ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 12

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. B	2. B	3. A	4. D	5. A	6. C
7. B	8. A	9. B	10. D	11. B	12. D

Câu 1. Có bao nhiêu phát biểu dưới đây là mệnh đề?

1) “17 là số nguyên tố”.

2) “Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền".

3) "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé"!

4) "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn".

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Phương pháp giải:

Mệnh đề là một khẳng định có tính đúng sai.

Lời giải chi tiết:

Chỉ có câu 3. không phải mệnh đề.

Đáp án B.

Câu 2. Cho $a,b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Cách viết nào đúng?

A. $a \subset [a;b]$

B. $\{a\} \subset [a;b]$

C. $\{a\} \in [a;b]$

D. $a \in (a;b]$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc viết kí hiệu bao hàm giữa phần tử và tập hợp, giữa tập hợp và tập hợp.

Lời giải chi tiết:

A sai vì a là phần tử, không dùng kí hiệu $\subset$.

B đúng.

C sai vì {a} là tập hợp chứa 1 phần tử a, không dùng kí hiệu $\in$.

D sai vì (a;b] là tập hợp không chứa phần tử a.

Đáp án B.

Câu 3. Điểm O(0;0) không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?

A. $\begin{cases} x+3y<0 \\ 2x+y+4>0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+3y\ge 0 \\ 2x+y-4<0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+3y-6<0 \\ 2x+y+4>0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+3y-6<0 \\ 2x+y+4\ge 0 \end{cases}$

Phương pháp giải:

Thay cặp số vào từng hệ bất phương trình, nếu thỏa mãn thì là nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải chi tiết:

Thay tọa độ của O(0;0) vào tất cả các bất phương trình trên, chỉ thấy $0+3.0<0$ là sai.

Vậy O(0;0) không phải là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+3y<0 \\ 2x+y+4>0 \end{cases}$.

Đáp án A.

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x-3y>4 \\ 2x+y\le 12 \\ y\ge 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x-1>3 \\ y+3\le \pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y\le 14 \\ -3<x\le 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \le 15 \end{cases}$

Phương pháp giải:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Hệ ở đáp án D không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chứa một bất phương trình bậc hai $x^2 + 2y \le 15$.

Đáp án D.

Câu 5. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $\sin 150^o = \frac{1}{2}$

B. $\cos 150^o = -\frac{1}{2}$

C. $\tan 150^o = \sqrt{3}$

D. $\cot 150^o = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Phương pháp giải:

Tra bảng giá trị lượng giác của các góc có số đo đặc biệt hoặc sử dụng máy tính cá nhân.

Lời giải chi tiết:

$\sin 150^o = \frac{1}{2}$; $\cos 150^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan 150^o = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot 150^o = -\sqrt{3}$.

Đáp án A.

Câu 6. Cho tam giác ABC có AB = c, AC = b, CB = a, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$

B. $\sin A = \frac{a}{2R}$

C. $b \sin B = 2R$

D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$

Phương pháp giải:

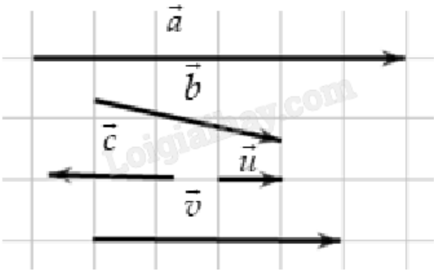
Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Theo định lí Sin: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

Đáp án C.

Câu 7. Cho các vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{u}$ và $\vec{v}$ như trong hình dưới. Hỏi có bao nhiêu vecto cùng hướng với $\vec{u}$?



A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Phương pháp giải:

Quan sát hình vẽ. Các vecto cùng hướng có giá song song và cùng chiều nhau.

Lời giải chi tiết:

Các vecto cùng hướng với $\vec{u}$ là $\vec{a}$ và $\vec{v}$.

Đáp án B.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\frac{x}{x+2}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

B. $D=(-2;+\infty)$

C. $D=\mathbb{R}$

D. $D=(-\infty;-2)$

Phương pháp giải:

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện xác định của hàm số $y=\frac{x}{x+2}$ là $x+2\neq 0$ hay $x\neq 2$.

Vậy tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Đáp án A.

Câu 9. Cho hàm số $y=x^2-2x-3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số là một đường thẳng

B. Đồ thị hàm số là một parabol

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Phương pháp giải:

Áp dụng kiến thức về đồ thị, sự biến thiên của hàm số bậc hai.

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hàm số bậc hai là một parabol. A sai.

