

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 1 – chương trình Toán 9.

**Phần trắc nghiệm (3 điểm)** Chọn câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

**Câu 1:** Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} -2x - y = -1 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$  là:

- A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.                      B. Hệ phương trình vô nghiệm.  
C. Hệ phương trình có hai nghiệm.                      D. Hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Câu 2:** Phương trình  $(-3x - 4)(5x - 10) = 0$  có nghiệm là:

- A.  $x = 2$  và  $x = -\frac{1}{3}$ .                      B.  $x = 1$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .                      C.  $x = 3$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .                      D.  $x = 2$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .

**Câu 3:** Cho hai số dương biết tổng của chúng là 81 và hiệu của chúng là 13. Nếu gọi số lớn là  $x$ , số bé là  $y$  thì điều kiện của số lớn là:

- A.  $81 \geq y \geq 13$ .                      B.  $81 > x > 13$ .                      C.  $x \leq 13$ .                      D.  $x > 81$ .

**Câu 4:** Căn bậc hai của 9 là

- A. 9 và -9.                      B. 81.                      C. 3 và -3.                      D. 3.

**Câu 5:** Biểu thức  $\sqrt{3x-1}$  có nghĩa khi

- A.  $x \leq -\frac{1}{3}$ .                      B.  $x \geq -\frac{1}{3}$ .                      C.  $x \geq \frac{1}{3}$ .                      D.  $x \leq \frac{1}{3}$ .

**Câu 6:** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}-1}$  tại  $x = 5 - 2\sqrt{2}$ .

- A.  $A = 2$ .                      B.  $A = 1 - \sqrt{2}$ .                      C.  $A = \sqrt{2}$ .                      D.  $A = -\sqrt{2}$ .

**Câu 7:** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{9} + \sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{125}$  là

- A. 9.                      B. 2.                      C. 5.                      D. 8.

**Câu 8:** Biết  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  thì  $\alpha$  bằng

- A.  $35^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 9:** Cho một điểm A bất kì trên đường tròn (O). Xác định điểm đối xứng của A qua tâm O của đường tròn.

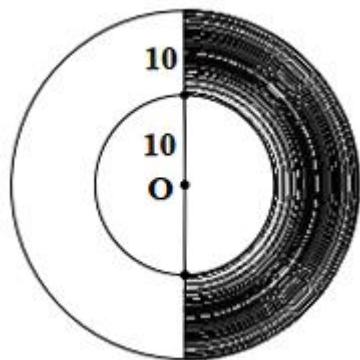
- A. Giao điểm của AO với đường tròn (O).
- C. Tâm của đường tròn.

- B. Không có điểm đối xứng.
- D. Điểm bất kì trên đường tròn.

**Câu 10:** Chọn khẳng định *sai*.

- A. Số đo của nửa đường tròn bằng  $180^\circ$ .
- B. Số đo của cung lớn bằng thương của  $360^\circ$  và số đo của cung nhỏ có chung hai mút.
- C. Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- D. Số đo của cung AB được kí hiệu là  $AB$ .

**Câu 11:** Cho hình vẽ.



Diện tích phần tô màu là:

- A.  $10\sqrt{3}\pi$ .
- B.  $300\pi$ .
- C.  $200\pi$ .
- D.  $150\pi$ .

**Câu 12:** Cho hai đường tròn  $(O, 11\text{cm})$  và  $(O', 1\text{cm})$ , biết  $OO' = 5\text{cm}$ . Vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. Tiếp xúc trong.
- B. Ở ngoài nhau.
- C. Tiếp xúc ngoài.
- D. Đường tròn  $(O)$  đựng  $(O')$ .

**Phần tự luận (7 điểm)**

**Bài 1. (2 điểm)** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{x-12}{6\sqrt{x+x}} + \frac{4}{\sqrt{x+6}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x-2}}$  ( $x \geq 0$ )

- a) Rút gọn biểu thức B.
- b) Tính giá trị của B khi  $x = 1$ .
- c) Tìm giá trị nguyên của x để B nguyên.

