ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 4

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

Câu 1: Cho mệnh đề chứa biến với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $P(3)$.

B. $P(4)$.

C. $P(1)$.

D. $P(5)$.

Câu 2: Cho mệnh đề "$\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$". Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

A. $\exists x \in R, x^2 - x + 7 \geq 0$.

B. $\forall x \in R, x^2 - x + 7 > 0$.

C. $\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$.

D. $\nexists x \in R, x^2 - x + 7 < 0$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{1;2;3\}$ và $B = \{1;2;3;4;5\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa $A \subset X \subset B$?

A. 4.
B. 5.
C. 6.
D. 8.

Câu 4: Hãy liệt kê các phần tử của tập $X = \left\{x \in \mathbb{Q} \middle| \left(x^2 - x - 6\right)\left(x^2 - 5\right) = 0\right\}$.

A. $X = \left\{\sqrt{5};3\right\}$.

B. $X = \left\{-\sqrt{5};-2;\sqrt{5};3\right\}$.

C. $X = \left\{-2;3\right\}$.

D. $X=\left\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\right\}$.

Câu 5: Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$, $B=\{2;3;4;5;6\}$. Tìm $X=(A\setminus B)\cap(B\setminus A)$.

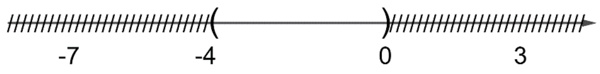
A. $X=\{0;1;5;6\}$.

B. $X=\{1;2\}$.

C. $X=\{5\}$.

D. $X=\varnothing$.

Câu 6: Biểu diễn trên trục số các tập hợp $[-7,3]\setminus[-4,0]$ là hình nào dưới đây.

A.


B.


C.


D.


Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình: $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(3;0)$.

B. $(3;1)$.

C. $(2;1)$.

D. $(0;0)$.

Câu 8: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}x+3y-2\ge 0\\ 2x+y+1\le 0\end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $M(0;1)$.

B. $N(-1;1)$.

C. $P(1;3)$.

D. $Q(-1;0)$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2+3x-4}$.

A. $\mathrm{D}=\{1;-4\}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$.

D. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{6-3x}+\sqrt{x+2}}{5x}$.

A. $\mathrm{D}=[-2;2]$.
B. $\mathrm{D}=(-2;2)\setminus\{0\}$.
C. $\mathrm{D}=[-2;2]\setminus\{0\}$.
D. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=4-3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số:

A. $(6;0)$.
B. $(2;-0,5)$.
C. $(2;0,5)$.
D. $(0;6)$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-2\sqrt{x-3}$ là:

A. – 2
B. – 1
C. 0
D. 2

Câu 14: Tọa độ đỉnh của parabol $y=-2x^2-4x+6$ là

A. $I(-1;8)$.
B. $I(1;0)$.
C. $I(2;-10)$.
D. $I(-1;6)$.

Câu 15: Tính giá trị biểu thức $P=\sin 30^\circ\cos 60^\circ+\sin 60^\circ\cos 30^\circ$.

A. $P=1$.
B. $P=0$.
C. $P=\sqrt{3}$.
D. $P=-\sqrt{3}$.

Câu 16: Tam giác ABC có $\hat{B}=60^{\circ},\hat{C}=45^{\circ}$ và $AB=5$. Tính độ dài cạnh AC.

A. $AC=\frac{5\sqrt{6}}{2}$.
B. $AC=5\sqrt{3}$.
C. $AC=5\sqrt{2}$.
D. $AC=10$.

Câu 17: Tam giác ABC có $AB=4,\ BC=6,\ AC=2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài cạnh AM.

A. $AM=4\sqrt{2}$.
B. $AM=3$.
C. $AM=2\sqrt{3}$.
D. $AM=3\sqrt{2}$.

Câu 18: Tam giác ABC có $\angle A=45^{0},c=6,\angle B=75^{0}$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng:

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $4\sqrt{3}$

Câu 19: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G. Đặt $\overrightarrow{BC}=\vec{a},\overrightarrow{BA}=b$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{BG}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$
B. $\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$
C. $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$
D. $\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

Câu 20: Cho tam giác ABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PM}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MP}$.

Câu 21: Gọi O là tâm hình vuông ABCD. Tính $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$.

A. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{BC}$.
B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$.
D. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}$.

Câu 22: Tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $BAC = 120^{\circ}$. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$.

A. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = a\sqrt{3}.$

B. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = a.$

C. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = \dfrac{a}{2}.$

D. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = 2a.$

Câu 23: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}.$

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a^2.$

B. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}.$

C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a^2.$

D. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{2}a^2.$

Câu 24: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right|.$

A. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right| = 0.$

B. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right| = a.$

C. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right| = a\sqrt{2}.$

D. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right| = 2a.$

II. Tự luận (4 điểm)

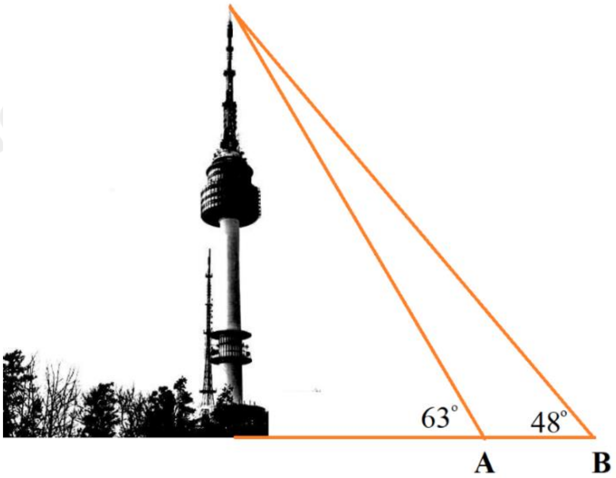
Câu 1: Trong lớp 10C có 40 học sinh trong đó có 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Anh và 12 em không thích môn nào. Tính số học sinh thích cả hai môn Toán và Anh.

Câu 2:

a) Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c,$ biết rằng (P) đi qua điểm $M(0;4)$ và có trục đối xứng $x = 1.$

b) Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số trên.

Câu 3: Để đo chiều cao ngọn tháp, người ta đánh dấu hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và chân tháp thẳng hàng; AB = 100 m. Tại A và B người ta xác định được góc nhìn tháp (như hình vẽ) lần lượt là 63° và 48°. Tính chiều cao của tháp.



Câu 4. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB và N là điểm trên cạnh AC sao cho NC = 2NA. Gọi K là trung điểm của MN.

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

b) Gọi D là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

1.D	2.A	3.A	4.C	5.D	6.B	7.C	8.B
9.B	10.C	11.B	12.C	13.D	14.A	15.A	16.A
17.C	18.B	19.A	20.D	21.B	22.B	23.A	24.C

Câu 1 (TH):

Cách giải:

$P(3)$: là mệnh đề sai.

$P(4)$: là mệnh đề sai.

$P(1)$: là mệnh đề sai.

$P(5)$: là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của $\forall$ là $\exists$, phủ định của $<$ là $\geq$

Cách giải:

Phủ định của $\forall x \in R, x^2 - x + 7 < 0$ là $\exists x \in R, x^2 - x + 7 \geq 0$.

Chọn A.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

$X \subset Y \Leftrightarrow \forall x \in X \Rightarrow x \in Y$

Cách giải:

Ta có $A \subset X$ nên X có ít nhất 3 phần tử $\{1;2;3\}$.

Ta có $X \subset B$ nên X phải X có nhiều nhất 5 phần tử và các phần tử thuộc X cũng thuộc B.

Do đó các tập X thỏa mãn là có 4 tập thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình $\left(x^2 - x - 6\right)\left(x^2 - 5\right) = 0$ và lấy các nghiệm hữu tỉ.

Cách giải:

Ta có $\left(x^2-x-6\right)\left(x^2-5\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-6=0 \\ x^2-5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\in\mathbb{Q} \\ x=-2\in\mathbb{Q} \\ x=\sqrt{5}\notin\mathbb{Q} \\ x=-\sqrt{5}\notin\mathbb{Q} \end{array}\right.$.

Do đó $X=\{-2;3\}$.

Chọn C.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa tìm các phép toán trên tập hợp.

Cách giải:

Ta có $\left\{\begin{array}{l} A\setminus B=\{0;1\} \\ B\setminus A=\{5;6\} \end{array}\right. \Rightarrow (A\setminus B)\cap(B\setminus A)=\varnothing$.

