

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 11.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào sau đây có tập xác định \mathbb{R} ?

A. $y = \tan x$

B. $y = \cot x$

C. $y = \frac{1}{\sin^2 x + 1}$

D. $y = \frac{1}{\cot x}$

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng

A. 30°

B. -60°

C. 0°

D. -30°

Câu 3. Cho dãy số $(u_n) = 2024^n$. Tính u_{n+1} ?

A. $u_{n+1} = 2024^n + 2024$

B. $u_{n+1} = 2024^n + 1$

C. $u_{n+1} = 2024^{n+1}$

D. $u_{n+1} = 2024(n+1)$

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -5$. Khi đó -32 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho?

A. 7

B. 10

C. 9

D. 8

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân là

A. 3

B. 7

C. 9

D. 5

Câu 6. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số)B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$)C. $\lim \frac{1}{n} = 0$ D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$)

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{2x-4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = 2$ D. $x = -1$

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (ABCD)$ B. $AB \parallel (SCD)$ C. $BC \parallel (SAD)$ D. $MN \parallel (SBD)$

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của SA. Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE?

A. (SBC)

B. (ABCD)

C. (SAC)

D. (CDE)

Câu 11. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

A. 156,5

B. 157

C. 157,5

D. 158

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. [40;60)

B. [20;40)

C. [60;80)

D. [80;100)

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

a) Phương trình đã cho được viết lại như sau: $\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) Ta có $\cos(2x + \pi) = -\cos 2x$.

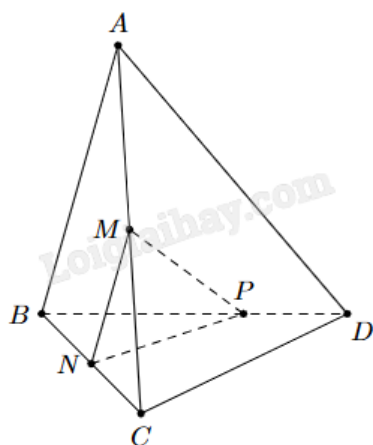
c) Phương trình đã cho đưa về dạng $\cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$.

d) Nghiệm của phương trình đã cho là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = 2$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{4^n + 3} = b$.

- a) Giá trị của $a = 2$.
- b) Giá trị của $b = 4$.
- c) $a; 2; b$ lập thành một cấp số cộng.
- d) $a; b; 16$ lập thành một cấp số nhân.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy P sao cho $BP = 2PD$.



- a) Gọi $I = CD \cap (MNP)$. Ba điểm I, N, P thẳng hàng.
- b) $MN \parallel (ABD)$.
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD) là đường thẳng PQ song song với AB, với Q thuộc AD.
- d) Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Câu 4. Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thống kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)	[45; 55)	[55; 65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

- a) Cỡ mẫu là $n = 50$.
- b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [55;65).
- c) Trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [25;35).
- d) Trung vị của mẫu số liệu gần bằng 37,14.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày mức nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mức nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày ($t > 0$) bởi công thức $h = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) + 16$. Mức nước của kênh cao nhất khi t bằng bao nhiêu?

Câu 2. Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?

Câu 3. Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$. Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

(làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của AC và BD , $AC = 6$, $BD = 8$; tam giác SBD là tam giác đều. Gọi I là điểm nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AI = x$ ($0 < x < 3$), (P) là mặt phẳng đi qua điểm I và song song với mặt phẳng (SBD) . Diện tích của hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{ax^2\sqrt{3}}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

Câu 6. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (Giờ)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Số lượng	6	12	13	10	3

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. C	2. D	3. C	4. D	5. B	6. B
7. C	8. B	9. A	10. C	11. B	12. A

Câu 1. Hàm số nào sau đây có tập xác định \mathbb{R} ?

A. $y = \tan x$

B. $y = \cot x$

C. $y = \frac{1}{\sin^2 x + 1}$

D. $y = \frac{1}{\cot x}$

Phương pháp giải:

Tìm tập xác định của từng hàm số.

