

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 17

Môn: Toán - Lớp 7

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 7.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 1 – chương trình Toán 7.

Phần trắc nghiệm (3 điểm) Chọn câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1: Chọn khẳng định đúng:

- A. $-7 \in \mathbb{N}$. B. $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{-2}{9} \notin \mathbb{Q}$. D. $\frac{1}{10} \in \mathbb{Q}$.

Câu 2: Viết gọn tích $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$ ta được:

- A. $\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$. B. $\left(\frac{1}{3}\right)^8$. C. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$. D. $\left(\frac{1}{3}\right)^7$.

Câu 3: Cho $x = 6,67291$. Giá trị của x khi làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai là:

- A. 6,673. B. 6,672. C. 6,67. D. 6,6729.

Câu 4: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng ta có thể kẻ được mấy đường thẳng song song với đường thẳng đó.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

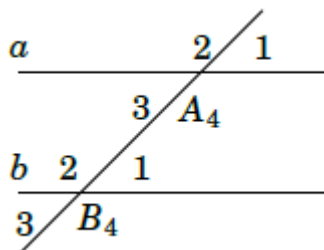
Câu 5: Nếu $\sqrt{x} = 3$ thì x bằng

- A. 6. B. 12. C. -9. D. 9.

Câu 6: Câu nào dưới đây là đúng:

- A. Nếu $|x| = 3,9$ thì $x = 3,9$. B. Nếu $|-x| = 3,9$ thì $x = -3,9$.
C. Nếu $x = -3,9$ thì $|x| = 3,9$. D. Nếu $-x = 3,9$ thì $|-x| = -3,9$.

Câu 7: Cho hình bên, đường thẳng a song song với b nếu



- A. $A_4 = B_1$. B. $A_2 = B_1$. C. $A_1 = B_1$. D. $A_4 = B_3$.

Câu 8: Cho $xOy = 76^\circ$, tia Oz là tia phân giác của xOy . Số đo của yOz là:

- A. 33° . B. 152° . C. 38° . D. 42° .

Câu 9: Cho ΔABC có $A = 60^\circ, B = 55^\circ$. Số đo của C là:

- A. 55° . B. 65° . C. 45° . D. 75° .

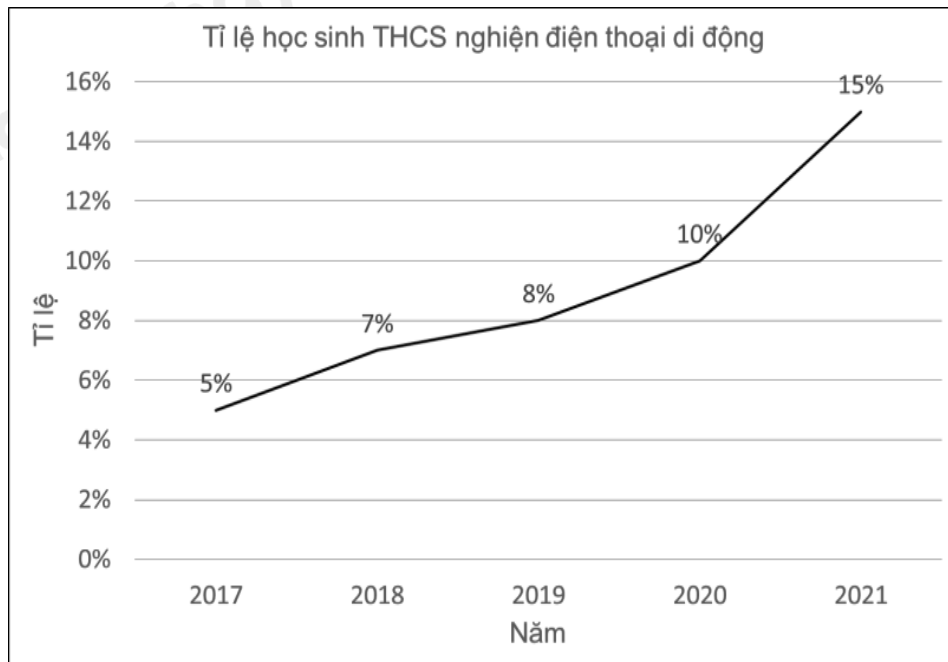
Câu 10: Chọn câu **sai** trong các câu sau:

- A. $-\frac{11}{4} < 0$. B. $2\frac{1}{2} > \frac{3}{2}$. C. $0,45 > 0,5$. D. $\frac{3}{4} = 0,75$.

