ $\vec{u} = \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} - 3\overline{MD}$ là:

- A. $4a\sqrt{2}$
- B. $a\sqrt{2}$
- C. $3a\sqrt{2}$
- D. $2a\sqrt{2}$

Câu 34: Cho tam giác ABC đều cạnh a , G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2}a^2$.
- B. $\overline{AC} \cdot \overline{CB} = -\frac{1}{2}a^2$.

C. $\overline{GA} \cdot \overline{GB} = \frac{1}{6} a^2$.

D. $\overline{AB} \cdot \overline{AG} = \frac{1}{2} a^2$.

Câu 35: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD. Tính $\overline{BK} \cdot \overline{AC}$.

A. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = \vec{0}$

B. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = -a^2\sqrt{2}$

C. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = a^2\sqrt{2}$

D. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = 2a^2$

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 1: Cho hai tập hợp $A = [-2; 3)$ và $B = [1; 6)$. Xác định các tập hợp $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

Câu 2: Bảo Anh và Quang ghi lại số tin nhắn điện thoại mà mỗi người nhận được từ ngày 1/11 đến ngày 15/11 ở bảng sau:

Bảo Anh	2	4	3	4	6	2	3	2	4	5	3	4	6	7	3
Quang	3	4	1	2	2	3	4	1	2	30	2	2	2	3	6

a) Hãy tìm phương sai của từng dãy số liệu.

b) Xác định các giá trị ngoại lệ (nếu có).

Câu 3: Cho tam giác ABC.

a) Xác định điểm I sao cho $\overline{IA} + 3\overline{IB} - 2\overline{IC} = \vec{0}$.

b) Xác định điểm D sao cho $3\overline{DB} - 2\overline{DC} = \vec{0}$.

c) Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.

----- Hết -----



I. Trắc nghiệm (7 điểm)

1. D	2. C	3. C	4. C	5. B	6. D	7. B
8. D	9. A	10. D	11. D	12. C	13. D	14. C
15. D	16. C	17. B	18. D	19. D	20. A	21. A
22. C	23. D	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A
29.A	30. C	31. B	32. A	33. D	34. C	35. A

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Xác định tính đúng đắn của mệnh đề.

Cách giải:

Mệnh đề D sai

Chọn D.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in K, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in K, \overline{P(x)}$ ”.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x): “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ” là “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

Chọn C.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Giải nghĩa và giải tập hợp.

Cách giải:

Ta có $\frac{x^2+2}{x} = x + \frac{2}{x} \in \mathbb{Z}$ với $x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{x} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2 : x \Leftrightarrow x \in U(2) \Leftrightarrow x \in \{-2; -1; 1; 2\}$.

Vậy $A = \{-2; -1; 1; 2\}$.

Chọn C.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Tập hợp rỗng không chứa phần tử nào.

Cách giải:

+) Xét đáp án A: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ |x| < 1 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow A = (-1; 1) \neq \emptyset$

\Rightarrow Loại đáp án A.

+) Xét đáp án B: $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow A = \{1\} \neq \emptyset$

\Rightarrow Loại đáp án B.

+) Xét đáp án C: $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow A = \emptyset$

Chọn C.

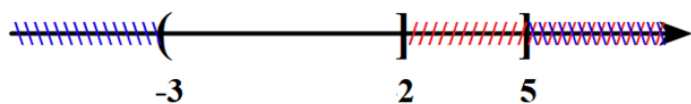
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

Cách giải:

+) $A \cap B = (-3; 2]$



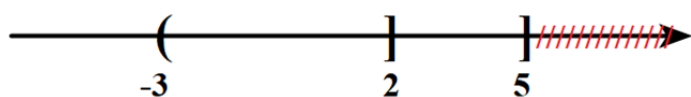
\Rightarrow A đúng.

+) $A \setminus B = (-\infty; -3]$



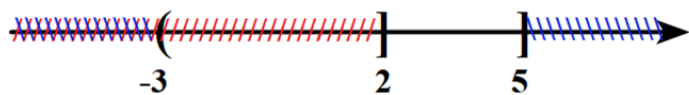
\Rightarrow B sai.