Chọn D.

Câu 6 (TH): -

Phương pháp:

Biểu diễn các tập hợp trên trục số và áp dụng định nghĩa các phép toán trên tập hợp.

Cách giải:

$[-7;3]\setminus[-4;0]=[-7;-4)\cup(0;3]$

Chọn B.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình và kiểm tra tính đúng sai.

Cách giải:

Ta có $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3 \Leftrightarrow -x+3y-1>0$.

Vì $-2+3.1-1>0$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ B.

Chọn C.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm vào bất phương trình và kiểm tra tính đúng sai

Cách giải:

Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Với $M(0;1) \Rightarrow \begin{cases} 0+3.1-2 \ge 0 \\ 2.0+1+1 \le 0 \end{cases}$. Bất phương trình thứ hai sai nên A sai.

Với $N(--1;1) \Rightarrow \begin{cases} -1+3.1-2 \ge 0 \\ 2.(-1)+1+1 \le 0 \end{cases}$: Đúng.

Chọn B.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Cách giải:

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2+3x-4 \ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 1 \\ x \ne -4 \end{cases}$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1;-4\}$.

Chọn B.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Căn bậc 2 xác định khi biểu thức trong căn không âm.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} 6-3x \ge 0 \\ x+2 \ge 0 \\ x \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x \ge -2 \\ x \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 2 \\ x \ne 0 \end{cases}$.

Vậy TXĐ của hàm số là $\mathrm{D} = [-2;2] \setminus \{0\}$..

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Cách giải:

TXĐ: $\mathrm{D} = \mathbb{R}$. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $x_1 < x_2$, ta có

$f(x_1) - f(x_2) = (4-3x_1) - (4-3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0.$

Suy ra $f(x_1) > f(x_2)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $\left(\frac{4}{3};+\infty\right) \subset \mathbb{R}$ nên hàm số cũng nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Chọn B.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào hàm số. Điểm nào thỏa mãn hàm số thì sẽ thuộc đồ thị hàm số.

Cách giải:

Thay $x=2$ vào hàm số ta được: $y=\frac{\sqrt{2-2}-2}{2-6}=\frac{-2}{-4}=0,5$ nên điểm $(2;0,5)$ thuộc đồ thị hàm số.

Chọn C.

Câu 13 (VD):

Phương pháp:

Phân tích biêu thức về dạng có hằng đẳng thức

Cách giải:

$D=[3;+\infty)$

$y=x-2\sqrt{x-3}=\left(x-3-2\sqrt{x-3}+1\right)+2=\left(\sqrt{x-3}-1\right)^2+2\ge 2$ khi x = 4.

Chọn D.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ $(a\ne 0)$ có đồ thị (P), đỉnh của (P) là $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$

Cách giải:

Tọa độ đỉnh của parabol $y=-2x^2-4x+6$ là $\begin{cases} x=-\frac{-4}{2.(-2)}=-1 \\ y=-2.(-1)^2-4.(-1)+6=8 \end{cases} \Rightarrow I(-1;8)$.

Chọn A.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Dùng bảng các giá trị lượng giác đặc biệt.

Cách giải:

Tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt, ta được

$\sin 30^\circ=\cos 60^\circ=\frac{1}{2};\sin 60^\circ=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\Rightarrow P=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

Chọn A.

Chọn D.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Dùng định lý cosin $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$

Cách giải:

Theo định lí hàm sin, ta có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 60^\circ} \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

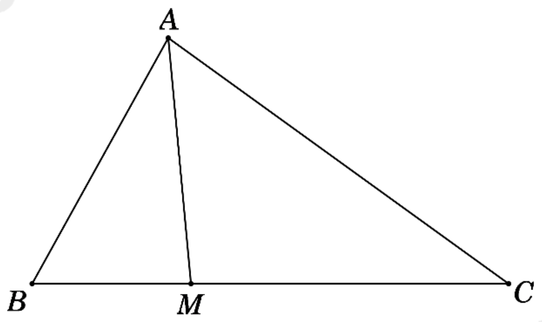
Chọn A.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

Dùng định lý cosin $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

Cách giải:



Theo định lí hàm cosin, ta có: $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{4^2 + 6^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2}{2.4.6} = \frac{1}{2}$

Do $MC = 2MB \Rightarrow BM = \frac{1}{3}BC = 2$

Theo định lí hàm cosin, ta có

$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2.AB.BM.\cos B$

$= 4^2 + 2^2 - 2.4.2.\frac{1}{2} = 12$

$\Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$

Chọn C.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Tính $\angle C = 180^0 - \left(\angle A + \angle B\right)$.