Khi đó, hàm số không thể chỉ đồng biến (đồ thị đi lên từ trái sang) hay nghịch biến (đồ thị đi xuống từ trái sang) nên C, D sai.

Đáp án B.

Câu 10. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

B. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{a^2}{2}$

D. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\dfrac{a^2}{2}$

Phương pháp giải:

Công thức tính tích vô hướng: $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=BA.BC\cos ABC=a.a\cos 60^o=\dfrac{a^2}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-\dfrac{a^2}{2}$.

Đáp án D.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x)=(m-2)x^2+2x-3$ là một tam thức bậc hai.

A. $m\in\mathbb{R}$

B. $m\neq 2$

C. $m>2$

D. $m<2$

Phương pháp giải:

Tam thức bậc hai có dạng ax^2+bx+c với $a\neq 0$.

Lời giải chi tiết:

Để biểu thức $f(x)=(m-2)x^2+2x-3$ là một tam thức bậc hai thì $m-2\neq 0$ hay $m\neq 2$.

Đáp án B.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2$ là

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Phương pháp giải:

$$\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=g^2(x)\\ g(x)\ge 0\end{cases}$$

Lời giải chi tiết:

$$\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-9x+7=x^2-4x+4\\ x-2\ge\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-5x+3=0\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\ x=1\end{array}\right.\\ x\ge 2\end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Đáp án D.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x, y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là 2y (nghìn đồng). Điều kiện: $x,y\in\mathbb{N}$.

b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $x + 2y \le 100$.

c) Trong một tháng, Bình có thể gọi 50 phút nội mạng và 20 phút ngoại mạng mà số tiền phải trả không đến 100 nghìn đồng.

d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn x, y biểu diễn số tiền phải trả cho tổng đài là một hình tam giác.

Phương pháp giải:

Ứng dụng bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là 2y (nghìn đồng). Điều kiện: $x,y\in\mathbb{N}$.

b) Sai. Vì mỗi tuần Bình chỉ bỏ ra số tiền thấp hơn 100 nghìn đồng nên ta có bất phương trình:

$x + 2y < 100$.

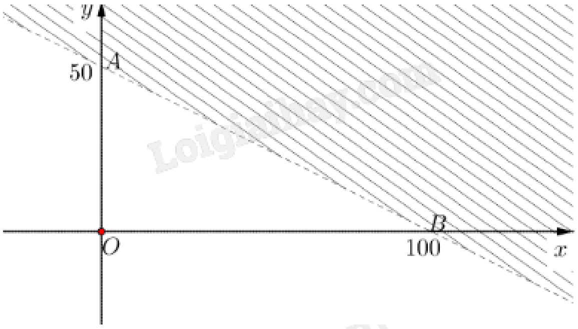
c) Đúng. Thay cặp số (50;20) vào bất phương trình vừa tìm: $50+2.20<100$ (đúng).

Vậy trong một tháng, Bình có thể gọi 50 phút nội mạng và 20 phút ngoại mạng mà số tiền phải trả không đến 100 nghìn đồng.

d) Đúng. Vẽ đường thẳng (d): x + 2y = 100 đi qua hai điểm A(0;50) và B(100;0).

Thay tọa độ điểm O(0;0) vào bất phương trình: 0 + 2.0 < 100 (đúng) nên O(0;0) thuộc miền nghiệm.

Vậy miền nghiệm của x + 2y < 100 là nửa mặt phẳng (không kể d) chứa điểm O (phần không gạch chéo).



Kết hợp điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ ta có miền nghiệm là miền tam giác OAB.

Câu 2. Cho $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$ với $0^o < \alpha < 90^o$.

a) $\alpha = 60^o$.

b) $\sin\alpha < 0$.

c) $\tan^2\alpha = 3$.

d) Giá trị biểu thức $P = 3\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha = \dfrac{13}{4}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng các đẳng thức lượng giác $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $\cos\alpha = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^o$.

b) Sai. Các góc $0^o < \alpha < 180^o$ có giá trị sin dương nên với $0^o < \alpha < 90^o$ thì $\sin\alpha > 0$.

c) Đúng. $\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2} - 1 = 3$.

d) Sai. Ta có:

$$P = 3\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha = 3(1 - \cos^2\alpha) + 4\cos^2\alpha = 3 + \cos^2\alpha = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 3. Cho ABCD là hình vuông tâm O.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}\right| = AO$.