Câu 11: Cho $\Delta MNP = \Delta DHK$, khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $NP = KD$. B. $MP = HK$. C. $MN = DH$. D. $MPN = DHK$.

Câu 12: Cho biểu đồ sau:



Năm nào có tỉ lệ học sinh THCS nghiện điện thoại cao nhất?

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2021.

Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $\frac{11}{24} + \frac{-5}{41} + \frac{13}{24} + \frac{-36}{41} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} - \sqrt{\frac{16}{25}}$ c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{5}$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. (1 điểm) Tìm x :

a) $x - \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x = \frac{-13}{8}$

c) $\left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| + \left(\frac{-1}{2} \right)^2 = \sqrt{4}$

.....

.....

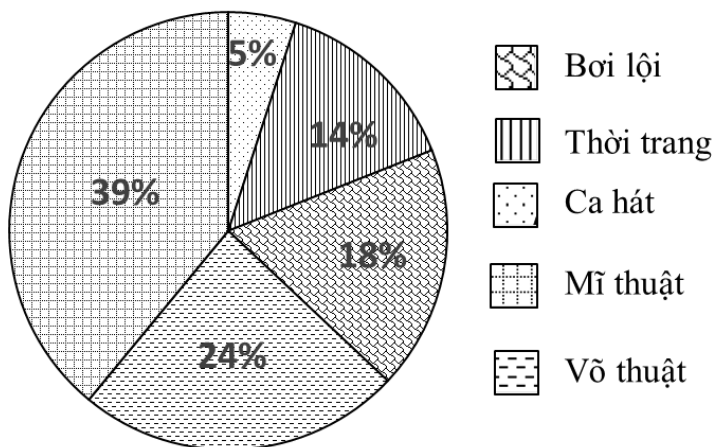
.....

.....

.....

Bài 3. (1 điểm) Cho biểu đồ:

Tỉ lệ phần trăm học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè



- Câu lạc bộ nào được học sinh yêu thích nhất khi đăng ký?
- Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè của trường THCS đó.
- Biết trường THCS đó có 500 học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè. Hãy tính số học sinh đăng ký câu lạc bộ bơi lội?

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. (2,5 điểm) Cho ΔABC có $AB = AC$. Gọi I là trung điểm của BC .

- Chứng minh $\Delta ABI = \Delta ACI$ và $AI \perp BC$.
- Trên tia đối của tia IA lấy điểm K sao cho $IA = IK$. Chứng minh $AB = KC$.
- Kẻ $IE \perp AB (E \in AB)$, $IF \perp KC (F \in KC)$. Chứng minh E, I, F thẳng hàng.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng tỏ biểu thức sau không phải số nguyên.

$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \quad (n \in \mathbb{N}, n > 1)$$

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm

Câu 1: D	Câu 2: B	Câu 3: C	Câu 4: B	Câu 5: D	Câu 6: C
Câu 7: C	Câu 8: C	Câu 9: B	Câu 10: C	Câu 11: C	Câu 12: D

Câu 1: Chọn khẳng định đúng:

A. $-7 \in \mathbb{N}$.

B. $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$.

C. $\frac{-2}{9} \notin \mathbb{Q}$.

D. $\frac{1}{10} \in \mathbb{Q}$.

Phương pháp

Kiểm tra xem các số có thuộc tập hợp số đó hay không.

\mathbb{N} là tập hợp số tự nhiên.

\mathbb{Z} là tập hợp số nguyên.

\mathbb{Q} là tập hợp số hữu tỉ.

Lời giải

-7 không phải là số tự nhiên nên $-7 \in \mathbb{N}$ là sai.

$\frac{2}{3}$ không phải là số nguyên nên $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ là sai.

$\frac{-2}{9}$ là số hữu tỉ nên $\frac{-2}{9} \notin \mathbb{Q}$ là sai.

$\frac{1}{10}$ là số hữu tỉ nên $\frac{1}{10} \in \mathbb{Q}$ là đúng.