Sử dụng định lí sin: $\dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

Cách giải:

Ta có: $\angle C = 180^0 - \left(\angle A + \angle B\right) = 60^0$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\dfrac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \dfrac{c}{2\sin C} = \dfrac{6}{2\sin 60^0} = 2\sqrt{3}$.

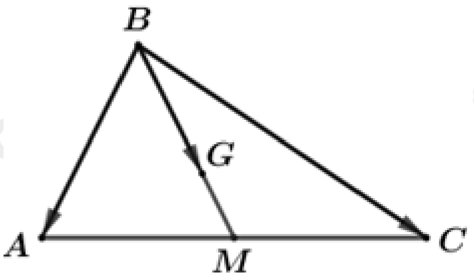
Chọn B.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto, quy tắc hình bình hành để biểu diễn véctơ.

Cách giải:



$\overrightarrow{BM} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG} = \dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG} = \dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b}$.

Chọn A.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Dùng quy tắc cộng, trừ hai vecto

Cách giải:

Xét các đáp án:

Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AA} = \vec{0}.$

Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}.$

Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM} = -\overrightarrow{MP}.$

Chọn D.

Câu 21 (VD):

Phương pháp:

Dùng quy tắc cộng, trừ hai vecto

Cách giải:

Ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}.$

Chọn B.

Câu 22 (VD):

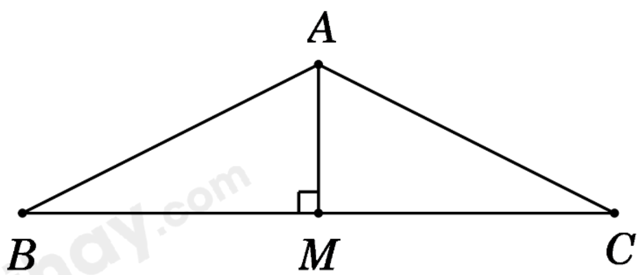
Phương pháp:

Nếu M là trung điểm của AB thì với mọi điểm O là luôn có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$

Cách giải:

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC.$

Trong tam giác vuông AMB, ta có $AM = AB.\sin ABM = a.\sin 30^0 = \frac{a}{2}.$



Ta có $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = \left|2\overrightarrow{AM}\right| = 2AM = a.$

Chọn B.

Câu 23:

Phương pháp:

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

Cách giải:

Ta có $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = BAC = 45^\circ$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos 45^\circ = a.a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a^2$

Chọn A.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Cách giải:

Ta có $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = AC = a\sqrt{2}.$

Chọn C.

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Dùng các phép toán trên tập hợp

Cách giải:

Gọi tập hợp các học sinh thích môn Toán là A. Khi đó n(A)=20

Gọi tập hợp các học sinh thích môn Anh là B. Khi đó n(B)=18

Số học sinh học thích môn Toán hoặc thích môn Anh là $n\left(A \cup B\right)$ là 40 – 12 = 28 học sinh

Vậy số học sinh thích môn cả 2 môn Toán, Anh là $n\left(A \cap B\right) = n\left(A\right) + n\left(B\right) - n\left(A \cup B\right) = 20 + 18 - 28 = 10$

Vậy có tất cả 10 học sinh vừa thích môn Toán vừa thích môn Anh.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

a) Hàm số $y = ax^2 + bx + c(a \ne 0)$ có trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$.

b) Sự biến thiên

$a > 0$

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$ $\searrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\nearrow$ $+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$ $\nearrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\searrow$ $-\infty$

* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I$\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

Cách giải:

a) Hàm số $(P): y = 2x^2 + bx + c$, có $a = 2$

Ta có $M(0;4) \in (P)$ suy ra $4 = 2.0^2 + b.0 + c \Leftrightarrow c = 4$

Mà (P) có trục đối xứng $x = 1$. Do đó $-\dfrac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow b = -2a = -2.2 = -4$