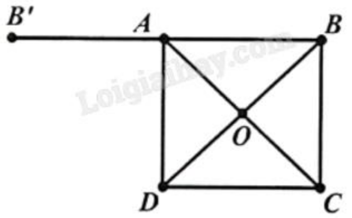
c) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right|=0$.

d) Tập hợp điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=MO$ là một điểm.

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, tính chất trung điểm đối với vecto, quy tắc cộng, trừ hai vecto.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Vì ABCD là hình vuông nên áp dụng quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

b) Đúng. O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BO}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}\right|=\left|\overrightarrow{AO}\right|=AO$.

c) Đúng. O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right|=\left|\vec{0}\right|=0$.

d) Sai. Gọi B’ là điểm đối xứng với B qua A. Khi đó B’ cố định và $\overrightarrow{BB'}=2\overrightarrow{BA}$.

$\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)-\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)\right|=\left|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{BB'}\right|=BB'$.

Suy ra $BB'=MO$. Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính R = BB’.

Câu 4. Cho $f(x)=(-x^2+3x)(2x^2+1)$.

a) $f(x)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=3$.

b) $2x^2+1>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$

c) $f(x)>0$, $\forall x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

d) $f(x)<0$, $\forall x\in(0;3)$.

Phương pháp giải:

Tìm nghiệm của f(x), lập bảng xét dấu rồi nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Có $x^2\ge 0\Rightarrow 2x^2+1>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

$f(x)=(-x^2+3x)(2x^2+1)=0\Leftrightarrow -x^2+3x=0$ (vì $2x^2+1>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$)

Giải phương trình trên, ta được hai nghiệm x = 0, x = 3.

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai. Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$-x^2+3x$		-	0	+	0	-	
$2x^2+1$		+		+		+	
f(x)		-	0	+	0	-	

Theo bảng xét dấu, $f(x)>0$, $\forall x\in(0;3)$.

d) Sai. Theo bảng xét dấu, $f(x)<0$, $\forall x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Cho hai tập hợp khác rỗng A = (m – 1; 4], B = (-2; 2m + 2) với $m\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A\cap B\ne\varnothing$?

Phương pháp giải:

Tìm điều kiện để $A\cap B=\varnothing$, từ đó suy ra điều kiện để $A\cap B\ne\varnothing$ bằng cách lấy phần bù.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện: $\begin{cases} m-1<4 \\ -2<2m+2 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<5$.

Ta có $A\cap B=\varnothing \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m+2\le m-1 \\ 4\le -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\le -3$.

Suy ra $A\cap B\ne\varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<5 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<5$.

Các giá trị nguyên m thỏa mãn là -1; 0; 1; 2; 3; 4.

Vậy có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án: 6.

Câu 2. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Sản phẩm I	Sản phẩm II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi 30 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 50 nghìn đồng. Để thu được lãi cao nhất, nhà máy cần sản xuất x sản phẩm I và y sản phẩm II. Tính x – y.

Phương pháp giải:

Ứng dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Ta có điều kiện $x, y \ge 0$.

Để sản xuất x sản phẩm I cần 2x máy nhóm A.

Để sản xuất ra y sản phẩm II cần 2y máy nhóm A.

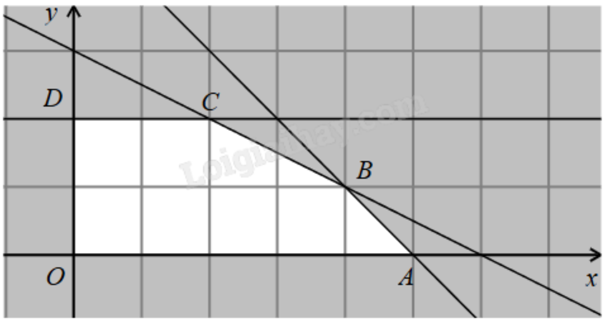
Mà chỉ có 10 máy nhóm A nên $2x + 2y \le 10$.

Tương tự với các máy nhóm B, C và kết hợp điều kiện, ta được hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \le 10 \\ 2y \le 4 \\ 2x + 4y \le 12 \\ x, y \ge 0 \end{cases} \text{hay} \begin{cases} x + y \le 5 \\ y \le 2 \\ x + 2y \le 6 \\ x, y \ge 0 \end{cases} \quad (*).$$

Lợi nhuận thu được là f(x;y) = 30x + 50y (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của f(x;y) trên miền nghiệm của hệ (*).



Miền nghiệm của hệ (*) là miền ngũ giác OABCD (kể cả biên) với $O(0;0)$, $B(4;1)$, $C(2;2)$, $D(0;2)$.

