

**ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 2**

**Môn: Toán học**

**Chương trình GDPT 2018**

**BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**



**Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải chương trình Toán THPT.

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

- A.  $\cos x + C$
- B.  $\sin x + C$
- C.  $-\cos x + C$
- D.  $-\sin x + C$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$
- B.  $S = \int_a^b f(x) dx$
- C.  $S = -\int_a^b f(x) dx$
- D.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$

**Câu 3.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gốc của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25
- B. 30

C. 6

D. 69,8

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(1;2;1)$  và  $N(3;1;-2)$ . Đường thẳng MN có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$

B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$

D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

**Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

A.  $y = \frac{1}{4}$

B.  $y = 4$

C.  $y = 1$

D.  $y = -1$

**Câu 6.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_4(4a)$  bằng

A.  $1 - \log_4 a$

B.  $1 + \log_4 a$

C.  $4 - \log_4 a$

D.  $4 + \log_4 a$

**Câu 7.** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $2x + 4y - z = 3$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A.  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$

B.  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$

C.  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$

D.  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

**Câu 8.** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $AC \perp (SBC)$

B.  $BC \perp (SAC)$

C.  $BC \perp (SAB)$

D.  $AB \perp (SBC)$

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.  $x = 10$
- B.  $x = 8$
- C.  $x = 9$
- D.  $x = 7$

**Câu 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân.

- A. 24
- B. 54
- C. 162
- D. 48

**Câu 11.** Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$
- B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
- C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-3; 0)$
- B.  $(0; +\infty)$
- C.  $(0; 2)$
- D.  $(-\infty; -3)$

**Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - x$ .

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ ;  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{6}$  hoặc  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ

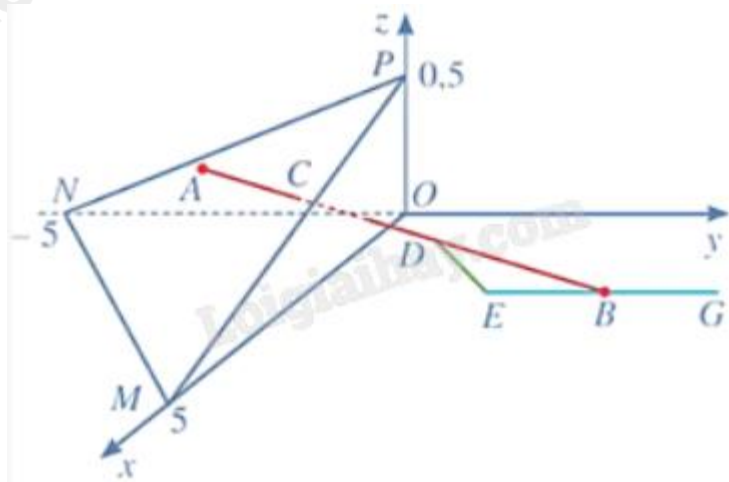
$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

- a) Vào thời điểm  $t = 1$  thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).
- b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).
- c) Vào thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.
- d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l).

**Câu 3.** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”, B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

- a) A và B là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.
- d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilomet), một máy bay đang ở vị trí A(3,5;2;0,4) và sẽ hạ cánh ở vị trí B(3,5;5,5;0) trên đường băng EG (hình vẽ).



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

- b) Khi máy bay ở vị trí D(3,5;3,25;0,12) thì máy bay cách mặt đất 120 m.
- c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua ba điểm M(5;0;0), N(0;-5;0), P(0;0;0,5).

Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là  $C\left(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55}\right)$ .