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2. (1 điểm)** Tại một cửa hàng điện máy tủ lạnh được giảm giá 22% và tivi được giảm giá 25% . Tổng giá niêm yết của hai mặt hàng này là 52 triệu đồng, giá sau khi giảm của hai mặt hàng là 39,81 triệu đồng. Tìm giá niêm yết của tủ lạnh, tivi.

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 3. (1 điểm)** Máy kéo nông nghiệp có hai loại bánh xe, trong đó bánh sau to hơn bánh trước. Khi bơm căng, bánh sau có đường kính là 1,672m và bánh trước có đường kính là 88cm. Hỏi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì bánh trước lăn được bao nhiêu vòng?



.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho đường tròn  $(O;R)$  ,  $(O';R')$  tiếp xúc ngoài tại A  $(R > R')$ . Vẽ các đường kính AOB, AO'C. Dây DE của đường tròn  $(O)$  vuông góc với BC tại trung điểm K của BC.

- a) Tứ giác BDCE là hình gì?
- b) Gọi I là giao điểm của DA và đường tròn  $(O')$ . Chứng minh rằng ba điểm E, I, C thẳng hàng.
- c) Chứng minh rằng KI là tiếp tuyến của đường tròn  $(O')$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 5. (0,5 điểm)** Để rào một khu đất có hai phần hình chữ nhật cho gia đình trồng hoa kiểng, một bác nông dân sử dụng 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E trước khuôn viên nhà dọc theo một con sông (như hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song với nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét.



Tính diện tích đất lớn nhất bác nông dân rào được.

.....

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



## Phần trắc nghiệm

Câu 1: A	Câu 2: D	Câu 3: B	Câu 4: C	Câu 5: C	Câu 6: C
Câu 7: B	Câu 8: D	Câu 9: A	Câu 10: B	Câu 11: D	Câu 12: D

**Câu 1:** Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} -2x - y = -1 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$  là:

- A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.      B. Hệ phương trình vô nghiệm.  
C. Hệ phương trình có hai nghiệm.      D. Hệ phương trình có vô số nghiệm.

## Phương pháp

Giải hệ phương trình để xác định nghiệm của hệ.

Ta cũng có thể sử dụng máy tính cầm tay để xác định nghiệm.

## Lời giải

$$\begin{cases} -2x - y = -1 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - 2y = -2 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x = -3 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(\frac{2}{5}; \frac{-1}{5}\right)$ .

## Đáp án A

**Câu 2:** Phương trình  $(-3x - 4)(5x - 10) = 0$  có nghiệm là:

- A.  $x = 2$  và  $x = -\frac{1}{3}$ .      B.  $x = 1$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .      C.  $x = 3$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .      D.  $x = 2$  và  $x = -\frac{4}{3}$ .

## Phương pháp

Để giải phương trình  $(ax+b)(cx+d)=0$ , ta giải hai phương trình  $ax+b=0$  và  $cx+d=0$ .

**Lời giải**

$$(-3x-4)(5x-10)=0$$

$$-3x-4=0 \text{ suy ra } -3x=4 \text{ suy ra } x=-\frac{4}{3}.$$

$$5x-10=0 \text{ suy ra } 5x=10 \text{ suy ra } x=2.$$

**Đáp án D**

**Câu 3:** Cho hai số dương biết tổng của chúng là 81 và hiệu của chúng là 13. Nếu gọi số lớn là  $x$ , số bé là  $y$  thì điều kiện của số lớn là:

A.  $81 \geq y \geq 13$ .

B.  $81 > x > 13$ .

C.  $x \leq 13$ .

D.  $x > 81$ .

**Phương pháp**

Dựa vào dữ kiện đề bài để xác định điều kiện của số lớn.

