

## ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán - Lớp 8

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



### Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 1 của chương trình sách giáo khoa Toán 8.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 1 – chương trình Toán 8.

**Phần trắc nghiệm (3 điểm)** Chọn câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

**Câu 1:** Biểu thức thích hợp của đẳng thức  $x^2 + \dots + 4y^2 = (x + 2y)^2$  là:

- A.  $xy$ .                      B.  $4xy$ .                      C.  $2xy$ .                      D.  $-4xy$ .

**Câu 2:** Kết quả của phép tính  $72^2 + 22^2 - 44 \cdot 72$  là:

- A. 784.                      B. 250.                      C. 2500.                      D. 8836.

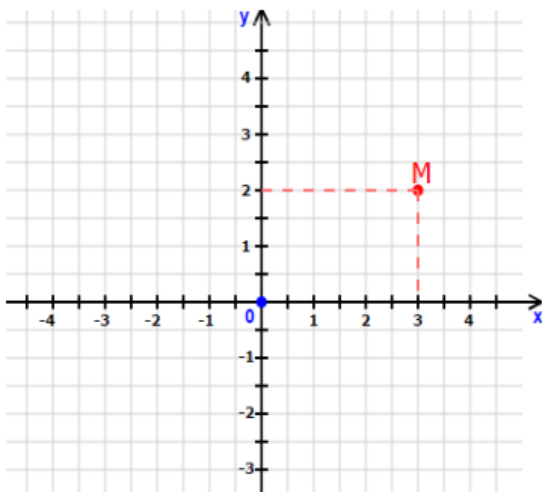
**Câu 3:** Cho một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 8cm và độ dài trung đoạn bằng 15cm. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều đó là:

- A.  $960cm^2$ .                      B.  $240cm^2$ .                      C.  $480cm^2$ .                      D.  $150cm^2$ .

**Câu 4:** Tam giác có độ dài ba cạnh trong trường hợp nào sau đây là tam giác vuông?

- A. 10cm, 6cm, 9cm.                      B. 3cm, 4cm, 6cm.                      C. 11cm, 6cm, 8cm.                      D. 12cm, 35cm, 37cm.

**Câu 5:** Cho mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ. Tọa độ điểm M là:



- A. M(3;2).                      B. M(2;3).                      C. M(3;0).                      D. M(0;2).

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ . Giá trị của  $f(-3)$  là:

- A. 0.                      B. -2.                      C. -4.                      D. 1.

**Câu 7:** Hình chóp tam giác đều có:

- A. 4 mặt, 5 cạnh.                      B. 3 mặt, 6 cạnh.                      C. 6 mặt, 6 cạnh.                      D. 4 mặt, 6 cạnh.

**Câu 8:** Xác định các hệ số của  $x$ , hệ số tự do của hàm số bậc nhất  $y = -\frac{1}{2}x + 7$ .

A. Hệ số của  $x$  là  $-\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

B. Hệ số của  $x$  là  $-\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $7$ .

C. Hệ số của  $x$  là  $\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

D. Hệ số của  $x$  là  $1$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy là  $18\text{cm}^2$  và chiều cao là  $5\text{cm}$ . Thể tích của hình chóp tam giác đều là:

A.  $23\text{cm}^3$ .

B.  $45\text{cm}^3$ .

C.  $30\text{cm}^3$ .

D.  $90\text{cm}^3$ .

**Câu 10:** Kết quả của phép tính  $(8x^9y^2 - 6x^6y^3 + x^3y^4) : 2x^3y^2$  là:

A.  $4x^3 - 3x^2y + 2y^2$ .

B.  $4x^6y - 3x^3 + 2y^2$ .

C.  $4x^6 - 3x^3y + \frac{1}{2}y^2$ .

D.  $4x^6 - 3x^3y + 1$ .

**Câu 11:** Mẹ Lan đưa cho Lan 210 000 đồng lên siêu thị gần nhà mua xoài. Biết rằng giá 1 kg xoài là 50 000 đồng. Hãy tính số tiền  $y$  (đồng) còn lại khi mua  $x$  kg xoài và cho biết  $y$  có phải là hàm số của  $x$  hay không?

