

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 9

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

- A. $D = [1; 2]$.
- B. $D = (1; 2)$.
- C. $D = (1; 2]$.
- D. $D = [-1; 2]$.

Câu 2: Cho mệnh đề P(x): “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x) là

- A. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ”.
- B. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.
- C. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.
- D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số:

- A. (6; 0).
- B. (2; -0,5).
- C. (2; 0,5).
- D. (0; 6).

Câu 4: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng:

- A. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 1\}$
- B. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$
- C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$

D. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

Câu 5: Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 2]$ và $B = (-3; 5]$. Tìm mệnh đề sai.

A. $A \cap B = (-3; 2]$.

B. $A \setminus B = (-\infty; -3)$.

C. $A \cup B = (-\infty; 5]$.

D. $B \setminus A = (2; 5]$.

Câu 6: Cho tập hợp: $B = \{x; y; z; 1; 5\}$. Số tập hợp con của tập hợp B là

A. 29

B. 30

C. 31

D. 32

Câu 7: Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

B. $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 8: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2 + 3y > 0$

B. $x^2 + y^2 < 2$

C. $x + y^2 \geq 0$

D. $x + y \geq 0$

Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. A(1;-1)

B. B(-1;-1)

C. C(-1;1)

D. D($-\sqrt{3}; \sqrt{3}$)

Câu 10: Trong tam giác EFG, chọn mệnh đề đúng.

A. $EF^2 = EG^2 + FG^2 + 2EG.FG.\cos G$.

B. $EF^2 = EG^2 + FG^2 + 2EG.FG.\cos E$.

C. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos E$.

D. $EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG.FG.\cos G$.

Câu 11: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD. Tính

$\overline{BK} \cdot \overline{AC}$

- A. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = \vec{0}$
- B. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = -a^2\sqrt{2}$
- C. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = a^2\sqrt{2}$
- D. $\overline{BK} \cdot \overline{AC} = 2a^2$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ABC là:

- A. 8.
- B. $8\sqrt{3}$.
- C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
- D. $7\sqrt{2}$.

Câu 13: Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$?

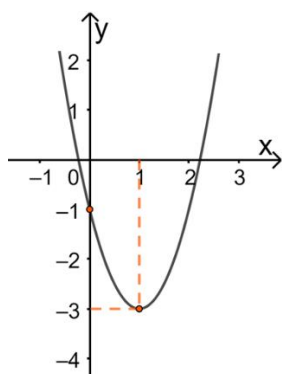
- A. $y = -x^2 + 5x - 8$.
- B. $y = -2x^2 + 10x - 12$.
- C. $y = x^2 - 5x$.
- D. $y = -2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ

bất phương trình?

- A. $O(0;0)$
- B. $M(1;0)$
- C. $N(0;-2)$
- D. $P(0;2)$

Câu 15: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1.$
- B. $y = 2x^2 + 4x + 1.$
- C. $y = x^2 - 2x - 1.$
- D. $y = 2x^2 - 4x - 1.$

Câu 16: Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a .

- A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$
- B. $r = \frac{a\sqrt{2}}{5}$
- C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
- D. $r = \frac{a\sqrt{5}}{7}$

Câu 17: Tam giác ABC có $AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{3}$ và $C = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

- A. $BC = \sqrt{5}$
- B. $BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$
- C. $BC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$
- D. $BC = \sqrt{6}$

Câu 18: Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

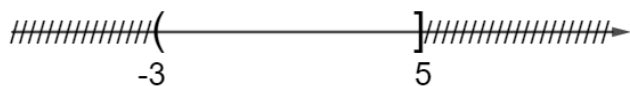
C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Câu 19: Phần không bị gạch trên hình vẽ dưới đây minh họa cho tập hợp nào?



- A. $(-3; +\infty)$.
- B. $(5; +\infty)$.
- C. $\{-3; 5\}$
- D. $(-3; 5]$.

Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. $\frac{4}{5}$
- B. 0
- C. $\frac{1}{3}$
- D. -20

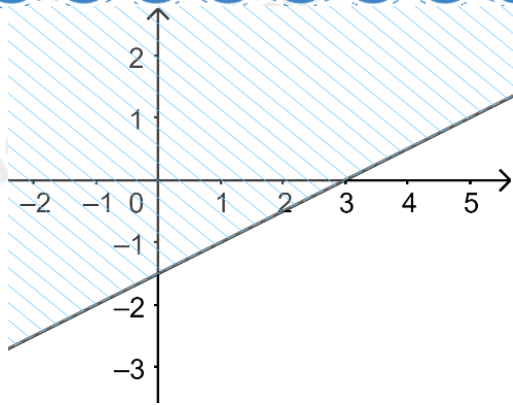
Câu 21: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\alpha = 30^\circ$.
- B. $\alpha = 45^\circ$.
- C. $\alpha = 60^\circ$.
- D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 22: Cho tam giác cân ABC có $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{11a}{5}$
- C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$
- D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 23: Nửa mặt phẳng không bị gạch chéo ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?

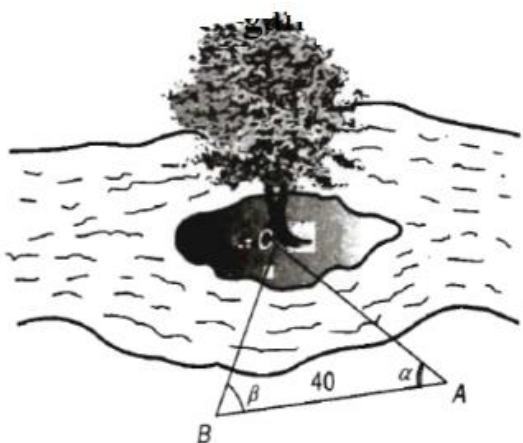


- A. $2x - y < 3$
- B. $2x - y > 3$
- C. $x - 2y < 3$
- D. $x - 2y > 3$

Câu 24: Cho góc α với $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính giá trị của $\cos \alpha$, biết $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$.

- A. $-\frac{1}{3}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 25: Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn cùng một điểm trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C. Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{cm}$, $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle CBA = 70^\circ$. Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 53 m
- B. 30 m
- C. 41,5 m
- D. 41 m

Câu 26: Cho hình vuông ABCD cạnh a , M là điểm thay đổi. Độ dài vectơ $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 3\vec{MD}$ là:

- A. $4a\sqrt{2}$
 B. $a\sqrt{2}$
 C. $3a\sqrt{2}$
 D. $2a\sqrt{2}$

Câu 27: Cho tam giác ABC đều cạnh a, G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$.
 B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$.
 C. $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{1}{6}a^2$.
 D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$.

Câu 28: Cho bốn điểm A,B,C,D phân biệt. Khi đó, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. $\vec{0}$
 B. \overrightarrow{BD}
 C. \overrightarrow{AC}
 D. $2\overrightarrow{DC}$

Câu 29: Cho hình chữ nhật ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$
 C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$
 D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$

Câu 30: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G. Đặt $\overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{BA} = \vec{b}$. Hãy phân tích vectơ \overrightarrow{BG} theo \vec{a} và \vec{b} .

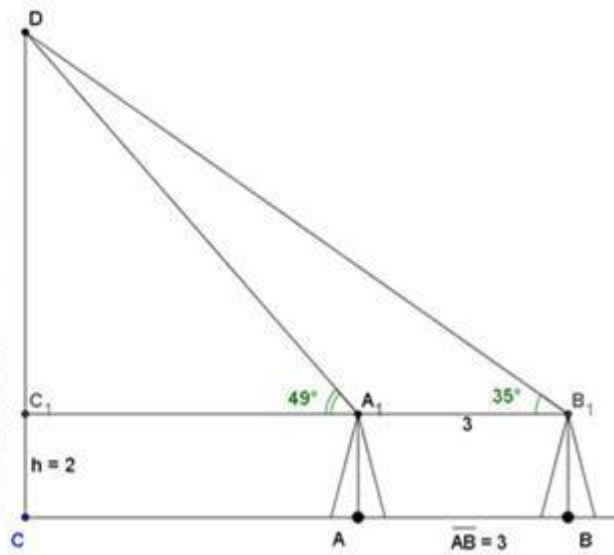
- A. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$
 B. $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
 C. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
 D. $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

II. Tự luận (4 điểm)

Câu 1: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 50 N và tam giác MAB vuông tại M . Tìm hướng và cường độ lực \vec{F}_3

Câu 2: Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$, cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\angle DA_1C_1 = 49^\circ$ và $\angle DB_1C_1 = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp đó.