**Lời giải**

Vì  $x+y > x+0$  nên  $81 > x$  (vì  $x+y=81$ ;  $x$  và  $y$  đều là số dương).

Vì  $x-0 > x-y$  nên  $x > 13$  (vì  $x-y=13$ ;  $x$  và  $y$  đều là số dương).

Do đó  $81 > x > 13$ .

**Đáp án B**

**Câu 4:** Căn bậc hai của 9 là

A. 9 và -9.

B. 81.

C. 3 và -3.

D. 3.

**Phương pháp**

Căn bậc hai của số thực không âm  $a$  là số thực  $x$  sao cho  $x^2 = a$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\sqrt{9} = 3$  nên 9 có hai căn bậc hai là 3 và -3.

**Đáp án C**

**Câu 5:** Biểu thức  $\sqrt{3x-1}$  có nghĩa khi

A.  $x \leq -\frac{1}{3}$ .

B.  $x \geq -\frac{1}{3}$ .

C.  $x \geq \frac{1}{3}$ .

D.  $x \leq \frac{1}{3}$ .

**Phương pháp**

Điều kiện xác định của  $\sqrt{A}$  là  $A \geq 0$ .

**Lời giải**

Biểu thức  $\sqrt{3x-1}$  có nghĩa khi  $3x-1 \geq 0$  suy ra  $x \geq \frac{1}{3}$ .

**Đáp án C**

**Câu 6:** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}-1}$  tại  $x = 5 - 2\sqrt{2}$ .

A.  $A = 2$ .

B.  $A = 1 - \sqrt{2}$ .

C.  $A = \sqrt{2}$ .

D.  $A = -\sqrt{2}$ .

**Phương pháp**

Thay giá trị của  $x$  vào A và sử dụng các tính chất của căn thức bậc hai để tính giá trị của A.

**Lời giải**

Thay  $x = 5 - 2\sqrt{2}$  vào A, ta được:

$$\begin{aligned} A &= \frac{5 - 2\sqrt{2} - 3}{\sqrt{5 - 2\sqrt{2} - 2} - 1} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - 1} \\ &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{2 - 2\sqrt{2} + 1} - 1} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} - 1} \\ &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{|\sqrt{2} - 1| - 1} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{2} - 1 - 1} \\ &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{2} - 2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{2}(1 - \sqrt{2})} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

**Đáp án C**

**Câu 7:** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{9} + \sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{125}$  là

A. 9.

B. 2.

C. 5.

D. 8.

**Phương pháp**

Tính căn bậc hai, căn bậc ba để tính giá trị biểu thức.

**Lời giải**

$$\sqrt{9} + \sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{125} = \sqrt{3^2} + \sqrt[3]{4^3} - 2\sqrt[3]{5^3} = 3 + 4 - 2 \cdot 5 = 2$$

**Đáp án B**

**Câu 8:** Biết  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  thì  $\alpha$  bằng

A.  $35^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Phương pháp**

Sử dụng bảng giá trị lượng giác đặc biệt hoặc sử dụng máy tính cầm tay để tính  $\alpha$ .

**Lời giải**

$$\text{Với } \cos \alpha = \frac{1}{2} \text{ thì } \alpha = 60^\circ.$$

**Đáp án D**

**Câu 9:** Cho một điểm A bất kì trên đường tròn (O). Xác định điểm đối xứng của A qua tâm O của đường tròn.

A. Giao điểm của AO với đường tròn (O).

B. Không có điểm đối xứng.

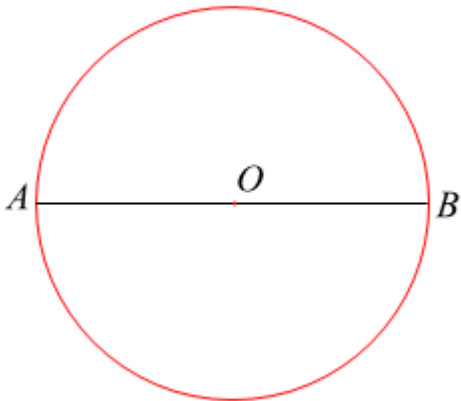
C. Tâm của đường tròn.