Đáp án D

Câu 2: Viết gọn tích $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$ ta được:

A. $\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$.

B. $\left(\frac{1}{3}\right)^8$.

C. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^7$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tích hai lũy thừa cùng cơ số: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{3}\right)^8$.

Đáp án B

Câu 3: Cho $x = 6,67291$. Giá trị của x khi làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai là:

A. 6,673.

B. 6,672.

C. 6,67.

D. 6,6729.

Phương pháp

Áp dụng quy tắc Làm tròn số thập phân dương:

- Đối với chữ số hàng làm tròn:

- + Giữ nguyên nếu chữ số ngay bên phải nhỏ hơn 5;
- + Tăng 1 đơn vị nếu chữ số ngay bên phải lớn hơn hoặc bằng 5.

- Đối với chữ số sau hàng làm tròn:

- + Bỏ đi nếu ở phần thập phân;
- + Thay bằng các chữ số 0 nếu ở phần số nguyên.

Lời giải

Số $x = 6,67291$ khi làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai là 6,67 (vì số 2 < 5).

Đáp án C

Câu 4: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng ta có thể kẻ được mấy đường thẳng song song với đường thẳng đó.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

Phương pháp

Áp dụng tiên đề Euclid về đường thẳng song song.

Lời giải

Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, ta chỉ có thể kẻ được 1 đường thẳng song song với đường đó.

Đáp án B

Câu 5: Nếu $\sqrt{x} = 3$ thì x bằng

A. 6.

B. 12.

C. -9.

D. 9.

Phương pháp

Áp dụng kiến thức về căn bậc hai của một số: $\sqrt{x} = a$ thì $x = a^2$.

Lời giải

Nếu $\sqrt{x} = 3$ thì $x = 3^2 = 9$.

Đáp án D

Câu 6: Câu nào dưới đây là đúng:

A. Nếu $|x| = 3,9$ thì $x = 3,9$.B. Nếu $|-x| = 3,9$ thì $x = -3,9$.C. Nếu $x = -3,9$ thì $|x| = 3,9$.D. Nếu $-x = 3,9$ thì $|-x| = -3,9$.**Phương pháp**

Sử dụng kiến thức về giá trị tuyệt đối của một số:

- + Giá trị tuyệt đối của một số dương là chính nó
- + Giá trị tuyệt đối của một số âm là số đối của nó

Lời giải

Nếu $|x| = 3,9$ thì $x = 3,9$ hoặc $-3,9$ nên đáp án A sai (chưa đủ kết quả của x).

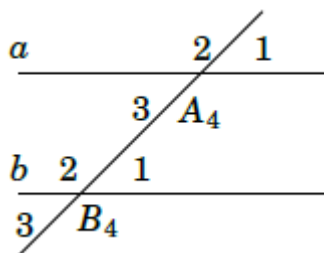
Nếu $|-x| = 3,9$ thì $x = -3,9$ thì $x = 3,9$ hoặc $-3,9$ đều thỏa mãn nên B sai (chưa đủ kết quả của x).

Nếu $x = -3,9$ thì $|x| = |-3,9| = 3,9$ nên C đúng.

Nếu $-x = 3,9$ thì $x = -3,9$ nên $|-x| = | -(-3,9) | = |3,9| = 3,9$ nên D sai

Đáp án C

Câu 7: Cho hình bên, đường thẳng a song song với b nếu



- A. $A_4 = B_1$. B. $A_2 = B_1$. C. $A_1 = B_1$. D. $A_4 = B_3$.

Phương pháp

Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a,b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì a và b song song với nhau.

Lời giải

Quan sát hình vẽ, ta thấy hai góc A_1 và B_1 ở vị trí đồng vị nên nếu $A_1 = B_1$ thì đường thẳng a song song với b.

Đáp án C

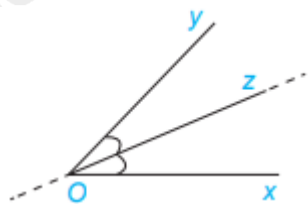
Câu 8: Cho $\angle xOy = 76^\circ$, tia Oz là tia phân giác của $\angle xOy$. Số đo của $\angle yOz$ là:

- A. 33° . B. 152° . C. 38° . D. 42° .