Câu 3: Tìm parabol (P) $y = ax^2 + bx + c$ biết (P) có đỉnh $I(2; 3)$ và giao với Oy tại điểm có tung độ bằng -1 .
Vẽ đồ thị hàm số tìm được.

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. Trắc nghiệm (6 điểm)

1. C	2. C	3. C	4. C	5. B	6. D	7.A	8. D
9. A	10. D	11. A	12. C	13. B	14. C	15. D	16. C
17. B	18. A	19. D	20. B	21. D	22. C	23. D	24. C
25. C	26. D	27. C	28. A	29.A	30. A		

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

- $\sqrt{P(x)}$ có nghĩa khi $P(x) \geq 0$.
- $\frac{Q(x)}{\sqrt{P(x)}}$ có nghĩa khi $P(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \sqrt{6-3x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ xác định khi $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 2$

Vậy tập xác định $D = (1; 2]$

Chọn C.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in K, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in K, \overline{P(x)}$ ”.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x): “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ” là “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

Chọn C.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm vào hàm số

Cách giải:

Với $x = 6, x = 0$ thì $y = \frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$ không xác định. Suy ra điểm (6;0) và (0;6) không thuộc đồ thị hàm số

Với $x = 2$ thì $y = \frac{\sqrt{2-2}-2}{2-6} = 0,5 \neq -0,5$. Suy ra điểm (2;-0,5) không thuộc đồ thị hàm số, điểm (2;0,5) thuộc đồ thị hàm số

Chọn C.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Tập hợp rỗng không chứa phần tử nào.

Cách giải:

+) Xét đáp án A: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ |x| < 1 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow A = (-1; 1) \neq \emptyset$

\Rightarrow Loại đáp án A.

+) Xét đáp án B: $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow A = \{1\} \neq \emptyset$

\Rightarrow Loại đáp án B.

+) Xét đáp án C: $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow A = \emptyset$

Chọn C.

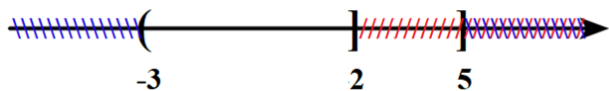
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Thực hiện các phép toán trên tập hợp. Sử dụng trục số.

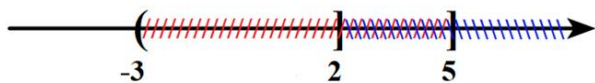
Cách giải:

+) $A \cap B = (-3; 2]$



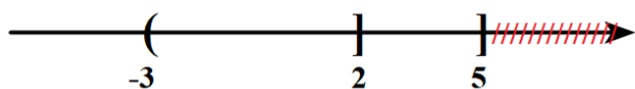
\Rightarrow A đúng.

+) $A \setminus B = (-\infty; -3]$



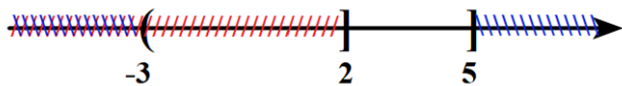
\Rightarrow B sai.

+) $A \cup B = (-\infty; 5]$



\Rightarrow C đúng.

+) $B \setminus A = (2; 5]$.



=> D đúng.

Chọn B.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Cho tập hợp B có n phần tử. Số tập hợp con của B là 2^n

Cách giải:

Tập hợp $B = \{x; y; z; 1; 5\}$ có 5 phần tử.

Số tập hợp con của tập B là: $2^5 = 32$

Chọn D.