D. Điểm bất kì trên đường tròn.

**Phương pháp**

Hai điểm được gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng tạo bởi hai điểm đó.

**Lời giải**



Điểm đối xứng của điểm A qua tâm O của đường tròn là giao điểm của AO với đường tròn (O).

**Đáp án A**

**Câu 10:** Chọn khẳng định *sai*.

- A. Số đo của nửa đường tròn bằng  $180^\circ$ .
- B. Số đo của cung lớn bằng thương của  $360^\circ$  và số đo của cung nhỏ có chung hai mút.
- C. Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- D. Số đo của cung AB được kí hiệu là  $AB$ .

**Phương pháp**

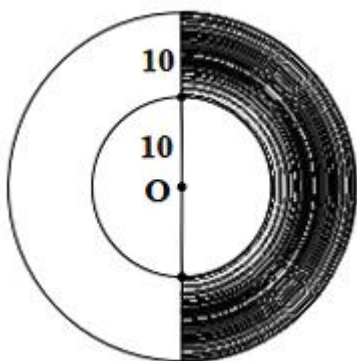
Sử dụng kiến thức về số đo cung.

**Lời giải**

Khẳng định B sai vì số đo cung lớn bằng *hiệu* của của  $360^\circ$  và số đo của cung nhỏ có chung hai mút.

**Đáp án B**

**Câu 11:** Cho hình vẽ.



Diện tích phần tô màu là:

- A.  $10\sqrt{3}\pi$ .
- B.  $300\pi$ .
- C.  $200\pi$ .
- D.  $150\pi$ .

**Phương pháp**



Sử dụng công thức tính diện tích hình vành khuyên, từ đó tính diện tích nửa hình vành khuyên.

**Lời giải**

Bán kính đường tròn lớn là:

$$10 + 10 = 20.$$

Diện tích phần tô màu chính là nửa hình vành khuyên tạo bởi hai đường tròn đồng tâm có bán kính là 20 và 10 nên diện tích phần tô màu là:

$$S = \frac{1}{2} \cdot S_{vk} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (20^2 - 10^2) = 150\pi.$$

**Đáp án D**

**Câu 12:** Cho hai đường tròn  $(O, 11cm)$  và  $(O', 1cm)$ , biết  $OO' = 5cm$ . Vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. Tiếp xúc trong.
- B. Ở ngoài nhau.
- C. Tiếp xúc ngoài.
- D. Đường tròn  $(O)$  đựng  $(O')$ .

**Phương pháp**

Vị trí tương đối của hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ ( $R \geq R'$ )		Số điểm chung	Hệ thức giữa $OO'$ với $R$ và $R'$
Hai đường tròn cắt nhau		2	$R - R' < OO' < R + R'$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau	Tiếp xúc ngoài	1	$OO' = R + R'$
	Tiếp xúc trong		$OO' = R - R' > 0$
Hai đường tròn không giao nhau	$(O)$ và $(O')$ ở ngoài nhau	0	$OO' > R + R'$
	$(O)$ đựng $(O')$		$OO' < R - R'$

**Lời giải**

Ta có:

$$R - R' = 11 - 1 = 10 > OO' \text{ hay } R - R' > OO' \text{ nên đường tròn } (O) \text{ đựng } (O').$$

**Đáp án D**

**Phần tự luận.**

**Bài 1. (2 điểm)** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{x-12}{6\sqrt{x+x}} + \frac{4}{\sqrt{x+6}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x-2}}$  ( $x \geq 0$ )

- a) Rút gọn biểu thức B.
- b) Tính giá trị của B khi  $x = 1$ .
- c) Tìm giá trị nguyên của x để B nguyên.

