

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 8**Môn: Toán học - Lớp 10****Bộ sách Chân trời sáng tạo****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Phần 1: Trắc nghiệm (6 điểm)**

1.C	2.B	3.A	4.A	5.C	6.A	7.B	8.B	9.C	10.D
11.D	12.C	13.D	14.B	15.C	16.A	17.C	18.D	19.B	20.C
21.A	22.D	23.A	24.B	25.A	26.A	27.C	28.B	29.D	30.D

Câu 1 (NB):**Phương pháp:**

Mệnh đề là những khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

Câu a) là câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Các câu b, c, d là mệnh đề \Rightarrow Có 3 mệnh đề.

Chọn C.

Câu 2 (NB):**Phương pháp:**

Cho số gần đúng a với độ chính xác d. Khi được yêu cầu làm tròn số a mà không nói rõ làm tròn đến hàng nào thì ta làm tròn số a đến hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn 1 đơn vị của hàng đó.

Cách giải:

Vì độ chính xác đến hàng trăm ($d = 123$) nên ta làm tròn a đến hàng nghìn.

Vậy số quy tròn của a là 23748000.

Chọn B.

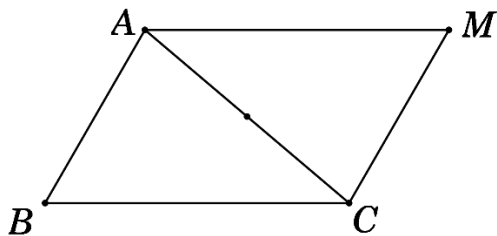
Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Biến đổi $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ về hai vectơ bằng nhau.

Xác định vị trí điểm M dựa vào điều kiện vừa tìm được.

Cách giải:



Ta có $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{BA} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = \vec{AB}$

\Rightarrow MABC là hình bình hành.

Chọn A.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tại đỉnh C: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Cách giải:

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

$\Rightarrow AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C$

$\Rightarrow 5 = BC^2 + 2 - 2 \cdot BC \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow BC^2 - 2BC - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 3(tm) \\ BC = -1(ktm) \end{cases}$

Vậy $BC = 3$.

Chọn A.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay cặp số $(x;y) = (0;4)$ vào bất phương trình: $0 - 2 \cdot 4 + 5 > 0 \Rightarrow$ Sai.

Thay cặp số $(x;y) = (2;5)$ vào bất phương trình: $2 - 2 \cdot 5 + 5 > 0 \Rightarrow$ Sai.

Thay cặp số $(x;y) = (2;3)$ vào bất phương trình: $2 - 2 \cdot 3 + 5 > 0 \Rightarrow$ Đúng.

Thay cặp số $(x;y) = (1;4)$ vào bất phương trình: $1 - 2.4 + 5 > 0 \Rightarrow$ Sai.

Chọn C.

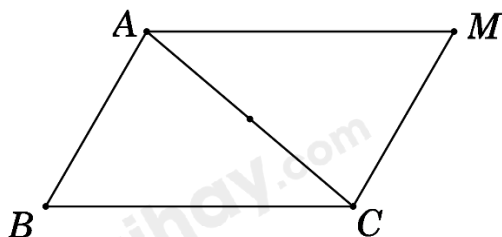
Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Biến đổi $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$ về hai vectơ bằng nhau.

Xác định vị trí điểm M dựa vào điều kiện vừa tìm được.

Cách giải:



Ta có $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BA} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{MC} = \overline{AB}$

\Rightarrow MABC là hình bình hành.

Chọn A.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Tính $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$.

Sử dụng định lí sin: $\frac{c}{\sin C} = 2R$.

Cách giải:

Ta có: $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 60^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{6}{2 \sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Thay giá trị $x = 4$ vào hàm số có công thức tương ứng.

Cách giải:

Ta có: $4 \in (2;5]$ nên $f(4) = 4^2 - 1 = 15$.

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình, bất phương trình.

Xác định tập hợp A , B bằng phương pháp liệt kê phân tử, đưa về cách viết khoảng, nửa khoảng.

Xác định $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$.

Cách giải:

$$*) x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow A = \{1; 6\}$$

$$*) |x| > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$$

$$\Rightarrow B = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$$

Ta có:

$$A \cup B = (-\infty; -4) \cup \{1\} \cup (4; +\infty), \quad A \cap B = \{6\}$$

$$B \setminus A = (-\infty; -4) \cup (4; 6) \cup (6; +\infty), \quad A \setminus B = \{1\}$$

Vậy đáp án đúng là: $(A \setminus B) \subset A$

Chọn C.**Câu 10 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

Cách giải:

Dễ thấy phần tô màu không thuộc A nên loại đáp án A, B.