Câu 7 (NB):

Cách giải:

Với $a > 0$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\frac{-\Delta}{4a}$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

Chọn A.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là $ax + by + c < 0$, $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \leq 0$, $ax + by + c \geq 0$, trong đó a, b, c là các số cho trước sao cho $a^2 + b^2 \neq 0$.

Cách giải:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x + y \geq 0$.

Chọn D.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm A(1;-1) ta có: $(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=2 \geq 2$ (Đúng).

Vậy điểm A thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn A.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

Cách giải:

$EF^2 = EG^2 + FG^2 - 2EG \cdot FG \cdot \cos G$ là mệnh đề đúng.

Chọn D.

Câu 11 (VD):

Cách giải:

Ta có:

$$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Lại có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$$

$$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= -a^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = 0$$

Chọn A.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Tính sinA.

Tính diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A$.

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính a: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2}ah_a$, từ đó tính h_a .

Cách giải:

Ta có:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A = \frac{16}{25}$$

$$\text{Vì } 0^\circ < A < 180^\circ \text{ nên } \sin A > 0 \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Diện tích tam giác ABC là: } S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14.$$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A.$$

$$= 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}$$

$$= 32$$

$$\Rightarrow a = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Lại có: } S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 14}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn C.**Câu 13 (TH):****Cách giải:**Hàm số bậc hai cần tìm có phương trình: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ Hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \\ a \cdot \frac{25}{4} + b \cdot \frac{5}{2} + c = \frac{1}{2} \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{a} = 5 \\ 25a + 10b + 2c = 2 \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + b = 0 \\ 25a + 10b + 2c = 2 \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 10 \\ c = -12 \end{cases}$$

Chọn B.**Câu 14 (TH):****Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Cách giải:

Để thấy các điểm $O(0;0)$, $M(1;0)$, $P(0;2)$ không thỏa mãn bất phương trình $x + y + 1 < 0$ nên không thỏa mãn cả hệ bất phương trình.

Chọn C.

Câu 15 (TH):

Cách giải:

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

$$\text{Toạ độ đỉnh } I(1; -3), \text{ ta có phương trình: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr$.

Cách giải:

Nửa chu vi tam giác đều cạnh a là $p = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$.

Tam giác đều cạnh a có diện tích $S = \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a}{2} - a \right) \left(\frac{3a}{2} - a \right) \left(\frac{3a}{2} - a \right)} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Lại có $S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} : \frac{3a}{2} = \frac{a \sqrt{3}}{6}$.

Chọn C.

Câu 17 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng hệ quả định lý Cosin trong tam giác: $\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$.

Cách giải:

Áp dụng hệ quả định lý Cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{(\sqrt{3})^2 + BC^2 - (\sqrt{2})^2}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6}BC = BC^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow BC^2 - \sqrt{6}BC + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

Chọn B.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Số chính phương có các chữ số tận cùng là 0,1,4,5,6,9. Dùng loại trừ để đưa ra đáp án đúng.

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ có $a = -1 < 0$, nên loại C,D.

$$\text{Hoành độ đỉnh } x_1 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1$$

Chọn A.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Biểu diễn tập hợp trên trục số.

Cách giải:

Hình vẽ đã cho là minh họa cho tập hợp $(-3; 5]$

Chọn D.

Câu 20 (VD):

Cách giải:

Ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ và $a = -3 < 0$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Mà $[1; 3] \subset \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Do đó trên đoạn $[1; 3]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$, tức là $\max_{[1;3]} f(x) = f(1) = 0$.

Chọn B.

Câu 21 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng công thức $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Cách giải:

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{3 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

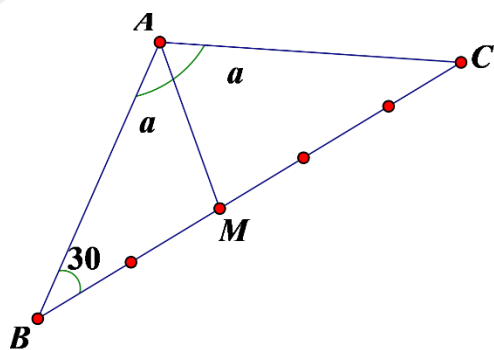
Chọn D.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

- Tính BC dựa vào định lí côsin trong tam giác cân ABC.
- Tính BM.
- Tính AM dựa vào định lí côsin trong tam giác ABM.

