

ĐỀ THI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 6**Môn: Toán học - Lớp 10****Bộ sách Cánh diều****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM** **Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****I. Trắc nghiệm (6 điểm)**

1. A	6. C	11. D	16. A	21. A	26. D
2. A	7. B	12. C	17. B	22. C	27. A
3. A	8. C	13. B	18. C	23. D	28. C
4. A	9. D	14. D	19. C	24. A	29. A
5. B	10. D	15. D	20. D	25. D	30. D

Câu 1 (TH):**Phương pháp:** $\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x) \geq 0$.**Cách giải:**

Hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$ xác định khi $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \geq 3x \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$

Do đó tập xác định là $D = [1; 2]$.**Chọn A.****Câu 2 (TH):****Phương pháp:**Phủ định của \forall là \exists , phủ định của $>$ là \leq .

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x - 2 > 5$ ” là “ $\exists x \in \mathbb{R}, x - 2 \leq 5$ ”.

Chọn A.**Câu 3 (TH):****Phương pháp:**

Viết tập hợp theo cách liệt kê các phần tử.

Cách giải:

$$\text{Giải phương trình } x(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \\ x = 3 \end{cases}$$

Mà $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{2; 3\}$.

Vậy $D = \{2; 3\}$.

Chọn A.**Câu 4 (TH):****Cách giải:**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2}$$

Trên $(-\infty; 0) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} < 0$ nên hàm số đồng biến.

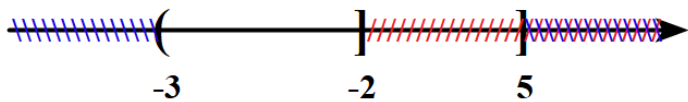
Trên $(0; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Chọn A.**Câu 5 (VD):****Phương pháp:**

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

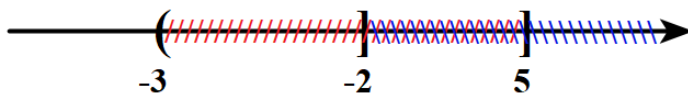
Cách giải:

$$+) A \cap B = (-3; -2]$$



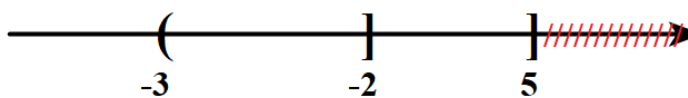
\Rightarrow A đúng.

$\Rightarrow A \setminus B = (-\infty; -3]$



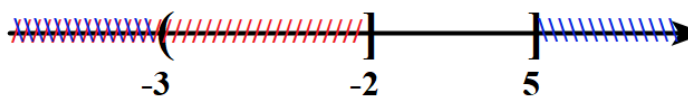
\Rightarrow B sai.

$\Rightarrow A \cup B = (-\infty; 5]$



\Rightarrow C đúng.

$\Rightarrow B \setminus A = (-2; 5]$.



\Rightarrow D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Tập hợp A được gọi là tập con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B.

Cách giải:

$A_3 = \{4; 5\} \subset A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Cách giải:

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \quad (ax + by \geq c, ax + by < c, ax + by > c)$$

Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Cách giải:

Ta có: $2x^2 + 1 \geq y + 2x^2 \Leftrightarrow y - 1 \leq 0$ nên đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn C.**Câu 9 (NB):****Phương pháp:**

Thay các tọa độ điểm vào bất phương trình, điểm nào thỏa mãn bất phương trình thì thuộc miền nghiệm của bất phương trình đó.

Cách giải:

+) Thay tọa độ điểm (5;1) vào bất phương trình ta có: $3.5 + 2.1 < 10$ (Vô lí) \Rightarrow (5;1) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (4;2) vào bất phương trình ta có: $3.4 + 2.2 < 10$ (Vô lí) \Rightarrow (4;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;5) vào bất phương trình ta có: $3.1 + 2.5 < 10$ (Vô lí) \Rightarrow (1;5) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+) Thay tọa độ điểm (1;2) vào bất phương trình ta có: $3.1 + 2.2 < 10$ (Đúng) \Rightarrow (1;2) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.**Câu 10 (NB):****Phương pháp:**

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

Cách giải:

$EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG \cdot FG \cdot \cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.**Câu 11 (TH):****Cách giải:**

Parabol (P): $y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2; -1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4 + 2m + n = -1 \\ -\frac{m}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + n = -5 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -4 \end{cases}$$

Vậy $m = -4, n = 3$.