Phần tô màu trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp $\left((B \cap C) \right) \setminus A$.

Chọn D.**Câu 11 (TH):****Phương pháp:**

Tính PR và QR theo $h = AR$ và $\tan \alpha = \tan 65^\circ$, $\tan \beta = \tan 79^\circ$.

Sử dụng $d = PQ = PR - QR$, tính d .

Tính chiều cao tòa nhà bằng $d + RO$.

Cách giải:

Đặt $d = PQ = LM = 50\text{m}$, $h = AR$ là chiều cao từ góc kẻ đến đỉnh tòa nhà.

Ta có: $\angle APR = \alpha = 65^\circ$, $\angle AQR = \beta = 79^\circ$.

Gọi $d_1 = PR = \frac{h}{\tan \alpha}$, $d_2 = QR = \frac{h}{\tan \beta}$, ta có:

$$d = d_1 - d_2 = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \beta} = h \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{d}{\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta}} = \frac{50}{\frac{1}{\tan 65^\circ} - \frac{1}{\tan 79^\circ}} \approx 183,9(m)$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $AR + RO \approx 183,9 + 1,4 = 185,3(m)$.

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Dùng công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ để tính $\cos x$

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$ xác định khi $\begin{cases} \sqrt{2x-2} \neq 0 \\ 2x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Vậy tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Lập bảng biến thiên, suy ra các khoảng đồng biến nghịch biến.

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ có $a = -1, b = 4$

Đỉnh của parabol: $x_l = -\frac{b}{2a} = 2, y_l = -2^2 + 4.2 + 1 = 5$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		2		$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	↗		5	↘	
						$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

Chọn D.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Tìm $\sin^2 \alpha$ dựa vào đẳng thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin \alpha$, tính P theo $\cos \alpha$ và $\sin^2 \alpha$.

Cách giải:

Chia cả tử và mẫu cho $\sin \alpha \neq 0$ ta được:

$$P = \frac{\tan \alpha + 2 \cot \alpha}{2 \tan \alpha + 3 \cot \alpha}$$

$$P = \frac{\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{2}{\cos \alpha} + \frac{3 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}}$$

Ta có:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{\frac{1}{4} + \frac{2 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{15}{16}}}{\frac{2}{4} + \frac{3 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{15}{16}}} = \frac{\frac{15}{44}}{\frac{17}{5}} = \frac{15}{33}$$

Chọn B.

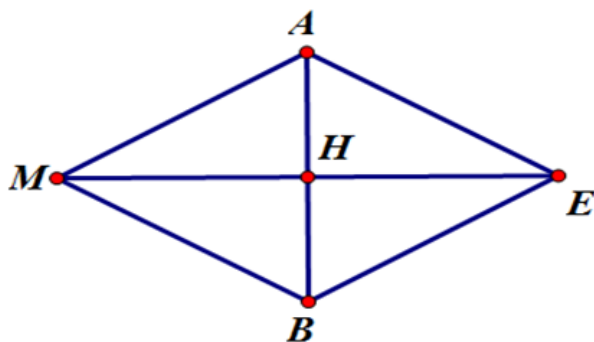
Câu 15 (TH):

Phương pháp:

Vì vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Xác định $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$, dựa vào tam giác MAB đều.

Cách giải:



Ta có tam giác MAB đều.

Do vật đứng yên nên ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$

$\Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{ME}| = 2MH = 2.50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ (với MAEB là hình bình hành tâm H).

Chọn C.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Đặt $\vec{AB} = \vec{u}$, $\vec{BC} = \vec{v}$ suy ra $\vec{u} + \vec{v} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Xét các trường hợp A, B, C thẳng hàng; A, B, C không thẳng hàng.

Ngoài ra, có thể chỉ ra các đáp án sai bằng cách chỉ ra một trường hợp mà mệnh đề đó không đúng.

Cách giải:

Đặt $\vec{AB} = \vec{u}$, $\vec{BC} = \vec{v}$ khi đó ta có $\vec{u} + \vec{v} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Nếu A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C thì $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Nếu A, B, C thẳng hàng và B không nằm giữa A, C thì $|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Nếu A, B, C không thẳng hàng thì trong tam giác ABC có $AB + BC > AC$. Suy ra $|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Do đó $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Từ đó suy ra, đáp án B đúng

Đáp án A, C sai vì chọn $\vec{v} = \vec{0}$ thì có $|\vec{u} + \vec{v}| \geq |\vec{u}| + |\vec{v}|$ (sai theo chứng minh ở trên).

Đáp án D sai vì chọn $\vec{u} = \vec{0}$ và $\vec{v} \neq \vec{0}$ thì có $|\vec{v}| \leq -|\vec{v}| \Rightarrow$ vô lý vì độ dài vectơ khác vectơ-không là một số dương.