A.  $y = 210000 - 50000x$ ;  $y$  là hàm số của  $x$ .

B.  $y = 210000 - 50000x$ ;  $y$  không phải là hàm số của  $x$ .

C.  $y = 210000 + 50000x$ ;  $y$  là hàm số của  $x$ .

D.  $y = 210000 + 50000x$ ;  $y$  không phải là hàm số của  $x$ .

**Câu 12:** Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống (...)

Hình thang có ... là hình thang cân.

A. hai cạnh bên bằng nhau.

B. hai đường chéo bằng nhau.

C. hai cạnh bên song song.

D. hai đường chéo vuông góc với nhau.

**Phần tự luận (7 điểm)**

**Bài 1. (1 điểm)** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^2 - 9$

b)  $x^2 - 4x + 4 - y^2$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 2. (2 điểm)** Cho biểu thức  $A = \frac{2x-3}{x-1}$  và  $B = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{6x-4}{x^2-1}$  (với  $x \neq \pm 1$ )

a) Tính giá trị của A khi  $x = 2$ .

b) Chứng minh rằng biểu thức  $B = \frac{x-1}{x+1}$ .

c) Tìm các số nguyên dương  $x$  để biểu thức  $P = A.B$  nhận giá trị là số nguyên.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 3. (1 điểm)** Một công nhân theo kế hoạch cần phải làm 120 sản phẩm trong một số giờ dự kiến, với số sản phẩm dự kiến làm trong một giờ là  $x$  sản phẩm. Sau khi làm được 2 giờ với năng suất dự kiến, công nhân đó đã tăng năng suất được 3 sản phẩm mỗi giờ, vì vậy công nhân đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự kiến.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị thời gian công nhân đó dự kiến hoàn thành kế hoạch.

b) Hãy viết biểu thức biểu thị thời gian công nhân đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự kiến.

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Trên tia đối của tia MN lấy điểm D sao cho MD = MN.

a) Chứng minh tứ giác BDCN là hình bình hành.

b) Chứng minh AD = BN.

c) Cho biết độ dài AM = 5cm, AC = 8cm. Tính diện tích tam giác vuông ABC?

**Bài 5. (0,5 điểm)** Cho các số  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $\frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - x + 2y + 1 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$M = (x + 2y)^{2022} + (x - 2)^{2023} + \left(y + \frac{3}{2}\right)^{2024}.$$

----- Hết -----



## Phần trắc nghiệm

|          |          |          |           |           |           |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu 1: B | Câu 2: C | Câu 3: B | Câu 4: D  | Câu 5: A  | Câu 6: B  |
| Câu 7: D | Câu 8: B | Câu 9: C | Câu 10: C | Câu 11: A | Câu 12: B |

**Câu 1:** Biểu thức thích hợp của đẳng thức  $x^2 + \dots + 4y^2 = (x + 2y)^2$  là:

- A.  $xy$ .                                      B.  $4xy$ .                                      C.  $2xy$ .                                      D.  $-4xy$ .

**Phương pháp**

Sử dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng:  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

**Lời giải**

Ta có:  $(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + 4y^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$  nên biểu thức còn thiếu là  $4xy$ .

**Đáp án B**

**Câu 2:** Kết quả của phép tính  $72^2 + 22^2 - 44 \cdot 72$  là:

- A. 784.                                      B. 250.                                      C. 2500.                                      D. 8836.

**Phương pháp**

Sử dụng hằng đẳng thức bình phương của một hiệu:  $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} &72^2 + 22^2 - 44 \cdot 72 \\ &= 72^2 - 2 \cdot 22 \cdot 72 + 22^2 \\ &= (72 - 22)^2 \\ &= 50^2 = 2500 \end{aligned}$$

**Đáp án C**

**Câu 3:** Cho một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 8cm và độ dài trung đoạn bằng 15cm. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều đó là:

- A.  $960cm^2$ .                                      B.  $240cm^2$ .                                      C.  $480cm^2$ .                                      D.  $150cm^2$ .

**Phương pháp**

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng nửa chu vi đáy nhân chiều cao.

**Lời giải**

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều đó là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot (8 \cdot 4) \cdot 15 = 240 (cm^2)$$

**Đáp án B**

**Câu 4:** Tam giác có độ dài ba cạnh trong trường hợp nào sau đây là tam giác vuông?

- A. 10cm, 6cm, 9cm.                                      B. 3cm, 4cm, 6cm.                                      C. 11cm, 6cm, 8cm.                                      D. 12cm, 35cm, 37cm.

