ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 12.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)=2x^9+2024$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x)=18x^8$

B. $f(x)=18x^8+2024$

C. $f(x)=18x^8+C$

D. $f(x)=\dfrac{x^{10}}{5}+2024x$

Câu 2. Hàm số F(x) = lnx là nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $f(x)=\dfrac{1}{|x|}$

B. $f(x)=-\dfrac{1}{x}$

C. $f(x)=\dfrac{1}{x}$

D. $f(x)=\dfrac{1}{x}+C$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=x^3+2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{x^4}{4}+2x+C$

B. $\int f(x)dx=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+C$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+x^2+C$

D. $\int f(x)dx = x^4 + 2x + C$

Câu 4. Cho F(x) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + \frac{1}{x^3}$ thỏa mãn F(1) = 0. Tìm F(x).

A. $F(x) = x^5 - \frac{3}{2x^2} + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = x^5 - \frac{3}{x^2} + 2$

C. $F(x) = x^5 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$

D. $F(x) = x^5 + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{2}$

Câu 5. Điều kiện nào sau đây là cần thiết để hàm số f(x) có thể tính tích phân trên đoạn [a;b]?

A. Hàm số f(x) phải liên tục trên đoạn [a;b].

B. Hàm số f(x) phải có đạo hàm trên đoạn [a;b].

C. Hàm số f(x) phải đồng biến trên đoạn [a;b].

D. Hàm số f(x) phải là hàm số bậc hai trên đoạn [a;b].

Câu 6. Nếu F(x) là nguyên hàm của hàm số f(x), thì tích phân của f(x) trên đoạn [a;b] được tính như thế nào?

A. $F(b) - F(a)$

B. $F(a) - F(b)$

C. $\frac{F(b)}{F(a)}$

D. $\frac{F(a)}{F(b)}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 3x + 2y – z + 5 = 0. Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;2)$

B. $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;5)$

C. $\overrightarrow{n_3} = (3;2;5)$

D. $\overrightarrow{n_4} = (3;2;-1)$

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho A(1;1;-2), B(2;0;3), C(-2;4;1). Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x - 2y + z + 2 = 0$

B. $x + y - 2z - 6 = 0$

C. $x + y - 2z + 2 = 0$

D. $2x+2y+z-2=0$

Câu 9. Trong không gian Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Oxz)?

A. y = 0

B. x = 0

C. z = 0

D. y – 1 = 0

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d đi qua điểm M(2;-1;5) và nhận vecto $\vec{u}=(2;3;1)$ làm vecto chỉ phương. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-t \\ z=1+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

B. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3-t \\ z=-1+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=5+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

D. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1-3t \\ z=5-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): 2x – 3y + 4z + 20 = 0 và (Q): 4x – 13y – 6z + 40 = 40. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) // (Q)

B. (P) $\equiv$ (Q)

C. (P) cắt (Q)

D. (P) $\perp$ (Q)

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu có phương trình $(x+2)^2+(y-7)^2+(z+6)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. I(-2;-7;-6); R = 3

B. I(-2;7;-6); R = 9

C. I(-2;7;-6); R = 3

D. I(2;-7;6); R = 9

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=e^x$.

a) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hàm số đã cho với trục hoành, đường thẳng x = -1, x = 1 là $\frac{e^2-1}{e}$

.

b) Với a = ln4 thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hàm số đã cho với các trục toạ độ và đường thẳng x = a bằng 3.

c) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng x = 0, x = 1. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng $2\pi\frac{e^2-1}{2}$.

d) Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = e^x$ đã cho tại điểm $x_0 = 0$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường thẳng d với trục hoành, đường thẳng x = -1 và x = 1 là 2.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các mặt phẳng (P): x – 2y + 2z – 1 = 0, (Q): x – 2y + 2z – 3 = 0 và điểm A(1;1;-2).

a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

b) $d\left(A,(P)\right) = 1$.

c) $d\left((P),(Q)\right) = \frac{2}{3}$.

d) Phương trình mặt phẳng song song cách đều (P) và (Q) là x – 2y + 2z + 2 = 0.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Giả sử $\forall a, b \in \mathbb{R}$, a < 0 < b, $\int_a^b \left|x^7\right| dx = ma^8 + nb^8$ trong đó m, n là các hằng số thực (không phụ thuộc vào a và b). Giá trị của biểu thức P = m − 5n là bao nhiêu?

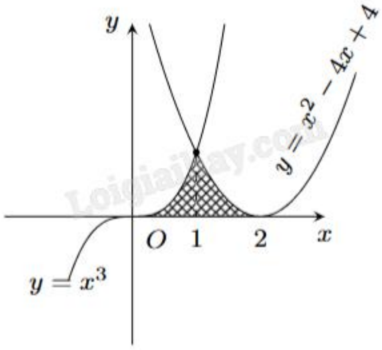
Câu 2. Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = −12t + 36 (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được quãng đường là s mét. Tính giá trị của s.

Câu 3. Cho điểm A(1;2;−1) và mặt phẳng (α): x – 2y + 2z + 2 = 0. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng 1 có dạng (β): x – by + cz + d = 0. Khi đó S = 3b – c + d bằng bao nhiêu?

Câu 4. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0 và (Q_m) : x – my + nz + 2 = 0 vuông góc với mặt phẳng (α) : 4x – y – 6z + 3 = 0. Tính m + n.