+) $A \cup B = (-\infty; 5]$



\Rightarrow C đúng.

+) $B \setminus A = (2; 5]$.



\Rightarrow D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Cho tập hợp B có n phần tử. Số tập hợp con của B là 2^n

Cách giải:

Tập hợp $B = \{x; y; z; 1; 5\}$ có 5 phần tử.

Số tập hợp con của tập B là: $2^5 = 32$

Chọn D.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Kí hiệu \exists đọc là “tồn tại”.

Cách giải:

Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ ” khẳng định rằng: “Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2”.

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là $ax + by + c < 0$, $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \leq 0$, $ax + by + c \geq 0$, trong đó a, b, c là các số cho trước sao cho $a^2 + b^2 \neq 0$.

Cách giải:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x + y \geq 0$.

Chọn D.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm A(1;-1) ta có: $(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2 \geq 2$ (Đúng).

Vậy điểm A thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn A.

Câu 10 (NB):**Phương pháp:**Sử dụng định lý cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.**Cách giải:** $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG \cdot FG \cdot \cos G$ là mệnh đề đúng.**Chọn D.****Câu 11 (TH):****Phương pháp:**Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{AB}$.**Cách giải:**Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{AB}$.Theo giả thiết $\frac{\sin B}{\sin C} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}AB$.Vậy $AC = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$.**Chọn D.****Câu 12 (VD):****Phương pháp:**

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A$.Sử dụng định lý cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a .**Cách giải:**

Ta có:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A = \frac{16}{25}$$

Vì $0^\circ < A < 180^\circ$ nên $\sin A > 0 \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ &= 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} \\ &= 32 \\ \Rightarrow a &= 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Lại có: $S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 14}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Lập mệnh đề đảo của từng mệnh đề và xét tính đúng sai.

Cách giải:

Xét mệnh đề đảo của đáp án A: “Nếu số tự nhiên n chia hết cho 3 thì số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9”. Mệnh đề này sai vì tổng các chữ số của n phải chia hết cho 9 thì n mới chia hết cho 9.

Xét mệnh đề đảo của đáp án B: “Nếu $x^2 > y^2$ thì $x > y$ ” sai vì $x^2 > y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > y \\ x < -y \end{cases}$

Xét mệnh đề đảo của đáp án C: “Nếu $t \cdot x = t \cdot y$ thì $x = y$ ” sai với $t = 0 \Rightarrow x, y \in \mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Cách giải:

Dễ thấy các điểm $O(0;0)$, $M(1;0)$, $P(0;2)$ không thỏa mãn bất phương trình $x + y + 1 < 0$ nên không thỏa mãn cả hệ bất phương trình.

Chọn C.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$$B = 4a^2 \sin^2 45^\circ - 3(a \tan 45^\circ)^2 + (2a \cos 45^\circ)^2$$

$$B = 4a^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3a^2 + \left(2a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$B = 4a^2 \cdot \frac{1}{2} - 3a^2 + 4a^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$B = a^2$$

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr$.

Cách giải:

Nửa chu vi tam giác đều cạnh a là $p = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$.

Tam giác đều cạnh a có diện tích $S = \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right)} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lại có $S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} : \frac{3a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Chọn C.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lý Cosin trong tam giác: $\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$.

Cách giải:

Áp dụng hệ quả định lý Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{(\sqrt{3})^2 + BC^2 - (\sqrt{2})^2}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6}BC = BC^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow BC^2 - \sqrt{6}BC + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

Chọn B.

Câu 18 (VDC):

Phương pháp:

Số chính phương có các chữ số tận cùng là 0,1,4,5,6,9. Dùng loại trừ để đưa ra đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có số chính phương có các chữ số tận cùng là 0,1,4,5,6,9. Vì vậy

- Nhận thấy giữa mệnh đề (1) và (2) có mâu thuẫn. Bởi vì, giả sử 2 mệnh đề này đồng thời là đúng thì $n+8$ có chữ số tận cùng là 2 nên không thể là số chính phương. Vậy trong hai mệnh đề này phải có một mệnh đề là đúng và một mệnh đề là sai.