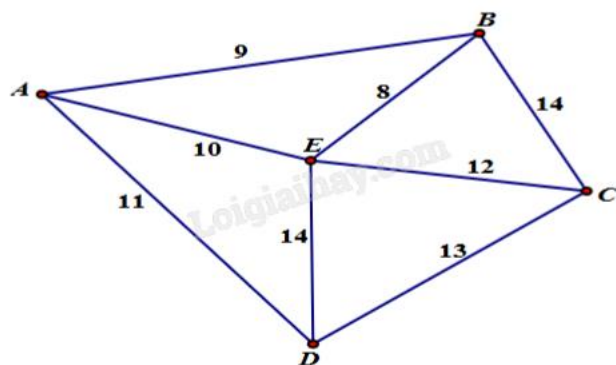
d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu E(3,5;4,5;0) của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây, tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

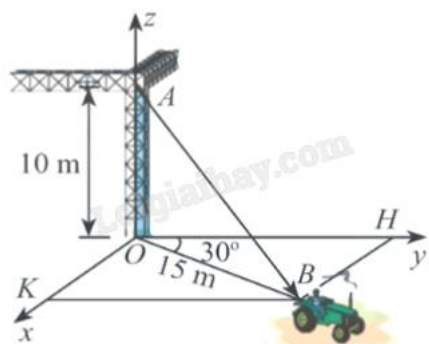
**Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

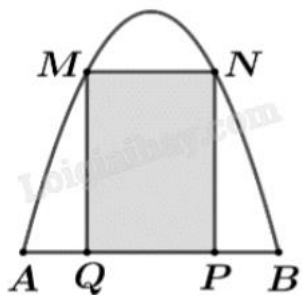
**Câu 2.** Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



**Câu 3.** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 m. Biết  $\overline{AB} = (x; y; z)$ . Tính  $x + 2y - z$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Câu 4.** Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là  $AB = 8$  m. Người treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết  $MN = 4$  m,  $MQ = 6$  m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



**Câu 5.** Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m,  $BB' = 600$  m. Người ta đo được  $A'B' = 2200$  m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một

trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí  $M$  của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí  $M$  là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 6.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu (kết quả viết dưới dạng số thập phân)?

----- Hết -----



**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1) C	2) A	3) A	4) B	5) B	6) B
7) A	8) C	9) C	10) B	11) B	12) A

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

- A.  $\cos x + C$
- B.  $\sin x + C$
- C.  $-\cos x + C$
- D.  $-\sin x + C$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức nguyên hàm của hàm số lượng giác.

**Lời giải chi tiết:**

$$\int \sin x dx = -\cos x + C.$$

**Đáp án C.**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a;b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

B.  $S = \int_a^b f(x) dx$

C.  $S = -\int_a^b f(x) dx$

D.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức tính diện tích hình phẳng thông qua tích phân.

**Lời giải chi tiết:**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = f(x)$ , trục hoành,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) là  $\int_a^b |f(x)| dx$ .

**Đáp án A.**

**Câu 3.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gốc của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25
- B. 30
- C. 6
- D. 69,8

**Phương pháp giải:**

Để tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm, ta lấy đầu mút phải của nhóm cuối cùng trừ đi đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

**Lời giải chi tiết:**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 65 - 40 = 25$  (cm).

**Đáp án A.**

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(1;2;1)$  và  $N(3;1;-2)$ . Đường thẳng MN có phương trình là

- A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$
- B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$
- C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$
- D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

**Phương pháp giải:**

Đường thẳng có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$ , đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  có phương trình là

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}.$$

**Lời giải chi tiết:**

$\vec{MN} = (2; -1; -3)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng MN, lại có  $M(1;2;1)$  thuộc MN nên phương trình

đường thẳng là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

**Đáp án B.**

**Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

- A.  $y = \frac{1}{4}$
- B.  $y = 4$
- C.  $y = 1$



D.  $y = -1$

**Phương pháp giải:**

Hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận ngang  $y = a$  nếu thỏa mãn ít nhất một trong những điều kiện:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ ,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a.$$

**Lời giải chi tiết:**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(4 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{4+0}{1-0} = 4.$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là  $y = 4$ .

**Đáp án B.**

**Câu 6.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_4(4a)$  bằng

A.  $1 - \log_4 a$

B.  $1 + \log_4 a$

C.  $4 - \log_4 a$

D.  $4 + \log_4 a$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng các tính chất của phép tính logarit:  $\log_a a = 1$ ;  $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$\log_4(4a) = \log_4 4 + \log_4 a = 1 + \log_4 a.$$

**Đáp án B.**

**Câu 7.** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $2x + 4y - z = 3$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A.  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$

B.  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$

C.  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$

D.  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

**Phương pháp giải:**

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $ax + by + cz + d = 0$  là  $\vec{n} = (a; b; c)$ .