Chọn D.**Câu 12 (VD):****Phương pháp:**Tính $\sin A$.Tính diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A$.Sử dụng định lý cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a .**Cách giải:**

Ta có:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A = \frac{16}{25}$$

Vì $0^\circ < A < 180^\circ$ nên $\sin A > 0 \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$= 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}$$

$$= 32$$

$$\Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Lại có: } S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 14}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Chọn C.**Câu 13 (TH):****Cách giải:**

$$\text{Do đồ thị hàm số có đỉnh là } I(2; -1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Do đồ thị hàm số đi qua điểm } (0; 3) \Rightarrow f(0) = 3 \Leftrightarrow c = 3 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \Rightarrow T = 26 \\ c = 3 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cách giải:

$$\begin{cases} x - 4 \geq y \\ 3x + 4y < 5 \end{cases} \text{ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.}$$

Chọn D.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Nhớ bảng giá trị lượng giác của các góc thường dùng hoặc sử dụng máy tính cầm tay.

Cách giải:

$$T = 2 + \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$$

$$T = 2 + 1^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot 1^2$$

$$T = \frac{1}{2}.$$

Chọn D.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng các công thức tính diện tích tam giác: } S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = pr = \frac{abc}{4S} = \frac{1}{2} c \cdot h_c.$$

Cách giải:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C \text{ nên đáp án A sai.}$$

Chọn A.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

$$\text{Áp dụng định lí Cosin trong tam giác: } AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C.$$

Cách giải:

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC:

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= BC^2 + AC^2 - 2BC.AC.\cos C \\
 &= 1^2 + 3^2 - 2.1.3.\cos 60^\circ = 7 \\
 \Rightarrow AB &= \sqrt{7}.
 \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 18 (TH):

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x + 2$ là hàm số bậc hai, có $a = -1 < 0, b = 2$

\Rightarrow Loại A, D.

Parabol có hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2.(-1)} = 1 \Rightarrow$ Loại B

Chọn C.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $[1; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng mối liên hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau ta có: $\sin \alpha = \sin \beta$, $\cos \alpha = -\cos \beta$, $\tan \alpha = -\tan \beta$, $\cot \alpha = -\cot \beta$.

Cách giải:

α và β là hai góc khác nhau và bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$, $\cos \alpha = -\cos \beta$, $\tan \alpha = -\tan \beta$, $\cot \alpha = -\cot \beta$.

Vậy đẳng thức ở đáp án D sai.

Chọn D.

Câu 21 (TH):

Cách giải:

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C.

Chọn A.

Câu 22 (VD):

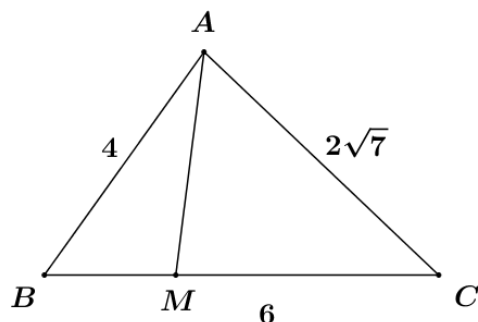
Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lí cosin trong tam giác ABC tính cosB: $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC}$.

Tính BM, CM.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác ABM tính AM: $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B$.

Cách giải:



Ta có:

$$\begin{aligned} \cos B &= \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} \\ &= \frac{4^2 + 6^2 - (2\sqrt{7})^2}{2.4.6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vì MC = 2MB, BC = 6 nên $BM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.6 = 2$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM ta có:

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B \\ &= 4^2 + 2^2 - 2.4.2.\frac{1}{2} = 12 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}.$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (0;1) nên loại đáp án B, C.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y < 1$ ta có: $2.0 + 0 < 1$ (Đúng) \Rightarrow Loại.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình $2x + y > 1$ ta có: $2.0 + 0 > 1$ (Vô lí) \Rightarrow Thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 24 (TH):**Phương pháp:**

$$\text{Sử dụng công thức: } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

Cách giải:

Ta có:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow 1 + (-2\sqrt{2})^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{3}$$

Vì $0^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$. Mà $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Vậy } \cos \alpha = -\frac{1}{3}.$$

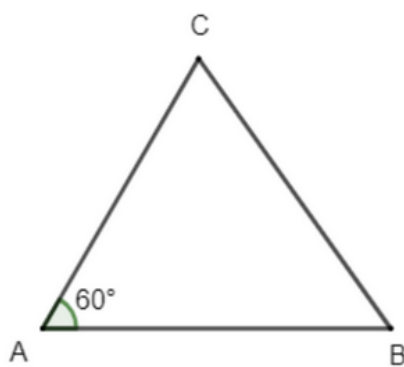
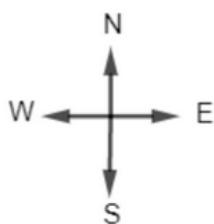
Chọn A.**Câu 25 (VD):****Phương pháp:**

Hướng N30°E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30° và tạo với hướng đông một góc $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác.