Phương pháp

Sử dụng tính chất của tia phân giác: tia phân giác chia một góc thành hai góc bằng nhau và bằng một nửa góc đó.

Lời giải



Oz là tia phân giác của $\angle xOy$ thì $\angle yOz = \frac{1}{2} \angle xOy = \frac{1}{2} \cdot 76^\circ = 38^\circ$.

Đáp án C

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ có $A = 60^\circ, B = 55^\circ$. Số đo của C là:

- A. 55° . B. 65° . C. 45° . D. 75° .

Phương pháp

Áp dụng định lí tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

Lời giải

Tam giác ABC có:

$$A + B + C = 180^\circ \text{ suy ra } C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 60^\circ - 55^\circ = 65^\circ.$$

Đáp án B

Câu 10: Chọn câu **sai** trong các câu sau:

A. $-\frac{11}{4} < 0$.

B. $2\frac{1}{2} > \frac{3}{2}$.

C. $0,45 > 0,5$.

D. $\frac{3}{4} = 0,75$.

Phương pháp

So sánh số hữu tỉ với nhau.

Lời giải

$0,45 < 0,5$ suy ra C sai.

Đáp án C

Câu 11: Cho $\triangle MNP = \triangle DHK$, khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $NP = KD$.

B. $MP = HK$.

C. $MN = DH$.

D. $MPN = DHK$.

Phương pháp

Hai tam giác bằng nhau thì các cạnh tương ứng và các góc tương ứng bằng nhau.

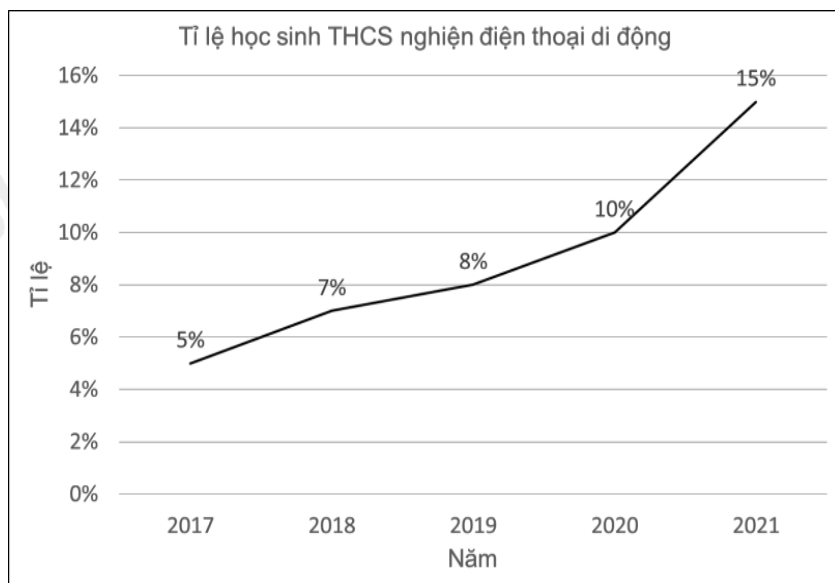
Lời giải

$\triangle MNP = \triangle DHK$ thì $M = D; N = H; P = K$ và $MN = DH; MP = DK; NP = HK$.

Vậy ta chọn đáp án C

Đáp án C

Câu 12: Cho biểu đồ sau:



Năm nào có tỉ lệ học sinh THCS nghiện điện thoại cao nhất?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Phương pháp

Quan sát xem điểm biểu diễn năm nào lớn nhất thì năm đó có tỉ lệ học sinh THCS nghiện điện thoại cao nhất.

Lời giải

Ta thấy năm 2021 có tỉ lệ lớn nhất (15%) nên tỉ lệ học sinh THCS nghiện điện thoại năm 2021 cao nhất

Đáp án D**Phần tự luận.**

Bài 1. (1,5 điểm) Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{11}{24} + \frac{-5}{41} + \frac{13}{24} + \frac{-36}{41} + \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} - \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$c) \frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{9} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{5}$$

Phương pháp

- Sử dụng tính chất kết hợp để đưa các số thành các nhóm.
- Thực hiện phép tính với số hữu tỉ và căn bậc hai của một số hữu tỉ.
- Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép trừ.