**Lời giải chi tiết:**

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $2x + 4y - z = 3$  là  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ .

**Đáp án A.**

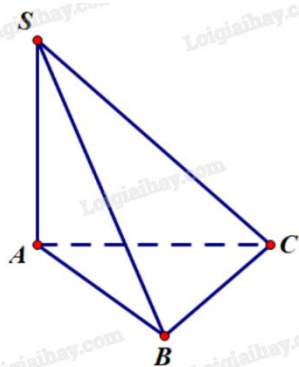
**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $AC \perp (SBC)$
- B.  $BC \perp (SAC)$
- C.  $BC \perp (SAB)$
- D.  $AB \perp (SBC)$

**Phương pháp giải:**

Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng nếu đường thẳng đó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng.

**Lời giải chi tiết:**



Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA \perp BC$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \\ SA \cap AB = A \end{cases} \text{ suy ra } BC \perp (SAB).$$

**Đáp án C.**

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 3$  là

- A.  $x = 10$
- B.  $x = 8$
- C.  $x = 9$
- D.  $x = 7$

**Phương pháp giải:**

$$\log_a b = x \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b = a^x \end{cases}.$$

**Lời giải chi tiết:**

$$\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

**Đáp án C.**

**Câu 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân.

- A. 24  
B. 54  
C. 162  
D. 48

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$u_4 = u_1 q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54.$$

**Đáp án B.**

**Câu 11.** Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$   
B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$   
C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$   
D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng quy tắc hình hộp, xét từng đáp án.

**Lời giải chi tiết:**

Theo quy tắc hình hộp, chỉ có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$  đúng.

**Đáp án B.**

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-3; 0)$   
B.  $(0; +\infty)$   
C.  $(0; 2)$   
D.  $(-\infty; -3)$

**Phương pháp giải:**

Hàm số  $f(x)$  nghịch biến khi  $f'(x) < 0$ .

**Lời giải chi tiết:**

Dựa vào bảng xét dấu, thấy  $f'(x) < 0$  trên khoảng  $(-3; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

Trong các đáp án, chỉ có khoảng  $(-3; 0)$  thỏa mãn.

**Đáp án A.****Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)**

1) ĐSĐĐ

2) ĐĐĐS

3) SĐĐS

4) ĐĐSĐ

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - x$ .

a)  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{6}$  hoặc  $\frac{\pi}{6}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ .

**Phương pháp giải:**

a) Thay  $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$  vào  $x$  của phương trình rồi tính.

b) Áp dụng công thức đạo hàm của hàm hợp lượng giác:  $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ .

c) Nếu  $\cos \alpha = m$  thì  $\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

Dựa vào khoảng hoặc đoạn đề bài cho, tìm các giá trị  $k$  thỏa mãn rồi thay vào công thức nghiệm và kết luận.

d) Thay giá trị hai đầu mút của đoạn và các giá trị sao cho  $f'(x) = 0$  vào  $f(x)$  và tìm giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.**  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin(-\pi) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin(\pi) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ .

b) **Sai.**  $f'(x) = 2\cos 2x - 1$ .

c) **Đúng.**  $2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

+)  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k\pi \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{1}{3} \Rightarrow k = 0$  (vì  $k \in \mathbb{Z}$ ).

Suy ra  $x = \frac{\pi}{6} + 0 \cdot \pi = \frac{\pi}{6}$ .

+)  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq k\pi \leq \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0$  (vì  $k \in \mathbb{Z}$ ).

Suy ra  $x = -\frac{\pi}{6} + 0 \cdot \pi = -\frac{\pi}{6}$ .

Vậy trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thì  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm là  $x = \frac{\pi}{6}; x = -\frac{\pi}{6}$ .

d) **Đúng.**  $f(x) = \sin 2x - x$ ;

$$f'(x) = 2\cos 2x - 1 \text{ có nghiệm } x = \pm \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}; f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  là  $-\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ

$$\text{bởi hàm số } y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

- a) Vào thời điểm  $t = 1$  thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).
- b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).
- c) Vào thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.
- d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l).