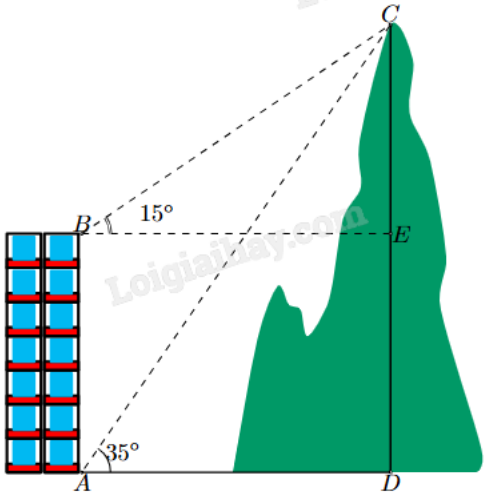
Thay tọa độ các điểm trên vào f(x;y) thấy f(4;1) = 170 là giá trị lớn nhất.

Do đó, cần sản xuất 4 sản phẩm I và 1 sản phẩm II để thu về lợi nhuận cao nhất.

Vậy x – y = 4 – 1 = 3.

Đáp án: 3.

Câu 3. Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35^o và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15^o (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao 60 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

B1: Tính các góc của tam giác ABC.

B2: Tính AC bằng định lí Sin cho tam giác ABC.

B3: Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông CAD để tính CD.

Lời giải chi tiết:

+) $BAC + DAC = 90^o$

$BAC = 90^o - DAC = 90^o - 35^o = 55^o$.

+) $CBA = CBE + ABE = 15^o + 90^o = 105^o$.

+) Xét tam giác ABC có $C = 180^o - A - B = 180^o - 55^o - 105^o = 20^o$.

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC: $\dfrac{AB}{\sin BCA} = \dfrac{AC}{\sin ABC}$.

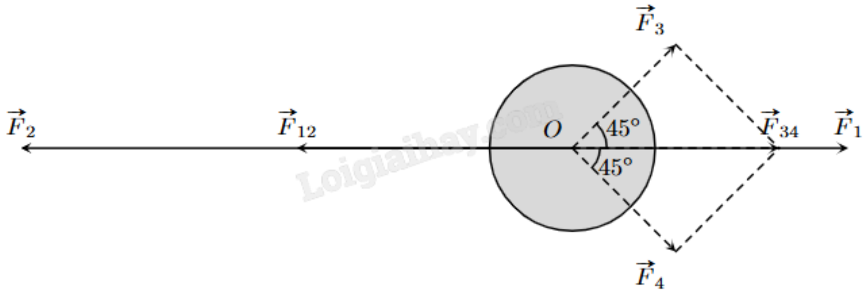
Suy ra $AC = \dfrac{AB\sin ABC}{\sin ACB} = \dfrac{60\sin 105^o}{\sin 20^o}$.

Xét tam giác ACD vuông tại D: $\sin CAD = \dfrac{CD}{AC}$.

Suy ra $CD = AC\sin CAD = \dfrac{60\sin 105^o}{\sin 20^o}\sin 35^o \approx 97,2$.

Đáp án: 97,2.

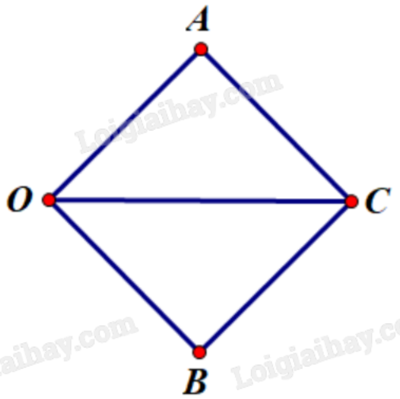
Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\overrightarrow{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\overrightarrow{F_1}$. Người ta muốn vật dừng nên cần tác dụng vào vật hai lực $\overrightarrow{F_3}$ và $\overrightarrow{F_4}$ có phương hợp với lực $\overrightarrow{F_1}$ các góc 45^o như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N. Tính tổng độ lớn của hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:



Dựng hình bình hành OACB sao cho OA = OB = 20, $AOC = BOC = 45^o$ và $\overrightarrow{OC}$ cùng hướng với $\overrightarrow{F_1}$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{F_3}\right| = \left|\overrightarrow{OA}\right| = OA = 20$, $\left|\overrightarrow{F_4}\right| = \left|\overrightarrow{OB}\right| = OB = 20$, $\overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{F_{34}} = \overrightarrow{OC}$ và $\left|\overrightarrow{F_{34}}\right| = \left|\overrightarrow{OC}\right|$.