**Phương pháp**

Áp dụng định lý Pythagore đảo: nếu bình phương một cạnh bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại trong tam giác thì tam giác là tam giác vuông.

**Lời giải**

$9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117 \neq 100 = 10^2$  nên 10cm, 6cm, 9cm không phải độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

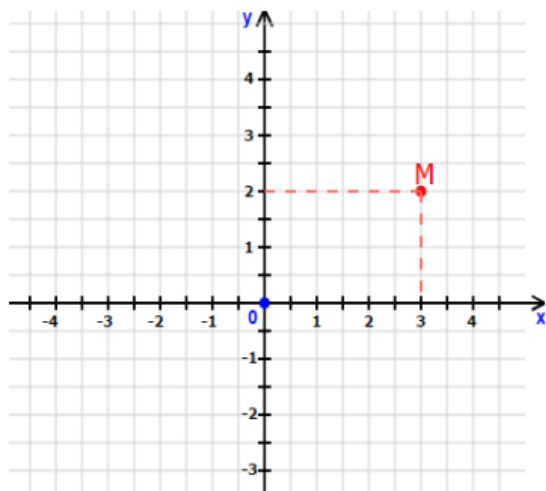
$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \neq 36 = 6^2$  nên 3 cm, 4 cm, 6 cm không phải độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \neq 121 = 11^2$  nên 11cm, 6cm, 8cm không phải độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

$12^2 + 35^2 = 144 + 1225 = 1369 = 37^2$  nên 12cm, 35cm, 37cm là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

### Đáp án D

**Câu 5:** Cho mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ. Tọa độ điểm M là:



A. M(3;2).

B. M(2;3).

C. M(3;0).

D. M(0;2).

### Phương pháp

Quan sát mặt phẳng tọa độ, xác định tọa độ điểm  $M(x_M; y_M)$ .

### Lời giải

Tọa độ điểm M trên mặt phẳng tọa độ là  $M(3;2)$ .

### Đáp án A

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ . Giá trị của  $f(-3)$  là:

A. 0.

B. -2.

C. -4.

D. 1.

### Phương pháp

Thay  $x = -3$  vào hàm số  $y = f(x)$  để tính giá trị.

### Lời giải

Giá trị của  $f(-3)$  là:

$$y = f(-3) = \frac{1}{3} \cdot (-3) - 1 = -1 - 1 = -2.$$

### Đáp án B

**Câu 7:** Hình chóp tam giác đều có:

A. 4 mặt, 5 cạnh.

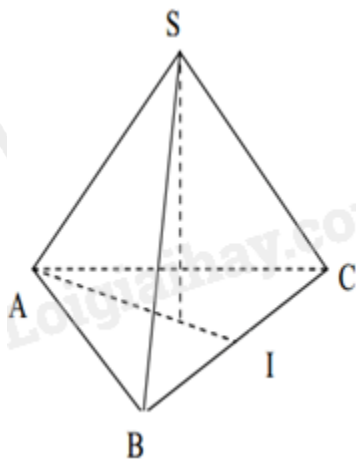
B. 3 mặt, 6 cạnh.

C. 6 mặt, 6 cạnh.

D. 4 mặt, 6 cạnh.

### Phương pháp

Dựa vào đặc điểm của hình chóp tam giác đều.



**Lời giải**

Hình chóp tam giác đều có 4 mặt (3 mặt bên, 1 mặt đáy) và 6 cạnh.

**Đáp án D**

**Câu 8:** Xác định các hệ số của  $x$ , hệ số tự do của hàm số bậc nhất  $y = -\frac{1}{2}x + 7$ .

A. Hệ số của  $x$  là  $-\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

B. Hệ số của  $x$  là  $-\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $7$ .

C. Hệ số của  $x$  là  $\frac{1}{2}$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

D. Hệ số của  $x$  là  $1$ . Hệ số tự do là  $-7$ .

**Phương pháp**

Hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  có hệ số của  $x$  là  $a$  và hệ số tự do là  $b$ .

**Lời giải**

Hàm số bậc nhất  $y = -\frac{1}{2}x + 7$  có hệ số của  $x$  là  $-\frac{1}{2}$  và hệ số tự do là  $7$ .