**Phương pháp giải:**

- a) Thay  $t = 1$  vào hàm số và tính giá trị của hàm số.
- b), c), d) Lập bảng biến thiên của hàm số và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.**  $y(1) = 5 - \frac{15}{9 \cdot 1^2 + 1} = 3,5$  (mg/l).

b) **Đúng.** Xét  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$  trên nửa đoạn  $[0; +\infty)$ :

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{9t^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	5	$\frac{5}{2}$	5

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị của  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$  luôn nhỏ hơn hoặc bằng 5 nên nồng độ oxygen

(mg/l) trong hồ nước không vượt quá 5.

- c) **Đúng.** Quan sát bảng biến thiên, thấy vào thời điểm  $t = 0$  thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất bằng 5.
- d) **Sai.** Quan sát bảng biến thiên, thấy nồng độ oxygen (mg/l) trong hồ nước thấp nhất là 2,5 (mg/l).





b) Khi máy bay ở vị trí  $D(3,5;3,25;0,12)$  thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(5;0;0)$ ,  $N(0;-5;0)$ ,  $P(0;0;0,5)$ .

Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là  $C\left(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55}\right)$ .

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5;4,5;0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây, tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

**Phương pháp giải:**

a) Đường thẳng đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$ , nhận vectơ  $\vec{u} = (a; b; c)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình

$$\text{tham số là } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b) Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy).

c) Tìm giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng AB.

d) Tính khoảng cách DE và so sánh với 900 m.

**Lời giải chi tiết:**

a) **Đúng.** Đường thẳng AB đi qua điểm  $A(3,5;-2;0,4)$  và nhận  $\vec{AB} = (0;7,5;-0,4)$  làm một vectơ chỉ

phương nên phương trình tham số của đường thẳng AB là: 
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

b) **Đúng.** Điểm D có cao độ là 0,12, suy ra khoảng cách từ D đến mặt đất (Oxy) là 0,12 km = 120 m.

c) **Sai.** Phương trình mặt chắn của mặt phẳng (MNP) là:  $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{0,5} = 1$ .

Từ đó, ta suy ra phương trình tổng quát của (MNP) là:  $x - y + 10z - 5 = 0$ .

Vì C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh nên C là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Vì C thuộc AB nên  $C(3,5;-2+7,5t;0,4-0,4t)$ . Mà C thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$  nên:

$$3,5 - (-2 + 7,5t) + 10(0,4 - 0,4t) - 5 = 0, \text{ suy ra } t = \frac{9}{23}. \text{ Do đó, } C\left(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right).$$

d) **Đúng.** Khi máy bay cách mặt đất 120 m, nó đang ở vị trí điểm D. DE là tầm nhìn của phi công tới E khi cách mặt đất 120 m.

Ta có:  $DE = \sqrt{(3,5 - 3,5)^2 + (4,5 - 3,25)^2 + (0 - 0,12)^2} \approx 1,256 \text{ (km)}.$

Vì tầm nhìn của phi công sau khi ra khỏi đám mây là  $900\text{m} = 0,9\text{km} < 1,256\text{km}$  nên người phi công đó không nhìn thấy E, do đó không đạt được quy định an toàn bay.

**Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)**

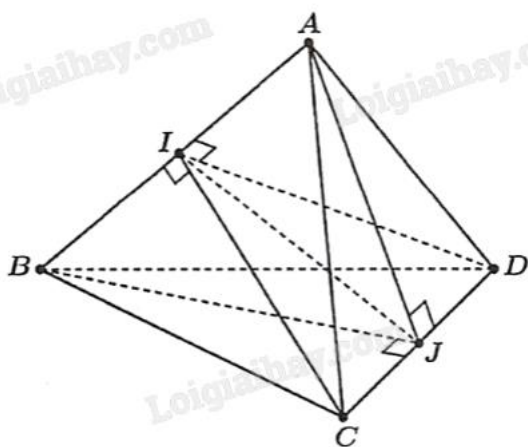
1) 1,41	2) 53	3) 43,5	4) 18,7	5) 2460	6) 0,5
---------	-------	---------	---------	---------	--------

**Câu 1.** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Phương pháp giải:**

Tìm đoạn vuông góc chung của AB và CD.