- Tương tự, nhận thấy giữa mệnh đề (2) và (3) cũng có mâu thuẫn. Bởi vì, giả sử mệnh đề này đồng thời là đúng thì $n-1$ có chữ số tận cùng là 3 nên không thể là số chính phương.

Vậy trong ba mệnh đề trên thì mệnh đề (1) và (3) là đúng, còn mệnh đề (2) là sai.

Chọn D.**Câu 19 (NB):****Phương pháp:**

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $(-3;5]$

Chọn D.**Câu 20 (NB):****Phương pháp:**

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, đối nhau, phụ nhau

Cách giải:

$$\sin(\pi + \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha. \Rightarrow A \text{ sai}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha. \Rightarrow B \text{ đúng}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \Rightarrow C \text{ đúng}$$

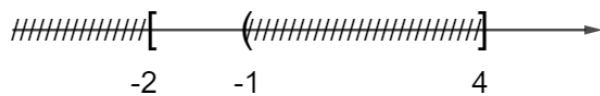
$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \Rightarrow D \text{ đúng}$$

Chọn A.**Câu 21 (TH):****Phương pháp:**

$$C_B A = B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ và } x \notin A\}.$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } C_B A = B \setminus A = [-2; +\infty) \setminus (-1; 4]$$



$\Rightarrow C_B A = [-2; -1] \cup (4; +\infty)$.

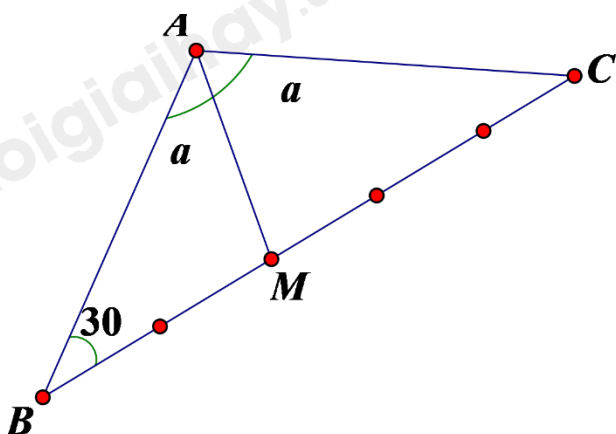
Chọn A.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

- Tính BC dựa vào định lí côsin trong tam giác cân ABC.
- Tính BM.
- Tính AM dựa vào định lí côsin trong tam giác ABM.

Cách giải:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

- Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.
- Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

- Đường thẳng d đi qua điểm (3;0) nên loại đáp án A, B.
- Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.
- + Thay tọa độ điểm O(0;0) vào biểu thức $x - 2y$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 = 0 < 3$
- Do đó bất phương trình cần tìm là $x - 2y > 3$

Chọn D.**Câu 24 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

Cách giải:

Ta có:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow 1 + (-2\sqrt{2})^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Vì $0^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$.

Vậy $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn C.**Câu 25 (VD):****Phương pháp:**

Áp dụng hệ quả định lý Sin trong tam giác ABC.

Cách giải:

Ta có: $\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$

Áp dụng hệ quả định lý Sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 70^\circ} = \frac{40}{\sin 65^\circ}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{40}{\sin 65^\circ} \cdot \sin 70^\circ \approx 41,47 (m)$$

Chọn C.**Câu 26 (TH):****Phương pháp:**

Sai số tương đối $\delta_a \leq \frac{d}{|a|}$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } d = \frac{1}{4} \Rightarrow \delta \leq \frac{d}{|a|} = \frac{1}{4.365} = 0,0068\% .$$

Chọn A.**Câu 27 (NB):****Phương pháp:**

Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị ta làm như sau:

- Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2 .
- Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1 .
- Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_3 .

Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

Cách giải:

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 1 3 6 8 9 12.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 6 \text{ chẵn nên } Q_2 = \frac{6 + 8}{2} = 7.$$

$$\text{Nửa số liệu bên trái } Q_2: 1 \quad 3 \quad 6 \Rightarrow Q_1 = 3.$$

$$\text{Nửa số liệu bên phải } Q_2: 8 \quad 9 \quad 12 \Rightarrow Q_3 = 9.$$

$$\text{Vậy } Q_1 = 3, Q_2 = 7, Q_3 = 9.$$

Chọn D.**Câu 28 (NB):****Phương pháp:**

Nhóm $\overline{AB}, \overline{BC}; \overline{DC}, \overline{AD}$, áp dụng quy tắc cộng vector.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \overline{AB} - \overline{DC} + \overline{BC} - \overline{AD} = (\overline{AB} + \overline{BC}) - (\overline{AD} + \overline{DC}) = \overline{AC} - \overline{AC} = \vec{0}.$$

Chọn A.**Câu 29 (NB):****Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc hình bình hành tính $\overline{AB} + \overline{BC}$.

Tính độ dài vector vừa tìm được.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } |\overline{AB} + \overline{BC}| = |\overline{AC}| = AC = a.$$

Chọn A.

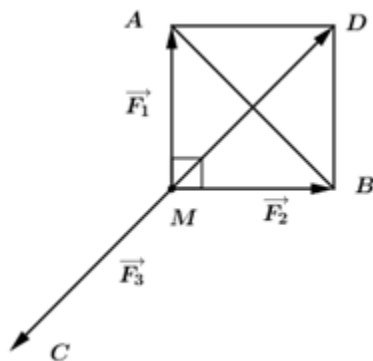
Câu 30 (VDC):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc hình bình hành.

Vật đứng yên khi tổng các lực tác động lên điểm bằng 0.

Cách giải:



Có cường độ lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 50 N và tam giác MAB vuông tại M

\Rightarrow Tam giác MAB vuông cân tại M

Lấy điểm D sao cho $MADB$ là hình vuông

$$\Rightarrow MD = \sqrt{MA^2 + AD^2} = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 50\sqrt{2}\text{ N}$$

Vì vật đứng yên nên tổng các lực tác động lên điểm bằng 0

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \text{ hay } \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{MA} + \vec{MB}) = -\vec{MD}$$

Vậy lực \vec{F}_3 có hướng ngược với \vec{MD} và có cường độ bằng $50\sqrt{2}\text{ N} \approx 70,71\text{ N}$

Chọn C.

Câu 31 (TH):

Phương pháp:

Đối với bảng phân bố tần số, phương sai được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{N} \left[n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2 \right]$$

Với $n_i; f_i$ lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i .

Cách giải:

Bảng phân số tần số:

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	Tổng
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$N = 40$

*) Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{20.5 + 21.8 + 22.11 + 23.10 + 24.6}{40} = 22,1 \text{ (tạ)}$$

*) Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{40} \left[5 \cdot (20 - 22,1)^2 + 8 \cdot (21 - 22,1)^2 + 11 \cdot (22 - 22,1)^2 + 10 \cdot (23 - 22,1)^2 + 6 \cdot (24 - 22,1)^2 \right] = 1,54 \text{ (tạ)}$$

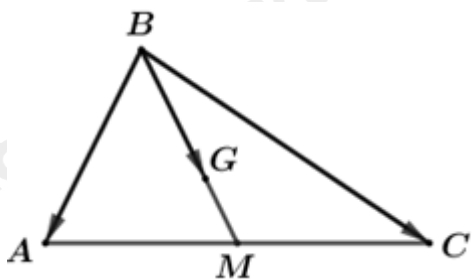
Chọn B.

Câu 32 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vectơ, quy tắc hình bình hành để biểu diễn vectơ.

Cách giải:



$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

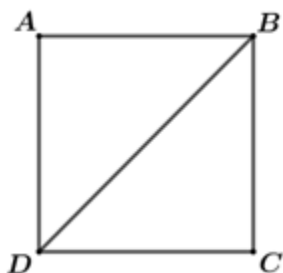
Chọn A.

Câu 33 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vectơ để tìm được vectơ \vec{u} .