**Đáp án B**

**Câu 9:** Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy là  $18cm^2$  và chiều cao là  $5cm$ . Thể tích của hình chóp tam giác đều là:

A.  $23cm^3$ .

B.  $45cm^3$ .

C.  $30cm^3$ .

D.  $90cm^3$ .

**Phương pháp**

Thể tích của hình chóp tam giác đều bằng  $\frac{1}{3}$  diện tích đáy nhân chiều cao:  $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$ .

**Lời giải**

Thể tích của hình chóp tam giác đều là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 5 = 30 (cm^3).$$

**Đáp án C**

**Câu 10:** Kết quả của phép tính  $(8x^9y^2 - 6x^6y^3 + x^3y^4) : 2x^3y^2$  là:

A.  $4x^3 - 3x^2y + 2y^2$ .

B.  $4x^6y - 3x^3 + 2y^2$ .

C.  $4x^6 - 3x^3y + \frac{1}{2}y^2$ .

D.  $4x^6 - 3x^3y + 1$ .

**Phương pháp**

Áp dụng quy tắc chia đa thức cho đơn thức: ta chia lần lượt các hạng tử của đa thức cho đơn thức.

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} & (8x^9y^2 - 6x^6y^3 + x^3y^4) : 2x^3y^2 \\ &= 8x^9y^2 : 2x^3y^2 - 6x^6y^3 : 2x^3y^2 + x^3y^4 : 2x^3y^2 \\ &= 4x^6 - 3x^3y + \frac{1}{2}y^2 \end{aligned}$$

**Đáp án C**

**Câu 11:** Mẹ Lan đưa cho Lan 210 000 đồng lên siêu thị gần nhà mua xoài. Biết rằng giá 1 kg xoài là 50 000 đồng. Hãy tính số tiền  $y$  (đồng) còn lại khi mua  $x$  kg xoài và cho biết  $y$  có phải là hàm số của  $x$  hay không?

- A.  $y = 210000 - 50000x$ ;  $y$  là hàm số của  $x$ .
- B.  $y = 210000 - 50000x$ ;  $y$  không phải là hàm số của  $x$ .
- C.  $y = 210000 + 50000x$ ;  $y$  là hàm số của  $x$ .
- D.  $y = 210000 + 50000x$ ;  $y$  không phải là hàm số của  $x$ .

**Phương pháp**

Biểu diễn số tiền  $y$  theo  $x$  dựa vào đề bài. Xác định xem  $y$  có phải là hàm số của  $x$  hay không

**Lời giải**

Số tiền bạn Lan mua  $x$  kg xoài là:  $50000 \cdot x$  (đồng)

Số tiền  $y$  còn lại khi mua  $x$  kg xoài là:  $y = 210000 - 50000x$ .

Khi đó  $y$  là hàm số của  $x$ .

**Đáp án A**

**Câu 12:** Điền cụm từ thích hợp vào chỗ trống (...)

Hình thang có ... là hình thang cân.

- A. hai cạnh bên bằng nhau.
- B. hai đường chéo bằng nhau.
- C. hai cạnh bên song song.
- D. hai đường chéo vuông góc với nhau.

**Phương pháp**

Dựa vào dấu hiệu nhận biết hình thang cân.

**Lời giải**

Hình thang có *hai đường chéo bằng nhau* là hình thang cân.

**Đáp án B**

**Phần tự luận.**

**Bài 1. (1 điểm)** Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a)  $x^2 - 9$
- b)  $x^2 - 4x + 4 - y^2$

**Phương pháp**

Áp dụng phương pháp sử dụng hằng đẳng thức để phân tích đa thức thành nhân tử.

- a) Sử dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương.
- b) Sử dụng hằng đẳng thức bình phương của một hiệu, sau đó sử dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương.

**Lời giải**

a)  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

b)  $x^2 - 4x + 4 - y^2$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 - 4x + 4) - y^2 \\
 &= (x - 2)^2 - y^2 \\
 &= (x - 2 - y)(x - 2 + y)
 \end{aligned}$$

**Bài 2. (2 điểm)** Cho biểu thức  $A = \frac{2x-3}{x-1}$  và  $B = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{6x-4}{x^2-1}$  (với  $x \neq \pm 1$ )

a) Tính giá trị của A khi  $x = 2$ .

b) Chứng minh rằng biểu thức  $B = \frac{x-1}{x+1}$ .

c) Tìm các số nguyên dương  $x$  để biểu thức  $P = A.B$  nhận giá trị là số nguyên.