Cách giải:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}$$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Tìm phương trình đường thẳng d. Loại đáp án.

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào các bất phương trình chưa bị loại ở các đáp án, tiếp tục loại đáp án.

Cách giải:

Đường thẳng d đi qua điểm (3;0) nên loại đáp án A, B.

Ta thấy điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

+ Thay tọa độ điểm O(0;0) vào biểu thức $x - 2y$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 = 0 < 3$

Do đó bất phương trình cần tìm là $x - 2y > 3$

Chọn D.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

Cách giải:

Ta có:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow 1 + (-2\sqrt{2})^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Vì $0^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$.

Vậy $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn C.

Câu 25 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng hệ quả định lý Sin trong tam giác ABC.

Cách giải:

Ta có: $\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$

Áp dụng hệ quả định lý Sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 70^\circ} = \frac{40}{\sin 65^\circ}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{40}{\sin 65^\circ} \cdot \sin 70^\circ \approx 41,47 (m)$$

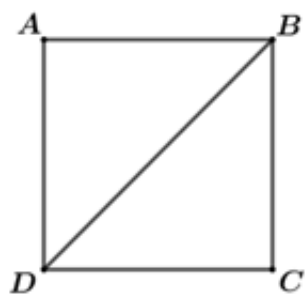
Chọn C.

Câu 26 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto để tìm được vecto \vec{u} .

Cách giải:



Vì ABCD là hình vuông nên ta có: $AB = BC = CD = DA = 2$; $AC = BD = a\sqrt{2}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 3\vec{MD} \\ &= (\vec{MD} + \vec{DA}) + (\vec{MD} + \vec{DB}) + (\vec{MD} + \vec{DC}) - 3\vec{MD} \\ &= \vec{MD} + \vec{DA} + \vec{MD} + \vec{DB} + \vec{MD} + \vec{DC} - 3\vec{MD} \\ &= \vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} \\ &= (\vec{DA} + \vec{DC}) + \vec{DB} \\ &= \vec{DB} + \vec{DB} \\ &= 2\vec{DB} \\ \Rightarrow \vec{u} &= 2\vec{DB} \\ \Rightarrow |\vec{u}| &= |2\vec{DB}| = 2.a.\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a \end{aligned}$$

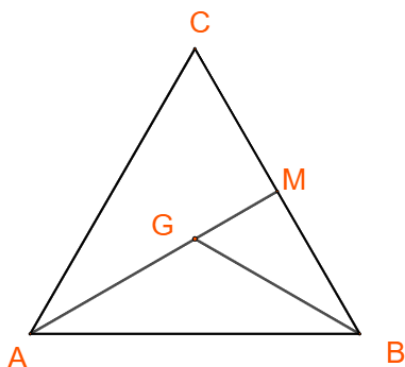
Chọn D.

Câu 27 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Cách giải:



Ta có:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = a \cdot a \cdot \cos A = a^2 \cos 60^\circ = \frac{1}{2} a^2 \Rightarrow A \text{ đúng}$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{CB} = AC \cdot CB \cdot \cos(\overline{AC}, \overline{CB}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} a^2 \Rightarrow B \text{ đúng}$$

$$+ AG = \frac{2}{3} AM; AM = AC \cdot \sin C = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AG = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{GA} \cdot \overline{GB} = GA \cdot GB \cdot \cos(\overline{GA}, \overline{GB}) = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{6} a^2 \Rightarrow C \text{ sai.}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AG} = AB \cdot AG \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AG}) = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} a^2 \Rightarrow D \text{ đúng.}$$

Chọn C.

Câu 28 (NB):

Phương pháp:

Nhóm $\overline{AB}, \overline{BC}; \overline{DC}, \overline{AD}$, áp dụng quy tắc cộng vectơ.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \overline{AB} - \overline{DC} + \overline{BC} - \overline{AD} = (\overline{AB} + \overline{BC}) - (\overline{AD} + \overline{DC}) = \overline{AC} - \overline{AC} = \vec{0}.$$

Chọn A.