Chọn A.

Câu 17 (VD):

Cách giải:

Hàm số có hoành độ đỉnh $x_t = -\frac{b}{2a} = 1$, tung độ đỉnh $y_t = a.1^2 + b.1 + c = 1$

Điểm A(2;3) thuộc đồ thị nên $a.2^2 + b.2 + c = 3$ hay $4a + 2b + c = 3$

$$\text{Từ đó ta có hệ } \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Suy ra $S = a^2 + b^2 + c^2 = 29$

Chọn C.

Câu 18 (TH):**Cách giải:**

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$. Loại A, C.

Đồ thị hàm số có trục đối xứng bên trái Oy: $\Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại B.

Chọn D.

Câu 19 (TH):**Phương pháp:**

Sử dụng công thức: $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos \angle(\overline{BA}, \overline{BC})$.

Cách giải:

Vì ABC là tam giác vuông cân tại A nên $BC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ và $\angle(\overline{BA}, \overline{BC}) = \angle ABC = 45^\circ$.

Vậy $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos \angle(\overline{BA}, \overline{BC})$

$$= 6 \cdot 6\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 6 \cdot 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 36.$$

Chọn B.

Câu 20 (TH):**Phương pháp:**

- Một là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng số liệu, kí hiệu là M_0

- Xác định số trung vị:

Sắp xếp mẫu số liệu kích thước N theo thứ tự không giảm (tăng dần) hoặc không tăng (giảm dần):

+ Nếu N lẻ $\Rightarrow M_e =$ số đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ (chính giữa)

+ Nếu N chẵn $\Rightarrow M_e =$ trung bình cộng hai số đứng giữa là $\frac{N}{2}$ và $\frac{N}{2} + 1$

Cách giải:

Bảng phân bố tần số, sắp xếp theo thứ tự tăng dần về thời gian:

Thời gian (x)	0,9	1	1,25	1,5	2	2,5	3	30	
Tần số (n)	1	2	1	1	1	1	1	1	$N=9$

+) Vì $x=1$ có tần số lớn nhất $n=2 \Rightarrow M_0 = 1$ là Một của bảng số liệu trên.

+) Vì $N=9$ (lẻ) \Rightarrow Số trung vị $M_e = x_{\frac{N+1}{2}} = x_5 = 1,5$ (phút)

Chọn C.

Câu 21 (NB):

Phương pháp:

Xét điểm gốc tọa độ để xác định miền nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay $x = 0, y = 0$ vào BPT $2x - 3y + 6 \geq 0$ ta được: $2.0 - 3.0 + 6 \geq 0$ (đúng)

Nên $O(0,0)$ thuộc miền nghiệm nên

Miền nghiệm nửa mặt phẳng có bờ là d chứa gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d

Chọn A.

Câu 22 (NB):

Phương pháp:

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

Cách giải:

$$\text{Xét hệ bất phương trình } \begin{cases} x + 2y > -3 & (1) \\ 3x - y < 5 & (2) \\ y - 1 > 0 & (3) \end{cases} .$$

$(-2; -1)$ không thỏa mãn BPT (3)

$(2; 0)$ không thỏa mãn BPT (3)

$(3; 2)$ không thỏa mãn BPT (2)

$(0, 2)$ thỏa mãn cả 3 BPT nên là nghiệm của hệ.

Chọn D.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Nhóm thích hợp, sử dụng mối quan hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Cách giải:

$$B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$$

$$B = (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 140^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ)$$

$$B = (\cos 0^\circ - \cos 0^\circ) + (\cos 20^\circ - \cos 20^\circ) + (\cos 40^\circ - \cos 40^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ - \cos 80^\circ)$$

$$B = 0$$

Chọn A.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\overline{BM} \cdot \overline{BA} = BM \cdot BA \cdot \cos(\overline{BM}, \overline{BA})$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \overline{BM} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{3} \overline{BC} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{3} BC \cdot BA \cdot \cos(\overline{BC}, \overline{BA}).$$

Vì tam giác ABC đều nên $\cos(\overline{BC}, \overline{BA}) = \angle ABC = 60^\circ$.

$$\Rightarrow \overline{BM} \cdot \overline{BA} = -\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{3}.$$

Chọn B.

Câu 25 (NB):

Phương pháp:

Xác định số gần đúng a và độ chính xác d.

Tính số đúng $\bar{a} = a \pm d \Rightarrow a - d \leq \bar{a} \leq a + d$.

Cách giải:

Gọi \bar{a} là độ dài đúng của dây cầu $\Rightarrow \bar{a} = 996m \pm 0,5m$.

$$\Rightarrow 996 - 0,5 \leq \bar{a} \leq 996 + 0,5$$

$$\Leftrightarrow 995,5 \leq \bar{a} \leq 996,5$$

Vậy độ dài đúng của cầu là một số nằm trong khoảng 995,5m đến 996,5m.