Vậy hàm số có dạng $y = 2x^2 - 4x + 4$

b) $y = 2x^2 - 4x + 4$

Đỉnh S có tọa độ $x = -\dfrac{-4}{2.2} = 1,\ y = 2.1^2 - 4.1 + 4 = 2$

Vì hàm số có a = 2 > 0 nên ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

* Đồ thị:

Trong mặt phẳng Oxy đồ thị của $y = 2x^2 - 4x + 4$ là parabol (P) có:

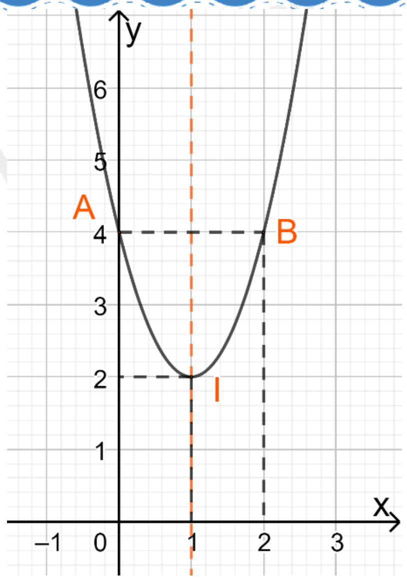
Đỉnh I (1;2)

Trục đối xứng là x = 1

Bề lõm quay lên trên

Cắt trục tung tại điểm A(0,4)

Lấy điểm B(2;4) đối xứng với A qua trục đối xứng.



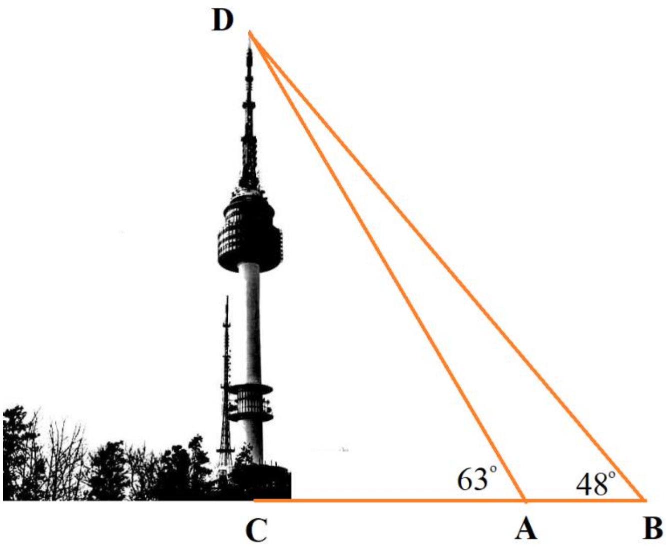
Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng định lí sin.

Cách giải:

Gọi D là đỉnh tháp, C là điểm chính giữa của chân tháp. Khi đó chiều cao của tháp là CD.



Ta có: $CAD = 63^o, CBD = 48^o \Rightarrow DAB = 180^o - CAD = 180^o - 63^o = 117^o$

Xét tam giác DAB ta có: $AB = 100, \hat{A} = 117^o, \hat{B} = 48^o \Rightarrow ADB = 180^\circ - 117^\circ - 48^\circ = 15^\circ$

Áp dụng định lí sin ta được: $\dfrac{AB}{\sin ADB} = \dfrac{DB}{\sin DAB} \Leftrightarrow \dfrac{100}{\sin 15^\circ} = \dfrac{DB}{\sin 117^\circ}$

$\Rightarrow DB = \sin 117^\circ.\dfrac{100}{\sin 15^\circ}$

Lại có: ΔDCB vuông tại C, suy ra $CD = DB.\sin B$

$\Leftrightarrow CD = \sin 117^\circ.\dfrac{100}{\sin 15^\circ}.\sin 48^\circ \approx 256$

Vậy tháp đó cao khoảng 256m.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Nếu M là trung điểm của AB thì với mọi điểm O ta luôn có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$

Cách giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{AK} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$ (vì K là trung điểm của MN)

Mà M là trung điểm AB, suy ra $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Lại có: $NA = \dfrac{1}{2}NC \Rightarrow AN = \dfrac{1}{3}AC \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

b) Ta có: $\overrightarrow{KD} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC})$ (do D là trung điểm BC)

$= \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{KA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AK} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (đpcm)