**Lời giải chi tiết:**



Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.

Các tam giác đều ABC, ABD có I là trung điểm của AB nên

$$\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp DI \end{cases}, \text{ suy ra } AB \perp (ICD), \text{ mà } IJ \subset (ICD) \text{ nên } AB \perp IJ \quad (1).$$

Tương tự, các tam giác đều ACD, BCD có J là trung điểm của CD nên

$$\begin{cases} CD \perp AJ \\ CD \perp BJ \end{cases}, \text{ suy ra } CD \perp (ABJ), \text{ mà } IJ \subset (ABJ) \text{ nên } CD \perp IJ \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB, CD. Vậy, IJ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD.

CI là đường cao tam giác đều ABC cạnh 2 nên  $CI = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ .

Sử dụng định lý Pythagore cho tam giác CIJ vuông tại J, ta có:

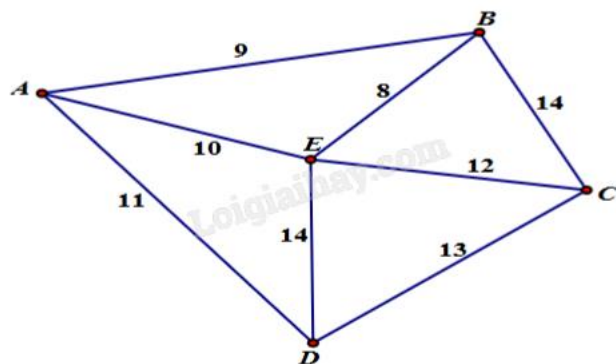
$$IJ = \sqrt{CI^2 - CJ^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2} \approx 1,41.$$

**Đáp án: 1,41.**

**Câu 2.** Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố

trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu.

Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



**Phương pháp giải:**

Liệt kê và so sánh.

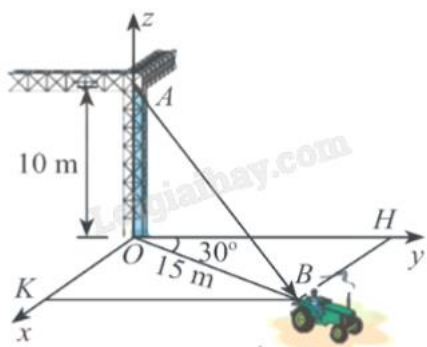
**Lời giải chi tiết:**

Đường đi	Tổng số chi phí
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$	$9+14+12+14+11=60$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$9+8+12+13+11=53$
$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$10+8+14+13+11=56$
$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$10+14+13+14+9=60$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$	$11+13+12+8+9=53$
$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$11+14+12+14+9=60$

Do đó, chi phí nhỏ nhất của xe giao hàng là 53.

**Đáp án: 53.**

**Câu 3.** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 m. Biết  $\overline{AB} = (x; y; z)$ . Tính  $x + 2y - z$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Phương pháp giải:**

Sử dụng hệ thức lượng giác và định lý Pythagore để tính tọa độ điểm B. Từ đó tìm tọa độ  $\overline{AB} = (x; y; z)$ .

**Lời giải chi tiết:**

$A(0;0;10)$ .

$$\sin HOB = \frac{BH}{OB} \Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{BH}{15} \Leftrightarrow BH = 15 \sin 30^\circ = \frac{15}{2}$$

Suy ra  $x_B = OK = BH = 7,5$ .

$$y_B = OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{15^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

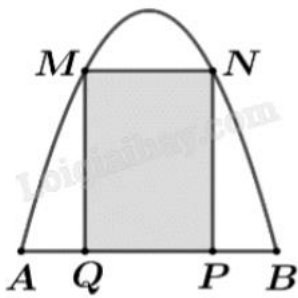
B thuộc mặt phẳng (Oxy) nên  $z_B = 0$ .

$$\overrightarrow{AB} = \left( \frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10 \right).$$

$$\text{Vậy } x + 2y - z = \frac{15}{2} + 2 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2} - (-10) \approx 43,5.$$

**Đáp án: 43,5.**

**Câu 4.** Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là  $AB = 8$  m. Người treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết  $MN = 4$  m,  $MQ = 6$  m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



**Phương pháp giải:**

Tính diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa bằng cách tính diện khoảng trống giới hạn bởi cổng parabol với mặt đất rồi trừ đi diện tích tấm phong chữ nhật MNPQ.