**Phương pháp**

a) Thay  $x = 2$  vào A để tính giá trị.

b) Quy đồng mẫu để rút gọn biểu thức B.

c) Tính  $P = A.B$ , Sử dụng kiến thức về ước và bội, dấu hiệu chia hết để biện luận giá trị biểu thức là số nguyên.

**Lời giải**

a) Thay  $x = 2$  (thỏa mãn điều kiện) vào A, ta được:  $A = \frac{2.2-3}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$ .

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{6x-4}{x^2-1} \\
 &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{6x-4}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{x^2 + x + 3x - 3 - 6x + 4}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{x^2 + (x + 3x - 6x) + (-3 + 4)}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{x-1}{x+1}
 \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{x-1}{x+1}$ .

c) Ta có:

$$\begin{aligned}
 P = A.B &= \frac{2x-3}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1} \\
 &= \frac{2x+2-5}{x+1} = \frac{2(x+1)-5}{x+1} = 2 - \frac{5}{x+1}
 \end{aligned}$$

Để P nguyên thì  $2 - \frac{5}{x+1}$  nguyên, suy ra  $\frac{5}{x+1}$  nguyên.



$\frac{5}{x+1}$  nguyên khi  $5:(x+1)$  hay  $(x+1) \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ .

Ta có bảng giá trị sau:

|                         |               |               |              |        |
|-------------------------|---------------|---------------|--------------|--------|
| $x+1$                   | -5            | -1            | 1            | 5      |
| $x$                     | -6 (không TM) | -2 (không TM) | 0 (không TM) | 4 (TM) |
| $P = 2 - \frac{5}{x+1}$ | 3             | 7             | -3           | 1      |

Vì  $x$  là số nguyên dương nên  $x = 4$  thỏa mãn.

Vậy biểu thức  $P = A.B$  nhận giá trị là số nguyên khi  $x = 4$ .

**Bài 3. (1 điểm)** Một công nhân theo kế hoạch cần phải làm 120 sản phẩm trong một số giờ dự kiến, với số sản phẩm dự kiến làm trong một giờ là  $x$  sản phẩm. Sau khi làm được 2 giờ với năng suất dự kiến, công nhân đó đã tăng năng suất được 3 sản phẩm mỗi giờ, vì vậy công nhân đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự kiến.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị thời gian công nhân đó dự kiến hoàn thành kế hoạch.

b) Hãy viết biểu thức biểu thị thời gian công nhân đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự kiến.

**Phương pháp**

a) Áp dụng công thức tính thời gian hoàn thành = tổng số sản phẩm làm được : số sản phẩm làm được trong 1 giờ.

b) Áp dụng công thức tính thời gian hoàn thành = tổng số sản phẩm làm được : số sản phẩm làm được trong 1 giờ.

Thời gian hoàn thành sớm hơn dự kiến = thời gian dự kiến – thời gian hoàn thành thực tế.

**Lời giải**

a) Biểu thức biểu thị thời gian dự kiến người công nhân đó hoàn thành kế hoạch là:  $\frac{120}{x}$  (giờ)

b) Trong 2 giờ công nhân sản xuất với năng suất dự kiến, người công nhân làm được:  $2x$  (sản phẩm).

Khi đó số sản phẩm còn lại là  $120 - 2x$  (sản phẩm)

Sau khi tăng năng suất thì mỗi giờ công nhân sản xuất được:  $x + 3$  sản phẩm.

Người đó sản xuất  $120 - 2x$  trong thời gian là:  $\frac{120 - 2x}{x + 3}$  (giờ)

Biểu thức biểu thị thời gian thực tế công nhân đó hoàn thành số sản phẩm là:  $2 + \frac{120 - 2x}{x + 3}$  (giờ)

Vậy biểu thức biểu thị thời gian công nhân đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự kiến là:

$$\begin{aligned} & \frac{120}{x} - \left( 2 + \frac{120 - 2x}{x + 3} \right) \\ &= \frac{120}{x} - 2 - \frac{120 - 2x}{x + 3} \\ &= \frac{120(x + 3) - 2x(x + 3) - x(120 - 2x)}{x(x + 3)} \\ &= \frac{120x + 360 - 2x^2 - 6x - 120x + 2x^2}{x(x + 3)} \\ &= \frac{360 - 6x}{x(x + 3)} \end{aligned}$$

**Bài 4. (2,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Trên tia đối của tia MN lấy điểm D sao cho MD = MN.

a) Chứng minh tứ giác BDCN là hình bình hành.

b) Chứng minh  $AD = BN$ .

c) Cho biết độ dài  $AM = 5\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Tính diện tích tam giác vuông  $ABC$ ?