Cách giải:



Vì ABCD là hình vuông nên ta có: $AB = BC = CD = DA = 2$; $AC = BD = a\sqrt{2}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 3\vec{MD} \\ &= (\vec{MD} + \vec{DA}) + (\vec{MD} + \vec{DB}) + (\vec{MD} + \vec{DC}) - 3\vec{MD} \\ &= \vec{MD} + \vec{DA} + \vec{MD} + \vec{DB} + \vec{MD} + \vec{DC} - 3\vec{MD} \\ &= \vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} \\ &= (\vec{DA} + \vec{DC}) + \vec{DB} \\ &= \vec{DB} + \vec{DB} \\ &= 2\vec{DB} \\ \Rightarrow \vec{u} &= 2\vec{DB} \\ \Rightarrow |\vec{u}| &= |2\vec{DB}| = 2.a.\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a \end{aligned}$$

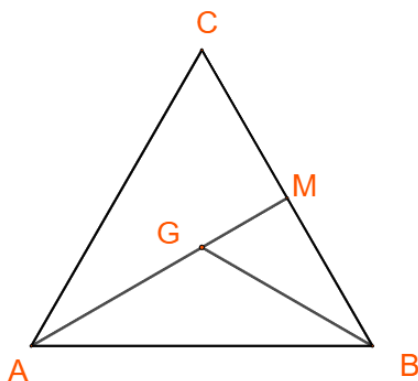
Chọn D.

Câu 34 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = a.b.\cos(\vec{a}, \vec{b})$

Cách giải:



Ta có:

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB.AC.\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = a.a.\cos A = a^2 \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow \text{A đúng}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = AC.CB.\cos(\vec{AC}, \vec{CB}) = a.a.\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2 \Rightarrow \text{B đúng}$$

$$+ AG = \frac{2}{3}AM; AM = AC.\sin C = a.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AG = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{GA} \cdot \overline{GB} = GA \cdot GB \cdot \cos(\overline{GA}, \overline{GB}) = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{6}a^2 \Rightarrow C \text{ sai.}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AG} = AB \cdot AG \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AG}) = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow D \text{ đúng.}$$

Chọn C.

Câu 35 (VD):

Cách giải:

Ta có:

$$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Lại có:

$$\begin{cases} \overline{BK} = \overline{BA} + \overline{AK} = \overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{AD} \\ \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{BK} \cdot \overline{AC} = \left(\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{AD} \right) \cdot (\overline{AB} + \overline{AD})$$

$$= \overline{BA} \cdot \overline{AB} + \overline{BA} \cdot \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AD} \cdot \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AD} \cdot \overline{AD}$$

$$= -a^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = 0$$

Chọn A.

II. Tự luận (3 điểm)

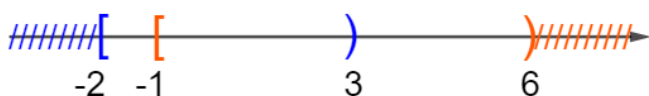
Câu 1 (TH):

Phương pháp:

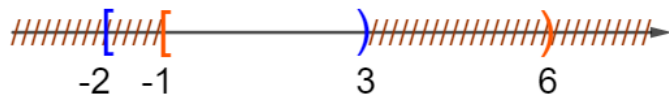
Biểu diễn trên trục số.

Cách giải:

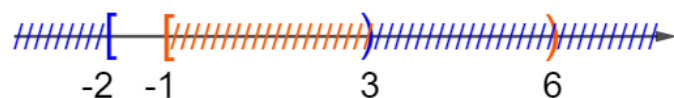
$$A \cup B = [-2; 6)$$



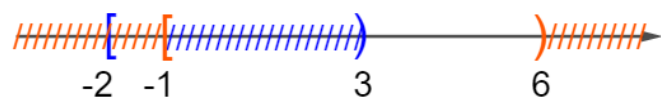
$$A \cap B = [-1; 3)$$



$$A \setminus B = [-2; -1)$$



$$B \setminus A = [3; 6)$$



Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) +) Số trung bình $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

+) Phương sai: $s^2 = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \bar{x}^2$

b) +) Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

+) Giá trị ngoại lệ: Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

Bỏ giá trị ngoại lệ (nếu có), tính lại số trung bình, tìm số trung vị của 2 mẫu số liệu và so sánh.