**Phương pháp**

- a) Sử dụng kiến thức về căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức B.

b) Thay  $x=1$  vào B để tính giá trị.

c) Đưa biểu thức về dạng  $A(x) + \frac{C}{B(x)}$  với C là hằng số. Để biểu thức đó là số nguyên thì  $B(x) \in U(C)$ .

Kết hợp điều kiện của căn thức để tìm x.

### Lời giải

a) Ta có:

$$B = \left( \frac{x-12}{6\sqrt{x}+x} + \frac{4}{\sqrt{x}+6} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2} \quad (x \geq 0)$$

$$B = \left[ \frac{x-12}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} + \frac{4}{\sqrt{x}+6} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \left[ \frac{x-12}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} + \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{x-12+4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{x-2\sqrt{x}+6\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)+6(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(6+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}}$$

b) Thay  $x=1$  vào B, ta được:

$$B = \frac{\sqrt{1}+7}{\sqrt{1}} = \frac{1+7}{1} = 8$$

Vậy  $B=8$  khi  $x=1$ .

c) Ta có:  $B = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{7}{\sqrt{x}} = 1 + \frac{7}{\sqrt{x}}$ .

Vì 1 là số nguyên nên để B nguyên thì  $\frac{7}{\sqrt{x}}$  nguyên.

Do đó  $\sqrt{x} \in U(7)$ . Mà  $\sqrt{x} > 0$  và x cần tìm là số nguyên nên  $\sqrt{x}$  là ước nguyên dương của 7.

Các ước nguyên dương của 7 là 1; 7.

+ Với  $\sqrt{x} = 1$  thì  $x = 1$  (TM).

+ Với  $\sqrt{x} = 7$  thì  $x = 49$  (TM).

Vậy  $x$  nhận các giá trị là 1; 49.

**Bài 2. (1 điểm)** Tại một cửa hàng điện máy tủ lạnh được giảm giá 22% và tivi được giảm giá 25%. Tổng giá niêm yết của hai mặt hàng này là 52 triệu đồng, giá sau khi giảm của hai mặt hàng là 39,81 triệu đồng.

Tìm giá niêm yết của tủ lạnh, tivi.

### Phương pháp

Gọi giá niêm yết của tủ lạnh và tivi lần lượt là  $x, y$  (triệu đồng) với  $0 < x, y < 52$ .

Tính tổng số tiền được giảm.

Viết phương trình theo  $x, y$ , lập hệ phương trình.

Giải hệ để tìm giá niêm yết của tủ lạnh và tivi.

### Lời giải

Gọi giá niêm yết của tủ lạnh và tivi lần lượt là  $x, y$  (triệu đồng) với  $0 < x, y < 52$ .

Vì tổng giá niêm yết của hai mặt hàng này là 52 triệu đồng nên ta có phương trình:  $x + y = 52$  (1)

Vì tủ lạnh được giảm giá 22% nên số tiền tủ lạnh được giảm là:  $x \cdot 22\% = 0,22x$

Vì tivi được giảm giá 25% nên số tiền tivi được giảm là:  $y \cdot 25\% = 0,25y$

Suy ra tổng số tiền được giảm là:  $0,22x + 0,25y$ .

Tổng số tiền hai mặt hàng được giảm là:  $52 - 39,81 = 12,19$  (triệu đồng)

Nên ta có phương trình  $0,22x + 0,25y = 12,19$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 0,22x + 0,25y = 12,19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 0,88x + y = 48,76 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 0,12x = 3,24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ x = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 27(TM) \\ y = 25(TM) \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của tủ lạnh là 27 triệu đồng, giá niêm yết của tivi là 25 triệu đồng.

**Bài 3. (1 điểm)** Máy kéo nông nghiệp có hai loại bánh xe, trong đó bánh sau to hơn bánh trước. Khi bơm căng, bánh sau có đường kính là 1,672m và bánh trước có đường kính là 88cm. Hỏi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì bánh trước lăn được bao nhiêu vòng?