Lời giải

$$a) \frac{11}{24} + \frac{-5}{41} + \frac{13}{24} + \frac{-36}{41} + \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{11}{24} + \frac{13}{24} \right) + \left(\frac{-5}{41} + \frac{-36}{41} \right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{24}{24} + \frac{-41}{41} + \frac{1}{2}$$

$$= 1 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} - \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} - \frac{4}{5} \\
 &= \frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} \\
 &= \frac{2 \cdot 2 + 7 - 4 \cdot 2}{10} \\
 &= \frac{3}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } &\frac{4}{5} \cdot 1 \frac{2}{9} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{4}{5} \cdot \left(1 \frac{2}{9} - \frac{2}{9}\right) + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{4}{5} \cdot 1 + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}
 \end{aligned}$$

Bài 2. (1 điểm) Tìm x :

$$\text{a) } x - \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{1}{4} + \frac{3}{4}x = \frac{-13}{8}$$

$$\text{c) } \left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| + \left(\frac{-1}{2} \right)^2 = \sqrt{\frac{4}{9}}$$

Phương pháp

Áp dụng quy tắc chuyển về đổi dấu.

c) Đưa về dạng $|A| = B$, chia hai trường hợp: $A = B$ hoặc $A = -B$.

Lời giải

$$\text{a) } x - \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{11}{12}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{11}{12}$$

$$\text{b) } \frac{1}{4} + \frac{3}{4}x = \frac{-13}{8}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{-13}{8} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{-15}{8}$$

$$x = \frac{-15}{8} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

Vậy $x = \frac{-5}{2}$

$$c) \left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| + \left(\frac{-1}{2} \right)^2 = \sqrt{4}$$

$$\left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$\left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{12}$$

$$\text{TH1: } \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{5}{12} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{11}{12}$$

$$x = \frac{11}{12} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{11}{9}$$

$$\text{TH2: } \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = -\frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{4}x = -\frac{5}{12} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{1}{12}$$

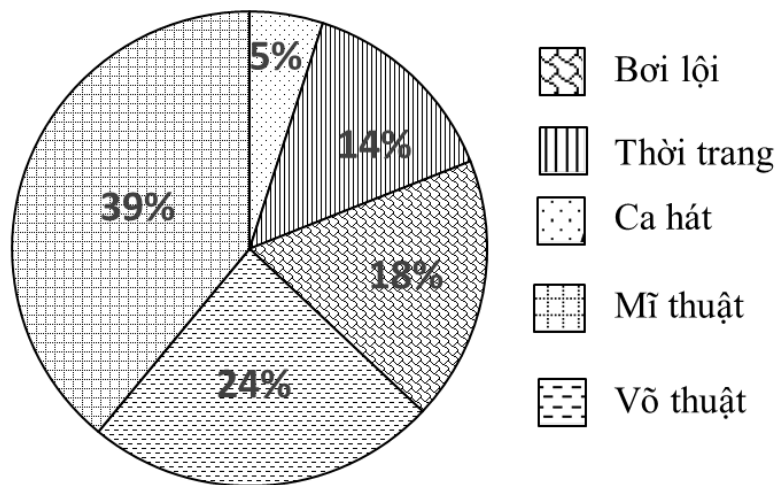
$$x = \frac{1}{12} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{11}{9}; \frac{1}{9} \right\}$$

Bài 3. (1 điểm) Cho biểu đồ:

Tỉ lệ phần trăm học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè



- Câu lạc bộ nào được học sinh yêu thích nhất khi đăng ký?
- Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè của trường THCS đó.
- Biết trường THCS đó có 500 học sinh đăng ký các câu lạc bộ hè. Hãy tính số học sinh đăng ký câu lạc bộ bơi lội?

Phương pháp

- Quan sát biểu đồ, câu lạc bộ được yêu thích nhất có tỉ lệ phần trăm học sinh đăng ký nhiều nhất.
- Từ số liệu trong biểu đồ để lập bảng thống kê.
- Tính giá trị phần trăm $m\%$ của một số a cho trước theo công thức: $m\% \cdot a$.