Cách giải:

Hướng N30°E là hướng tạo với hướng bắc một góc 30° và tạo với hướng đông một góc $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.



A là vị trí cảng.

Ca nô đi theo hướng đông từ A đến B, sau 3 giờ đi được quãng đường $AB = 50.3 = 150$ (km).

Tàu cá đi theo hướng N30°E từ A đến C, sau 3 giờ đi được quãng đường $AC = 40.3 = 120$ (km).

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 60 \\ &= 150^2 + 120^2 - 2.150.120.\frac{1}{2} \\ &= 18900 \end{aligned}$$

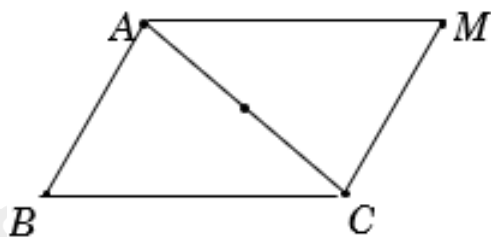
$$\Rightarrow BC = 30\sqrt{21} \approx 137,5.$$

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau khoảng 137,5km.

Chọn D.

Câu 26:

Cách giải:



$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}.$$

Do đó D sai.

Chọn D.

Câu 27:

Cách giải:

Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC}$$

Vậy A đúng.

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \text{B sai.}$$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{CD} \Rightarrow \text{C sai}$$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \text{D sai.}$$

Chọn A.

Câu 28:

Cách giải:

Ta có: $OA = OB = a$

$$\Rightarrow |2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 2a + 3a = 5a. \text{ Vậy B đúng.}$$

$$\text{Tương tự, ta có } |11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 11a - 6a = 5a. \text{ Do đó D đúng.}$$

$$\text{Lấy C, D sao cho } \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OB};$$

Dựng hình bình hành OCED. Do $\angle AOB = 90^\circ$ nên OCED là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$$

$$\Rightarrow |3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OE}| = OE$$

$$\text{Lại có: } OC = 3OA = 3a, OD = 4OB = 4a.$$

$$\Rightarrow OE = \sqrt{OC^2 + CE^2} = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$$

Do đó A đúng.

Chọn C

Câu 29:

Cách giải:

$$\text{Vì M là trung điểm của BC suy ra } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2) = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2) = \frac{b^2 - c^2}{2} \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 30:

Cách giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD = a\sqrt{2} \\ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BD} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot 2\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} + \vec{0}$$

$$= -2BA \cdot BD \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = -2 \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -2a^2$$

Chọn D.

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Ta có:

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}) + \overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}) = \\ &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} MA^2 &= \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 = MG^2 + GA^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA} \\ MB^2 &= \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 = MG^2 + GB^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB} \\ MC^2 &= \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 = MG^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC} \\ \Rightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2(\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC}) \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \end{aligned}$$

c) Vì $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ đúng với M bất kì.

Chọn $M \equiv A$ ta được:

$$AA^2 + AB^2 + AC^2 = 3AG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 4GA^2 + GB^2 + GC^2$$

Tương tự,

$$M \equiv B \Rightarrow BA^2 + BC^2 = 4GB^2 + GA^2 + GC^2$$

$$M \equiv C \Rightarrow CB^2 + AC^2 = 4GC^2 + GB^2 + GA^2$$

Thay $AB = c, AC = b, BC = a$

$$\Rightarrow 6(GA^2 + GB^2 + GC^2) = 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$$

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có

$$CAB = 60^\circ, ABC = 105^\circ 30' \text{ và } c = 70$$

$$\text{Khi đó } \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$$

$$\text{Theo định lí sin, ta có } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ hay } \frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$$

$$\text{Do đó } AC = b = \sin 105^\circ 30' \frac{70}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m$$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30°

$$\text{nên } CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7m$$

Vậy ngọn núi cao khoảng 135m.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;c) \Rightarrow c = -3$.

+ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$ nên đỉnh của đồ thị hàm số là $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4} \\ a \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4}b - 3 = -\frac{25}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 0 \\ a + 4b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2 - x - 3$.

* Vẽ đồ thị hàm số

$$\text{Đỉnh } I\left(\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$$

$$\text{Trục đối xứng } x = \frac{1}{4}$$

Giao với trục Oy tại $A(0;-3)$, giao với Ox tại $B(-1;0), C\left(\frac{3}{2};0\right)$

Lấy điểm $D(2;3), E\left(-\frac{3}{2};3\right) \in (P)$