Lời giải chi tiết:

Hàm số $y = \tan x$ xác định $\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Hàm số $y = \cot x$ xác định $\forall x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Hàm số $y = \frac{1}{\cot x}$ xác định $\forall x \neq \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Hàm số $y = \frac{1}{\sin^2 x + 1}$ xác định với mọi giá trị của x .

Đáp án C.

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng

A. 30°

B. -60°

C. 0°

D. -30°

Phương pháp giải:

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

$$\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^\circ = 45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Xét } -90^\circ < x < 90^\circ \Leftrightarrow -90^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{2}{3}.$$

Suy ra $k = -1$ hoặc $k = 0$.

Với $k = -1$, ta được $x = -60^\circ$.

Với $k = 0$, ta được $x = 30^\circ$.

Vậy tổng các nghiệm là $-60^\circ + 30^\circ = -30^\circ$.

Đáp án D.

Câu 3. Cho dãy số $(u_n) = 2024^n$. Tính u_{n+1} ?

A. $u_{n+1} = 2024^n + 2024$

B. $u_{n+1} = 2024^n + 1$

C. $u_{n+1} = 2024^{n+1}$

D. $u_{n+1} = 2024(n+1)$

Phương pháp giải:

Thay $n + 1$ vào n .

Lời giải chi tiết:

Ta có $u_{n+1} = 2024^{n+1}$.

Đáp án C.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -5$. Khi đó -32 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho?

A. 7

B. 10

C. 9

D. 8

Phương pháp giải:

Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

-32 là số hạng thứ n của cấp số cộng. Ta có $32 = 3 + (n-1)(-5) \Leftrightarrow n = 8$.

Đáp án D.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân là

A. 3

B. 7

C. 9

D. 5

Phương pháp giải:

Công thức tổng n số hạng đầu của cấp số nhân: $S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$.

Lời giải chi tiết:

Áp dụng công thức tổng số hạng của cấp số nhân ta có: $S_3 = 1 \cdot \frac{1 - 2^3}{1 - 2} = 7$.

Đáp án B.**Câu 6.** Phát biểu nào sau đây là sai?A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số)B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$)C. $\lim \frac{1}{n} = 0$ D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$)**Phương pháp giải:**

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$) nên B sai.

Đáp án B.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{2x - 4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = 2$ D. $x = -1$ **Phương pháp giải:**

Tìm điểm mà tại đó hàm số không xác định.

Lời giải chi tiết:

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, suy ra hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

Đáp án C.**Câu 8.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau

Phương pháp giải:

Sử dụng kiến thức về vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

B sai vì hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có thể trùng nhau. Khi đó chúng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Đáp án B.

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (ABCD)$

B. $AB \parallel (SCD)$

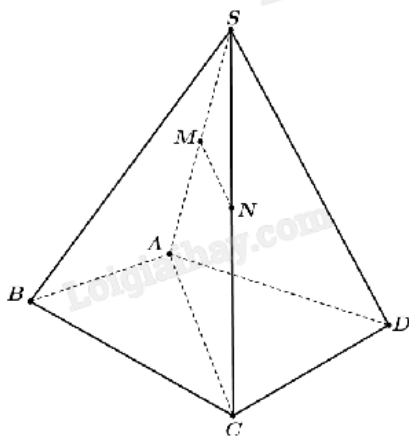
C. $BC \parallel (SAD)$

D. $MN \parallel (SBD)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải chi tiết:



Vì MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$.

Mà AC thuộc mặt phẳng (ABCD) suy ra $MN \parallel (ABCD)$.

Đáp án A.

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của SA. Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE?

A. (SBC)

B. (ABCD)

C. (SAC)

D. (CDE)

Phương pháp giải:

Mặt phẳng cần tìm chứa cả hai điểm O và E.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\begin{cases} O \in AC \\ E \in SA \end{cases}$ nên $OE \subset (SAC)$.