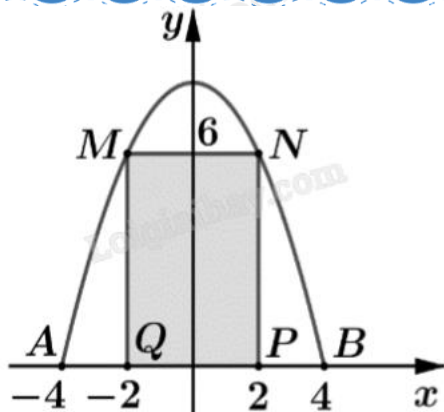
- + Chọn hệ trục tọa độ phù hợp, xác định tọa độ các điểm.
- + Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích.

**Lời giải chi tiết:**

Gọi  $S_p$  là diện tích khoảng trống giới hạn bởi cổng parabol với mặt đất,  $S_{MNPQ}$  là diện tích tấm phong hình chữ nhật MNPQ,  $S$  là diện tích phần ngoài phong cần tính.

$$\text{Khi đó, } S = S_p - S_{MNPQ} = S_p - MN.MQ = S_p - 4.6 = S_p - 24.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Gọi đồ thị công parabol có phương trình là  $y = ax^2 + bx + c$ .

Vì parabol đi qua các điểm có tọa độ  $(4;0)$ ,  $(-4;0)$  và  $(2;6)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0 = a.4^2 + b.4 + c \\ 0 = a.(-4)^2 + b.(-4) + c \\ 6 = a.2^2 + b.2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị công parabol có phương trình là } y = -\frac{1}{2}x^2 + 8.$$

$S_p$  là phần hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$  và trục hoành nên:

$$S_p = \int_{-4}^4 \left| -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right| dx = \int_{-4}^4 \left( -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích phía ngoài phòng để trang trí hoa là  $S = S_p - 24 = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \approx 18,7 \text{ (m}^2\text{)}.$

**Đáp án: 18,7.**

**Câu 5.** Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m,  $BB' = 600$  m. Người ta đo được  $A'B' = 2200$  m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn  $A'B'$  sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Phương pháp giải:**

Lập hàm số tính khoảng cách  $AM + MB$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số vừa tìm được bằng cách ứng dụng đạo hàm.

**Lời giải chi tiết:**

Đặt  $A'M = x$  ( $0 < x < 2200$ ),  $B'M = 2200 - x$  (m).

Ta có  $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$ ,  $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$  (m).

Tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là:

$$AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2} \text{ (m)}.$$



Xét hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$  (m).

Đạo hàm  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} + \frac{x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$  (m).

Bảng biến thiên:

$x$	0	1000	2200	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	2780	2460	2856	

Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí M cách điểm A' là 1000 m.

**Đáp án: 2460.**

**Câu 6.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu (kết quả viết dưới dạng số thập phân)?

**Phương pháp giải:**

Sử dụng công thức xác suất có điều kiện và công thức Bayes.

**Lời giải chi tiết:**

A: "Người đó mắc bệnh". Căn bệnh có 1% dân số mắc phải nên  $P(A) = 1\% = 0,01$ .

$\bar{A}$ : "Người đó không mắc bệnh".  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,99$ .

B: "Kết quả kiểm tra của người đó là dương tính".

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là  $P(B|A) = 99\% = 0,99$ .

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là  $P(B|\bar{A}) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,99 = 0,01$ .

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một người kiểm tra dương tính mà thực sự bị bệnh là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).(B|A) + P(\bar{A}).(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

**Đáp án: 0,5.**