### Phương pháp

Sử dụng công thức tính chu vi đường tròn:  $C = 2\pi R = \pi d$  (R là bán kính của đường tròn, d là đường kính).

Cứ một vòng quay của bánh xe thì xe đi được quãng đường bằng chu vi của bánh nên ta tính được quãng đường đi được khi bánh sau lăn được 20 vòng = chu vi.20.

Số vòng bánh trước lăn được = quãng đường đi được : chu vi 1 vòng bánh trước.

### Lời giải

Chu vi của bánh xe sau là:

$$C_{sau} = \pi.d_{sau} = 1,672\pi (m) = 167,2\pi (cm).$$

Khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì đi được quãng đường là:

$$167,2\pi.20 = 3344\pi (cm)$$

Chu vi của bánh trước là:

$$C_{tr} = \pi.d_{tr} = 88\pi (cm).$$

Cứ một vòng quay của bánh xe sau, thì xe đi được quãng đường bằng chu vi của bánh xe.

Do đó khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì xe di chuyển được đoạn đường là:

$$3344\pi : (88\pi) = 38 \text{ (vòng)}.$$

Vậy bánh xe sau lăn được 20 vòng thì bánh trước lăn được 38 vòng.

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho đường tròn (O;R) , (O;R') tiếp xúc ngoài tại A (R > R'). Vẽ các đường kính AOB, AO'C. Dây DE của đường tròn (O) vuông góc với BC tại trung điểm K của BC.

a) Tứ giác BDCE là hình gì?

b) Gọi I là giao điểm của DA và đường tròn (O'). Chứng minh rằng ba điểm E, I, C thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng KI là tiếp tuyến của đường tròn (O').

### Phương pháp

a) Chứng minh  $\triangle ODK = \triangle OEK$  (ch - cv) suy ra  $DK = KE$ .

Tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình thoi.

b) Dựa vào tính chất của hình thoi suy ra  $BD \parallel CE$

Chứng minh  $\triangle BDA \sim \triangle CIA$  suy ra  $\angle BDA = \angle CIA$  dẫn đến  $BD \parallel CI$

Từ tiên đề Euclid suy ra ba điểm E, I, C thẳng hàng.

c) Chứng minh tam giác ACI vuông tại I dựa vào định lý đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

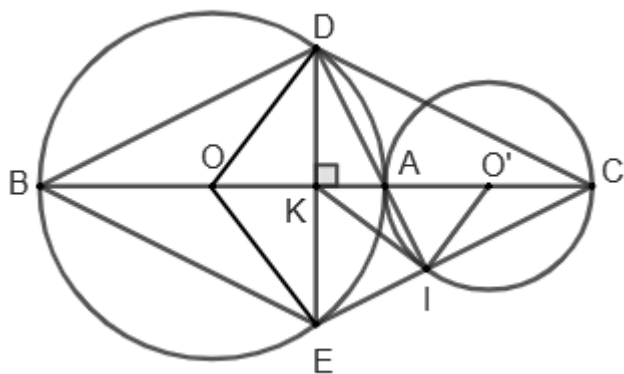
Xét tam giác DIE suy ra  $\angle KDI = \angle KID$

Chứng minh  $\angle O'IA = \angle CEK$

Từ đó chứng minh  $\angle KIO' = 90^\circ$  (tổng hai góc phụ nhau).

Suy ra KI là tiếp tuyến của (O') tại I.

### Lời giải



a) Vì  $DE \perp BC$  nên  $DE \perp OA$ .

Xét  $\triangle ODK$  và  $\triangle OEK$  có:

$$\angle OKD = \angle OKE = 90^\circ$$

$$OD = OE = R$$

$OK$  chung

Suy ra  $\triangle ODK = \triangle OEK$  (ch - cv)

Do đó  $DK = KE$  (hai cạnh tương ứng).