Đáp án C.

Câu 11. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N=100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A. 156,5
- B. 157
- C. 157,5
- D. 158

Phương pháp giải:

Giá trị đại diện của nhóm là trung bình cộng của đầu mút trái và đầu mút phải nhóm đó.

Lời giải chi tiết:

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là $\frac{156+158}{2} = 157$.

Đáp án B.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60)
- B. [20;40)
- C. [60;80)
- D. [80;100)

Phương pháp giải:

Nhóm chứa trung vị là nhóm chứa giá trị chính giữa của mẫu số liệu.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$.

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$.

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.

Đáp án A.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho phương trình $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

a) Phương trình đã cho được viết lại như sau: $\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) Ta có $\cos(2x + \pi) = -\cos 2x$.

c) Phương trình đã cho đưa về dạng $\cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$.

d) Nghiệm của phương trình đã cho là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Phương pháp giải:

a) Sử dụng công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

b) Sử dụng công thức $\cos(x + \pi) = -\cos x$.

c) Sử dụng công thức hạ bậc $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$.

d) Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Ta có: $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right).$$

b) **Đúng.** $\cos(2x + \pi) = -\cos 2x$.

c) **Đúng.** Ta có: $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos(2x + \pi) + 1}{2} = \frac{1 - \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos(2x + \pi) = -\cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -\cos 2x = -\cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right).$$

d) Sai. Ta có: $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = -4x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = -4x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 6x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = 2$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{4^n + 3} = b$.

a) Giá trị của $a = 2$.

b) Giá trị của $b = 4$.

c) $a; 2; b$ lập thành một cấp số cộng.

d) $a; b; 16$ lập thành một cấp số nhân.

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc tìm giới hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(2 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}\right)}{n^2 \left(a + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}{a + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}} = \frac{2}{a} = 2.$

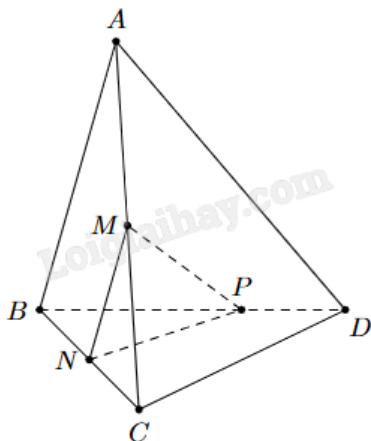
Suy ra $a = 1$.

b) **Đúng.** Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{4^n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n \cdot 4}{4^n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4}{1 + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{0 + 4}{1 + 0} = 4 = b.$$

c) **Sai.** 1; 2; 4 không lập thành một cấp số cộng.

d) **Đúng.** 1; 4; 16 lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu là 1, công bội bằng 4.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy P sao cho BP = 2PD.



a) Gọi $I = CD \cap (MNP)$. Ba điểm I, N, P thẳng hàng.

b) $MN \parallel (ABD)$.

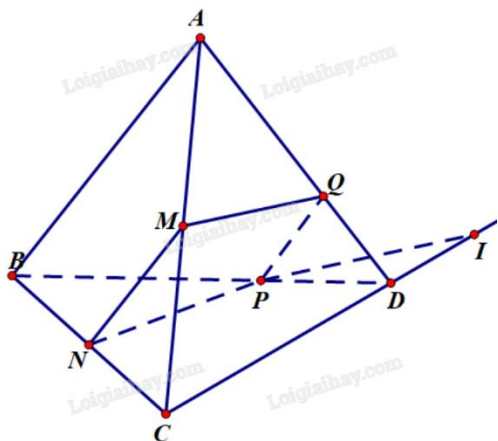
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD) là đường thẳng PQ song song với AB, với Q thuộc AD.

d) Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Phương pháp giải:

Sử dụng các điều kiện, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải chi tiết:



a) **Sai.** Xét trong mặt phẳng (BCD):

Vì NP không song song với CD nên giả sử NP giao CD tại O.