Câu 29 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc hình bình hành tính $\overline{AB} + \overline{BC}$.

Tính độ dài vectơ vừa tìm được.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } |\overline{AB} + \overline{BC}| = |\overline{AC}| = AC = a.$$

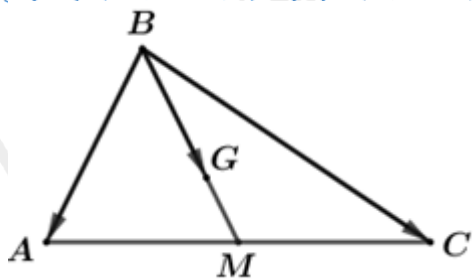
Chọn A.

Câu 30 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vectơ, quy tắc hình bình hành để biểu diễn vectơ.

Cách giải:



$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

Chọn A.

II. Tự luận (3 điểm)

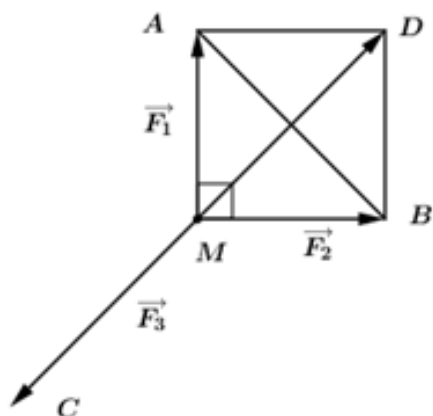
Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc hình bình hành.

Vật đứng yên khi tổng các lực tác động lên điểm bằng 0.

Cách giải:



Có cường độ lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 50 N và tam giác MAB vuông tại M

\Rightarrow Tam giác MAB vuông cân tại M

Lấy điểm D sao cho $MADB$ là hình vuông

$$\Rightarrow MD = \sqrt{MA^2 + AD^2} = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 50\sqrt{2}\text{ N}$$

Vì vật đứng yên nên tổng các lực tác động lên điểm bằng 0

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \text{ hay } \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{MA} + \vec{MB}) = -\vec{MD}$$

Vậy lực \vec{F}_3 có hướng ngược với \vec{MD} và có cường độ bằng $50\sqrt{2}N \approx 70,71N$.

Câu 2 (VD):

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \angle DA_1B = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ; \angle A_1DB_1 = 49^\circ - 35^\circ = 14^\circ$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác DA_1B_1 ta có:

$$\frac{A_1B_1}{\sin \angle A_1DB_1} = \frac{DB_1}{\sin \angle DA_1B_1} \Leftrightarrow \frac{3}{\sin 14^\circ} = \frac{DB_1}{\sin 131^\circ}$$

$$\Rightarrow DB_1 = \sin 131^\circ \cdot \frac{3}{\sin 14^\circ}$$

Lại có: $\triangle DC_1B_1$ vuông tại C_1 nên $DC_1 = DB_1 \cdot \sin B_1 = DB_1 \cdot \sin 35^\circ$

$$\Rightarrow DC_1 = \sin 131^\circ \cdot \frac{3}{\sin 14^\circ} \cdot \sin 35^\circ \approx 5,37$$

Chiều cao CD của tháp là $5,37 + 2 = 7,37(m)$

Vậy tháp cao khoảng 7,37m.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

Parabol (P) $y = ax^2 + bx + c$ giao với Oy tại điểm có tọa độ $(0;c)$, do đó $c = -1$

$$(P) \text{ có hoành độ đỉnh } x_l = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$$

Điểm $I(2;3)$ thuộc (P) nên $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 1 = 3$ hay $4a + 2b = 4$

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ b = -4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -1 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = -x^2 + 4x - 1$

* Vẽ parabol

Đỉnh $I(2;3)$

Trục đối xứng $x = 2$

Giao với Oy tại $A(0;-1)$, lấy điểm $B(4;-1)$ đối xứng với A qua trục đối xứng

Lấy điểm $C(1;2)$ và $D(3;2)$ thuộc đồ thị.