Mà  $K \in DE$  suy ra  $K$  là trung điểm của  $DE$ .

Tứ giác  $BDCE$  có  $K$  là trung điểm của hai đường chéo  $DE, BC$  và  $BC \perp DE$  tại  $K$  nên tứ giác  $BDCE$  là hình thoi.

b) Vì  $BDCE$  là hình thoi nên  $BD \parallel CE$  (hai cạnh đối song song) (1)

Suy ra  $\angle DBA = \angle ICA$  (hai góc so le trong)

Xét  $\triangle BDA$  và  $\triangle CIA$  có:

$$\angle DBA = \angle ICA \text{ (cmt)}$$

$$\angle DAB = \angle IAC \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Suy ra  $\triangle BDA \sim \triangle CIA$  (g.g)

Do đó  $\angle BDA = \angle CIA$  (2 góc tương ứng)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên  $BD \parallel CI$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm  $E, I, C$  thẳng hàng (theo tiên đề Euclid).

c) Vì  $O'I = O'A = O'C = \frac{1}{2} AC$  nên tam giác  $ACI$  vuông tại  $I$ .

Suy ra tam giác  $DIE$  vuông tại  $I$ , do đó  $KI = DK = KE = \frac{1}{2} DE$  nên  $\angle KDI = \angle KID$  (3)

Xét  $\triangle CIA$  và  $\triangle CKE$  có:

$$\angle CIA = \angle CKE = 90^\circ$$

$C$  chung

Suy ra  $\triangle CIA \sim \triangle CKE$  (g.g), do đó  $\angle CAI = \angle CEK$ .

Vì  $O'I = O'A$  nên tam giác  $O'AI$  cân tại  $O'$ , suy ra  $\angle O'AI = \angle O'IA$ .

Do đó  $\angle O'IA = \angle CEK$  (4)

Từ (3) và (4) suy ra  $\angle KIO' = \angle KIA + \angle AIO' = \angle KDI + \angle CEK = 90^\circ$  (hai góc  $\angle KDI$  và  $\angle CEK$  là hai góc phụ nhau)

Do đó  $\angle KIO' = 90^\circ$  hay  $KI \perp O'I, I \in (O')$ .

Vậy  $KI$  là tiếp tuyến của  $(O')$  tại  $I$ .

**Bài 5. (0,5 điểm)** Để rào một khu đất có hai phần hình chữ nhật cho gia đình trồng hoa kiểng, một bác nông dân sử dụng 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E trước khuôn viên nhà dọc theo một con sông (như hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song với nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét.



Tính diện tích đất lớn nhất bác nông dân rào được.

### Phương pháp

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy:  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ .

### Lời giải

Gọi độ dài của hàng rào song song với bờ sông là  $x$  ( $m, x > 0$ );

độ dài của mỗi hàng rào trong ba hàng rào song song nhau là  $y$  ( $m, y > 0$ ).

Diện tích đất mà bác nông dân rào được là:  $xy$  ( $m^2$ ).

Tổng chi phí là 15 000 000 đồng nên ta có phương trình:

$$60000 \cdot x + 50000 \cdot 3y = 15000000$$

$$\text{hay } 6x + 15y = 1500 \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:

$$6x + 15y \geq 2\sqrt{6x \cdot 15y} = 2\sqrt{90xy} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$2\sqrt{90xy} \leq 1500$$

$$\sqrt{90xy} \leq 750 \quad (\text{nhân cả hai vế với } \frac{1}{2})$$

$$90xy \leq 750^2 \quad \text{hay } 90xy \leq 562500$$

$$\text{Suy ra } xy \leq \frac{562500}{90} \quad \text{hay } xy \leq 6250$$

Dấu “=” xảy ra là giá trị lớn nhất của  $xy$ . Do đó  $xy$  lớn nhất bằng 6250.

Vậy diện tích lớn nhất mà bác nông dân có thể rào là  $6250m^2$ .