Khi đó
$$\begin{cases} O \in CD \\ O \in NP \subset (MNP) \end{cases} \text{ nên } O = CD \cap (MNP).$$

Vậy $O \equiv I$. Vì $O \in NP$ suy ra I, N, P thẳng hàng.

b) Đúng. Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN // AB$.

c) Đúng. Ta có $\begin{cases} MN // AB \\ MN \subset (MNP) \\ AB \subset (ABD) \\ (MNP) \cap (ABD) = \{P\} \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (MNP) và (ABD) là đường thẳng qua P và

song song với AB, MN.

Theo giả thiết, $PQ // AB$ nên PQ chính là giao tuyến cần tìm.

d) Sai. Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2} AB$ (1).

Theo giả thiết, $BP = 2PD$ nên suy ra $\frac{DP}{DB} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác ABD có $PQ // AB$:

$$\frac{DQ}{DA} = \frac{DP}{DB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{1}{3} \text{ (hệ quả định lý Thales).}$$

$$\text{Suy ra } PQ = \frac{1}{3} AB \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \neq PQ$.

Vậy MNPQ không phải hình bình hành.

Câu 4. Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thống kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)	[45; 55)	[55; 65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

- a) Cỡ mẫu là $n = 50$.
- b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [55;65).
- c) Trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [25;35).
- d) Trung vị của mẫu số liệu gần bằng 37,14.

Phương pháp giải:

- a) Cỡ mẫu bằng tổng tần số trong bảng số liệu.
- b) Nhóm chứa một có tần số lớn nhất trong bảng số liệu.
- c) Trung vị là giá trị chính giữa trong các giá trị sắp xếp theo thứ tự không giảm.

d) Công thức tính trung vị: $M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $n = 10 + 12 + 14 + 9 + 5 = 50$.

b) Sai. Nhóm chứa một là $[35;45)$.

c) Sai. Ta có $\frac{n}{2} = 25$ nên trung vị là $M_e = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [35;45)$.

d) Đúng. $M_e = 35 + \frac{\frac{50}{2} - (10+12)}{14} \cdot (45 - 35) = \frac{260}{7} \approx 37,14$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Hằng ngày mức nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mức nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày ($t > 0$) bởi công thức $h = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) + 16$. Mức

nước của kênh cao nhất khi t bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

$$h = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) + 16 \text{ lớn nhất khi } \sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) = 1.$$

Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

$$\sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} = -\frac{\pi}{8} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{8} = -\frac{1}{8} + 2k \Leftrightarrow t = -1 + 16k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có } 0 < t \leq 24 \Leftrightarrow 0 < -1 + 16k \leq 24 \Leftrightarrow 1 < 16k \leq 24 \Leftrightarrow \frac{1}{16} < k \leq \frac{3}{2}.$$

Vậy $k = 1$. Khi đó $t = -1 + 16 \cdot 1 = 15$.

Vậy mức nước của kênh cao nhất khi $t = 15$ (giờ).

Đáp án: 15.

Câu 2. Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

$$\text{Sử dụng công thức tổng } n \text{ số hạng đầu của cấp số cộng: } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

Lời giải chi tiết:

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 16$ và $d = 4$.

$$\text{Tổng số ghế trong rạp là } S_{18} = \frac{18[2 \cdot 16 + (18-1) \cdot 4]}{2} = 900.$$

Đáp án: 900.

Câu 3. Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$. Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{aligned} & \lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right] \\ &= \lim \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \lim \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} (1 - 0) = \frac{1}{2} = 0,5. \end{aligned}$$

Đáp án: 0,5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

(làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Phương pháp giải:

Hàm số liên tục tại x_0 khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2 + 2 - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1} + \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x-1} \\ &= \frac{x+7-8}{(x-1)(\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7.2+4})} + \frac{4-(3x+1)}{(x-1)(2+\sqrt{3x+1})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7.2+4}} + \frac{3-3x}{(x-1)(2+\sqrt{3x+1})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7.2+4}} - \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7.2+4}} - \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+7} + \sqrt[2]{1+7.2+4}} - \frac{3}{2+\sqrt{3.1+1}} \approx -0,7. \end{aligned}$$

Mà $f(1) = a.1 = a$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$, suy ra $a \approx -0,7$.