Cách giải:

a) $n = 15$.

+ Bảo Anh:

Số trung bình:

$$\bar{x}_1 = \frac{2+4+3+4+6+2+3+2+4+5+3+4+6+7+3}{15} = \frac{58}{15} \approx 3,87.$$

Phương sai:

$$s_1^2 = \frac{1}{15}(3.2^2 + 4.3^2 + 4.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + 7^2) - \bar{x}_1^2 = 2,25.$$

+ Quang:

Số trung bình:

$$\bar{x}_2 = \frac{3+4+1+2+2+3+4+1+2+30+2+2+2+3+6}{15} = \frac{67}{15} \approx 4,47$$

Phương sai:

$$s_2^2 = \frac{1}{15} (2.1^2 + 6.2^2 + 3.3^2 + 2.4^2 + 6^2 + 30^2) - \bar{x}_2^2 = 48,12.$$

b)

+ Bảo Anh:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được: $Q_1 = 3, Q_3 = 5$.

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 5 - 3 = 2.$$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta Q = 5 + 1,5.2 = 8$$

$$\text{Hoặc } x < Q_1 - 1,5\Delta Q = 3 - 1,5.2 = 0$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Khuê suy ra không có giá trị ngoại lệ.

+ Quang:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được $Q_1 = 2, Q_3 = 4$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 4 - 2 = 2$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta Q = 4 + 1,5.2 = 7$$

$$\text{Hoặc } x < Q_1 - 1,5\Delta Q = 2 - 1,5.2 = -1$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Trọng suy ra giá trị ngoại lệ là 30.

Câu 3 (VDC):**Cách giải:**

a) Gọi M là trung điểm AB.

$$\text{Ta có: } \vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + 2\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\vec{IM} + 2\vec{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\vec{IM} = 2\vec{BC}$$

$$\Leftrightarrow \vec{IM} = \vec{BC}$$

Do đó IMCB là hình bình hành

Vậy I là đỉnh thứ tư của hình bình hành IMCB.

$$\text{b) Ta có: } 3\vec{DB} - 2\vec{DC} = \vec{0}$$

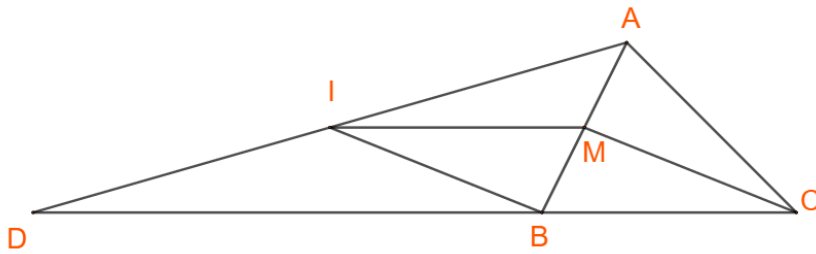
$$\Leftrightarrow 3\vec{DC} + 3\vec{CB} - 2\vec{DC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{DC} + 3\vec{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{CD} = 3\vec{CB}$$

Vậy D thuộc tia CB, sao cho $CD = 3CB$.

c)

**Cách 1:**

Ta có: D thuộc tia CB, sao cho $CD = 3CB$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CB} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MI}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$$

Vậy A, I, D thẳng hàng.

Cách 2:

Gọi J là giao điểm của IM và AD.

Xét tam giác ABD ta có:

$$JM \parallel DB \text{ (do } IM \parallel BC)$$

M là trung điểm AB

$$\Rightarrow J \text{ là trung điểm } AD \text{ và } JM = \frac{1}{2}DB$$

$$\text{Lại có: } IM = BC = \frac{1}{3}CD \Rightarrow IM = \frac{1}{2}BD$$

$$\text{Do đó } IM = JM \text{ hay } I \equiv J$$

Vậy A, I, D thẳng hàng.