### Phương pháp

a) Chứng minh  $BDCN$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành.

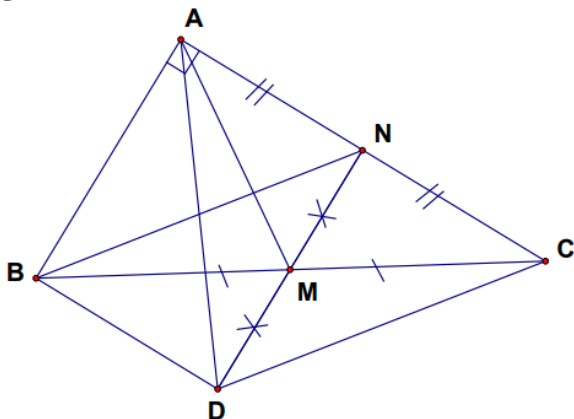
b) Chứng minh  $ABDN$  là hình chữ nhật nên hai đường chéo  $AD$  và  $BN$  bằng nhau.

c) Sử dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông bằng một nửa cạnh huyền để tính  $BC$ .

Áp dụng định lý Pythagore để tính  $AB$ .

Tính diện tích tam giác vuông bằng  $\frac{1}{2}$  tích hai cạnh góc vuông.

### Lời giải



a) Xét tứ giác  $BDCN$  có:

$M$  là giao điểm của  $BC$  và  $DN$

$M$  là trung điểm của  $BC$  (gt)

$M$  là trung điểm của  $ND$  (gt)

Suy ra  $BDCN$  là hình bình hành.

b) Vì tứ giác  $BDCN$  là hình bình hành nên  $BD \parallel CN$ ,  $BD = CN$ .

Mà  $AN = NC$  (vì  $N$  là trung điểm của  $AC$ )

nên  $BD \parallel AN$ ;  $BD = AN$ .

Xét tứ giác  $ABDN$  có:

$BD \parallel AN$ ;  $BD = AN$

Suy ra  $ABDN$  là hình bình hành.

Mà  $\angle BAN = 90^\circ$  nên  $ABDN$  là hình chữ nhật.

Suy ra  $AD = BN$

c) Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $AM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh

huyền nên  $AM = \frac{1}{2}BC$ , suy ra  $BC = 2AM = 2 \cdot 5 = 10(\text{cm})$ .

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông  $ABC$ , ta có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \text{ suy ra } AB = \sqrt{36} = 6(\text{cm}).$$

Vậy diện tích tam giác  $ABC$  là:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24(\text{cm}^2)$$

**Bài 5. (0,5 điểm)** Cho các số  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $\frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - x + 2y + 1 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$M = (x + 2y)^{2022} + (x - 2)^{2023} + \left(y + \frac{3}{2}\right)^{2024}.$$

### Phương pháp

Biến đổi đẳng thức  $\frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - x + 2y + 1 = 0$  bằng cách nhân hai vế với 2.

Sử dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng, bình phương của một hiệu để giải tìm  $x, y$ .

Thay vào  $M$  để tính giá trị của  $M$ .

### Lời giải

Nhân hai vế của đẳng thức  $\frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - x + 2y + 1 = 0$  với 2, ta được:

$$2\left(\frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - x + 2y + 1\right) = 0$$

$$x^2 + 4y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (4y^2 + 4y + 1) = 0$$

$$(x - 1)^2 + (2y + 1)^2 = 0$$

Vì  $(x - 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ ,  $(2y + 1)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

Để  $(x - 1)^2 + (2y + 1)^2 = 0$  thì  $x - 1 = 0$  và  $2y + 1 = 0$ , suy ra  $x = 1$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

Thay vào  $M$ , ta được:

$$M = \left[1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^{2022} + (1 - 2)^{2023} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^{2024}$$

$$= (1 - 1)^{2022} + (-1)^{2023} + 1^{2024}$$

$$= 0 - 1 + 1 = 0$$