Đáp án: -0,7.

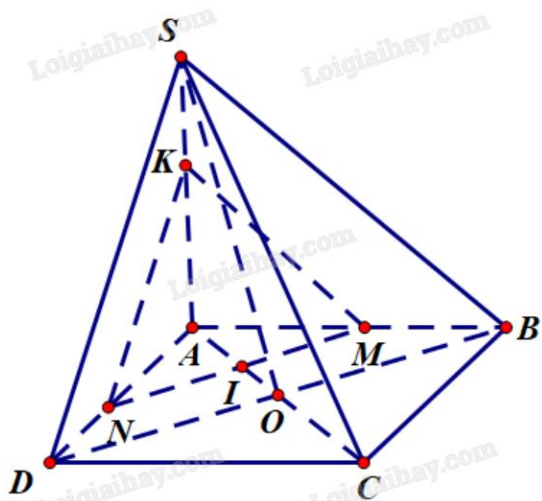
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của AC và BD , $AC = 6$, $BD = 8$; tam giác SBD là tam giác đều. Gọi I là điểm nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AI = x$ ($0 < x < 3$), (P) là mặt phẳng đi qua điểm I và song song với mặt phẳng (SBD) . Diện tích của hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{ax^2\sqrt{3}}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a$

+ b.

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất giao tuyến, hệ quả định lý Thales, công thức tính diện tích tam giác đều khi biết độ dài cạnh.

Lời giải chi tiết:



Vì $(P) \parallel (SBD)$ suy ra $BD \parallel (P)$ và $SB \parallel (P)$.

Ta có $\begin{cases} I \in (P) \cap (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \\ BD \parallel (P) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (P) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua I song song với BD .

Giao tuyến này cắt AB tại M , cắt AD tại N .

Tương tự $\begin{cases} M \in (P) \cap (SAB) \\ SB \subset (SAB) \\ SB \parallel (P) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (P) và (SAB) là đường thẳng qua M song song với SB .

Giao tuyến này cắt SA tại K .

Thiết diện cần tìm là tam giác MNK .

Hai tam giác KMN và SBD có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng. Mà tam giác SBD đều nên tam giác KMN đều.

Xét tam giác AOD có IN//DO: $\frac{AI}{AO} = \frac{IN}{DO}$ (hệ quả định lý Thales).

Xét tam giác AOB có IM//BO: $\frac{AI}{AO} = \frac{IM}{BO}$ (hệ quả định lý Thales).

Suy ra $\frac{IN}{DO} = \frac{IM}{BO}$. Do đó $\frac{AI}{AO} = \frac{IN + IM}{DO + BO}$ hay $\frac{AI}{AO} = \frac{MN}{BD} \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{AC}{2}} = \frac{MN}{BD}$

$\Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{MN}{8} \Leftrightarrow MN = \frac{8x}{3}$.

Diện tích tam giác đều KMN là $S = \frac{MN^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{8x}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{16x^2 \sqrt{3}}{9}$.

Suy ra a = 16, b = 9.

Vậy P = a + b = 16 + 9 = 25.

Đáp án: 25.

Câu 6. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (Giờ)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

Phương pháp giải:

Tìm tứ phân vị thứ ba.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 6 + 12 + 13 + 10 + 3 = 44.

Do $\frac{3n}{4} = 33$ nên $Q_3 = \frac{x_{33} + x_{34}}{2} \in [7; 8)$.

$Q_3 = 7 + \frac{\frac{3 \cdot 44}{4} - (6 + 12 + 13)}{10} (8 - 7) = 7,2$.

Vậy 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất 7,2 giờ.

Đáp án: 7,2.