Lời giải

- Câu lạc bộ được học sinh yêu thích nhất khi đăng ký là Mĩ thuật (39%).
- Bảng thống kê:

CLB	Bơi lội	Thời trang	Ca hát	Mĩ thuật	Võ thuật
Tỉ lệ (%)	18	14	5	39	24

- Số học sinh đăng ký câu lạc bộ bơi lội là: $18\% \cdot 500 = 90$ (học sinh)

Bài 4. (2,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Gọi I là trung điểm của BC .

- Chứng minh $\triangle ABI = \triangle ACI$ và $AI \perp BC$.
- Trên tia đối của tia IA lấy điểm K sao cho $IA = IK$. Chứng minh $AB = KC$.
- Kẻ $IE \perp AB (E \in AB)$, $IF \perp KC (F \in KC)$. Chứng minh E, I, F thẳng hàng.

Phương pháp

- Chứng minh $\triangle ABI = \triangle ACI$ theo trường hợp cạnh – cạnh – cạnh.

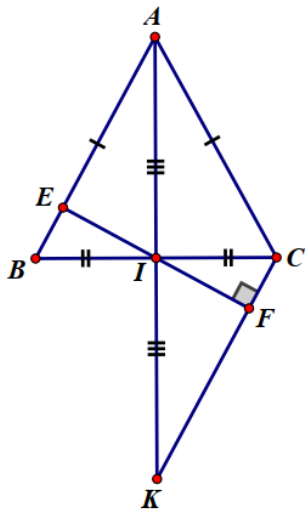
Suy ra $\triangle AIB = \triangle AIC$.

Mà hai góc này kề bù nên suy ra $\widehat{AIB} = 90^\circ$ hay $AI \perp BC$.

b) Chứng minh $\Delta ABI = \Delta KCI$ suy ra $AB = KC$.

c) Chứng minh $\Delta BIE = \Delta CIF$ suy ra $\widehat{BIE} = \widehat{CIF}$. Sử dụng tính chất hai góc kề bù suy ra $\widehat{EIF} = 180^\circ$ nên E, I, F thẳng hàng.

Lời giải



a) Xét ΔABI và ΔACI có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$BI = CI \text{ (I là trung điểm của BC)}$$

AI chung

Suy ra $\Delta ABI = \Delta ACI$ (c.c.c)

Suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AIC}$.

Mà hai góc này kề bù nên $\widehat{AIB} + \widehat{AIC} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AIC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ hay $AI \perp BC$.

b) Xét ΔABI và ΔKCI có:

$$AI = KI \text{ (gt)}$$

$$\widehat{AIB} = \widehat{KIC} (= 90^\circ)$$

$$BI = CI$$

Suy ra $\Delta ABI = \Delta KCI$ (c.g.c) suy ra $AB = KC$.

c) Vì $\Delta ABI = \Delta KCI$ nên $\widehat{ABI} = \widehat{KCI}$

Xét ΔBIE và ΔCIF ta có:

$$\widehat{BEI} = \widehat{CFI} (= 90^\circ)$$

$$\widehat{EBI} = \widehat{FCI}$$

$$BI = CI$$

Suy ra $\Delta BIE = \Delta CIF$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Do đó $BIE = CIF$.

Mà BIE và EIC là hai góc kề bù nên $BIE + EIC = 180^\circ$

nên $EIC + CIF = 180^\circ$ hay $EIF = 180^\circ$ nên E, I, F thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng tỏ biểu thức sau không phải số nguyên.

$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \quad (n \in \mathbb{N}, n > 1)$$

Phương pháp

Biến đổi các phân số thành $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ để rút gọn S.

Chứng minh $n - 2 < S < n - 1$ nên S không là số nguyên.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} S &= \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \\ &= \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \\ &= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + 1 - \frac{1}{4^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} \\ &= (1 + 1 + \dots + 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \\ &= (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned}$$

$$+) \text{ Vì } \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > 0 \text{ nên } S < n - 1 \quad (1)$$

$$+) \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$$

$$\text{Suy ra } -\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > -1$$

$$\text{Suy ra } (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > (n - 1) - 1 = n - 2$$

Do đó $S > n - 2 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $n - 2 < S < n - 1$

Vì giữa $n - 2$ và $n - 1$ không có số nguyên nào nên S không là số nguyên.