Chọn A.

Câu 26 (TH):

Cách giải:

$$\text{Ta có } \Delta = 1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$$

Vì $a = -3 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là: $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{25}{12}$.

Chọn A.

Câu 27 (TH):

Phương pháp:

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Cách giải:

Giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 20.

Giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 5.

Vậy khoảng biến thiên $R = 20 - 5 = 15$.

Chọn C.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Cách giải:

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa $\Rightarrow n(A) = 9$.

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch $\Rightarrow n(B) = 13$.

$\Rightarrow A \cap B$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch $\Rightarrow n(A \cap B) = 4$.

$A \cup B$: tập hợp các bạn tham gia ít nhất 1 tiết mục.

Ta có: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

\Rightarrow Số học sinh lớp 10A tham gia văn nghệ là: $n(A \cup B) = 9 + 13 - 4 = 18$.

Chọn B.

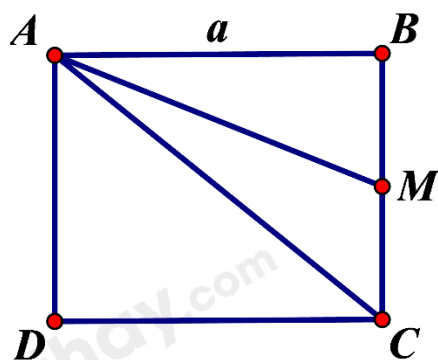
Câu 29 (TH):

Phương pháp:

Gọi M là trung điểm BC.

Sử dụng tính chất trung điểm.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm BC.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{5}.$$

Chọn D.

Câu 30 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Cách giải:

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| [2\cos(\vec{a}, \vec{b}) - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2} \quad (\text{do } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0})$$

$$\Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

Chọn D.

Phần 2: Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

- Sử dụng quy tắc hiệu, đưa về tính chất vectơ trọng tâm tam giác.
- Sử dụng tính chất vectơ trung tuyến.

Cách giải:

a) Ta có:

$$\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{KB} - \vec{KC}$$

$$\Leftrightarrow \vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{0}$$

Vậy K là trọng tâm tam giác ABC.

b) Gọi I là trung điểm của BC ta có:

$$\vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MA} + 2(\vec{MB} + \vec{MC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\vec{MI} + \vec{IA}) + 4\vec{MI} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\vec{MI} + \vec{IA} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{IM} = \frac{1}{5}\vec{IA}$$

Vậy M là thuộc IA sao cho $IM = \frac{1}{5}IA$.

Câu 2 (VD): Cho (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4)$ và có đỉnh là $I(2;5)$. Tìm parabol và xét sự biến thiên của hàm số đó.

Cách giải:

Ta có $A(1;4)$ và $I(2;5)$ thuộc parabol nên
$$\begin{cases} a+b+c=4 \\ 4a+2b+c=5 \end{cases}$$

Lại có hoành độ đỉnh $x_I = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$

Từ đó ta có hệ
$$\begin{cases} a+b+c=4 \\ 4a+2b+c=5 \\ b+4a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1; b = 4; c = 1$$

Vậy parabol đó là $y = -x^2 + 4x + 1$

* Xét sự biến thiên

Parabol (P) có $a = -1 < 0$ và đỉnh là $I(2;5)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

a) Áp dụng định lí cosin và định lí sin

b) Áp dụng định lí cosin và công thức $\cos A = 1 - 2\sin^2 \frac{A}{2}$

Cách giải:

a) Áp dụng định lí cosin và định lí sin ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \cdot \frac{2R}{a} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{abc} R$$

$$\text{Tương tự ta cũng có: } \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{abc} R; \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{abc} R$$

$$\Rightarrow \cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{abc} R + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{abc} R + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{abc} R$$

$$= \frac{R}{abc} (b^2 + c^2 - a^2 + a^2 + c^2 - b^2 + a^2 + b^2 - c^2)$$

$$= \frac{R}{abc} (a^2 + b^2 + c^2) = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc} R$$

$$\text{b) Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\text{Mà } \cos A = 1 - 2\sin^2 \frac{A}{2} \Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \quad (\text{do } 0^\circ < \frac{A}{2} < 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)}{4bc}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{a^2 - (b - c)^2}{4bc}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(a - b + c)(a + b - c)}{4bc}}$$

$$\text{Lại có: } p = \frac{a + b + c}{2} \Rightarrow p - b = \frac{a - b + c}{2}; p - c = \frac{a + b - c}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a - b + c)(a + b - c)}{4} = (p - b)(p - c)$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b)(p - c)}{bc}}$$