Vì OA = OB nên OACB là hình thoi.

Mà $AOB = AOC + COB = 45^o + 45^o = 90^o$ nên OACB là hình vuông.

Khi đó $OC = \sqrt{2}OA = 20\sqrt{2}$.

Vì độ lớn lực $\overrightarrow{F_2}$ gấp đôi độ lớn lực $\overrightarrow{F_1}$ và hai lực này ngược chiều nên $\overrightarrow{F_2} = -2\overrightarrow{F_1}$.

Dưới tác động của 4 lực, vật ở vị trí cân bằng nên ta có:

$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_1} - 2\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_{34}} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_{34}} = \overrightarrow{F_1} \Rightarrow \left|\overrightarrow{F_{34}}\right| = \left|\overrightarrow{F_1}\right| = 20\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{F_2}\right| = 2\left|\overrightarrow{F_1}\right| = 2.20\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$.

Vậy $\left|\overrightarrow{F_1}\right| + \left|\overrightarrow{F_2}\right| = 20\sqrt{2} + 40\sqrt{2} = 60\sqrt{2} \approx 84,9$ (N).

Đáp án: 84,9.

Câu 5. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 20000$ (nghìn đồng). Giả sử mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm ít nhất bằng a và nhiều nhất bằng b để không bị lỗ. Tính a + b.

Phương pháp giải:

Lập tam thức bậc hai biểu diễn lợi nhuận của công ty khi sản xuất Q sản phẩm.

Tìm Q để tam thức bậc hai vừa tìm có giá trị không âm.

Lời giải chi tiết:

Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là:

$1200Q-(Q^2+300Q+200000)=-Q^2+900Q-200000$.

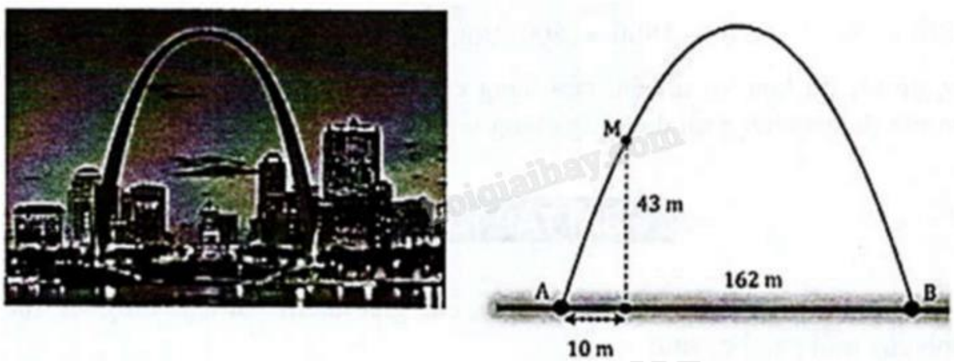
Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2+900Q-200000\geq 0\Leftrightarrow 400\leq Q\leq 500$.

Do đó, để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Vậy a + b = 400 + 500 = 900.

Đáp án: 900.

Câu 6. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m. Hãy tính gần đúng độ cao (m) của cổng Arch (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

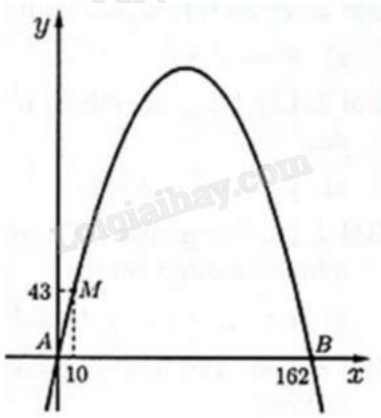


Phương pháp giải:

Dựng hệ trục tọa độ Oxy một cách phù hợp. Tìm các điểm thuộc parabol, thay tọa độ vào hàm số và tìm hàm số của parabol. Từ đó tìm tọa độ đỉnh của parabol.

Lời giải chi tiết:

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng với cổng Arch là $y=ax^2+bx+c\ \ (a\neq 0)$.



Vì parabol đi qua ba điểm A(0;0), B(162;0), C(10;43) nên ta thay tọa độ các điểm trên vào hàm số:

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{43}{1520} \\ b = \dfrac{3483}{760} \end{cases}$$

Từ đó ta xác định được hàm số $y = -\dfrac{43}{1520}x^2 + \dfrac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ $x_I = -\dfrac{b}{2a} = 81$, $y_I = -\dfrac{43}{1520}.81^2 + \dfrac{3483}{760}.81 \approx 185,6$ (m).

Đáp án: 185,6.