Phần IV: Tự luận. Thí sinh trình bày lời giải từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Tính diện tích hình phẳng phần gạch tô màu như hình vẽ bên dưới (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;2;0), B(3;4;−2) và P : x – y + z − 4 = 0. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P), có dạng (Q) : ax + by + cz + 2 = 0. Tính T = a + b + c.

Câu 3. Một ôtô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc a(t) = 6 – 2t (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ôtô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ôtô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ôtô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) A	**2)** C	**3)** A	**4)** C	**5)** A	**6)** A
7) D	**8)** A	**9)** A	**10)** C	**11)** C	**12)** C

Câu 1. Hàm số $F(x) = 2x^9 + 2024$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 18x^8$

B. $f(x) = 18x^8 + 2024$

C. $f(x) = 18x^8 + C$

D. $f(x) = \dfrac{x^{10}}{5} + 2024x$

Phương pháp giải:

F(x) là nguyên hàm của hàm số f(x) nếu F'(x) = f(x).

Lời giải chi tiết:

$F'(x) = \left(2x^9 + 2024\right)' = 18x^8$.

Đáp án A.

Câu 2. Hàm số F(x) = lnx là nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $f(x) = \dfrac{1}{|x|}$

B. $f(x) = -\dfrac{1}{x}$

C. $f(x) = \dfrac{1}{x}$

D. $f(x) = \dfrac{1}{x} + C$

Phương pháp giải:

F(x) là nguyên hàm của hàm số f(x) nếu F'(x) = f(x).

Lời giải chi tiết:

$F'(x) = (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$.

Đáp án C.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + 2x + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$

D. $\int f(x)dx = x^4 + 2x + C$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Lời giải chi tiết:

$\int f(x)dx = \int \left(x^3 + 2\right) = \frac{x^4}{4} + 2x + C$.

Đáp án A.

Câu 4. Cho F(x) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + \frac{1}{x^3}$ thỏa mãn F(1) = 0. Tìm F(x).

A. $F(x) = x^5 - \frac{3}{2x^2} + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = x^5 - \frac{3}{x^2} + 2$

C. $F(x) = x^5 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$

D. $F(x) = x^5 + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Sử dụng điều kiện đề bài cho F(1) = 0 để tìm C.

Lời giải chi tiết:

$F(x) = \int f(x)dx = \int \left(5x^4 + \frac{1}{x^3}\right)dx = x^5 + \frac{x^{-2}}{-2} + C = x^5 - \frac{1}{2x^2} + C$.

$F(1) = 0 \Leftrightarrow 1^5 - \frac{1}{2.1^2} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$.

Vậy $F(x) = x^5 - \frac{1}{2x^2} + C$.

Đáp án C.

Câu 5. Điều kiện nào sau đây là cần thiết để hàm số f(x) có thể tính tích phân trên đoạn [a;b]?

A. Hàm số f(x) phải liên tục trên đoạn [a;b].

B. Hàm số f(x) phải có đạo hàm trên đoạn [a;b].

C. Hàm số f(x) phải đồng biến trên đoạn [a;b].

D. Hàm số f(x) phải là hàm số bậc hai trên đoạn [a;b].

Phương pháp giải:

Dựa vào định nghĩa tích phân.

Lời giải chi tiết:

Hàm số f(x) phải liên tục trên đoạn [a;b].

Đáp án A.

Câu 6. Nếu F(x) là nguyên hàm của hàm số f(x), thì tích phân của f(x) trên đoạn [a;b] được tính như thế nào?

A. $F(b)-F(a)$

B. $F(a)-F(b)$

C. $\dfrac{F(b)}{F(a)}$

D. $\dfrac{F(a)}{F(b)}$

Phương pháp giải:

Áp dụng định nghĩa tích phân.

Lời giải chi tiết:

$\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Đáp án A.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 3x + 2y – z + 5 = 0. Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;2)$

B. $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;5)$

C. $\overrightarrow{n_3}=(3;2;5)$

D. $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-1)$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng (P): Ax + By + Cz + D = 0 có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.

Lời giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-1)$.

Đáp án D.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho A(1;1;-2), B(2;0;3), C(-2;4;1). Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x-2y+z+2=0$

B. $x+y-2z-6=0$

C. $x+y-2z+2=0$

D. $2x+2y+z-2=0$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vecto pháp tuyến.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng qua A(1;1;-2) và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-4;4;-2)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình là:

$-4(x-1)+4(y-1)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow -4x+4y-2z-4=0 \Leftrightarrow 2x-2y-z+2=0$.

Đáp án A.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Oxz)?

A. y = 0

B. x = 0

C. z = 0

D. y – 1 = 0

Phương pháp giải:

Tìm vecto pháp tuyến và một điểm mặt phẳng đi qua.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng (Oxz) nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm vecto pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ O nên có phương trình tổng quát là $0(x-0)+1(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow y=0$.

Đáp án A.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d đi qua điểm M(2;-1;5) và nhận vecto $\vec{u}=(2;3;1)$ làm vecto chỉ phương. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-t \\ z=1+5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

B. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3-t \\ z=-1+5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=5+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 - 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$

Phương pháp giải:

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có vecto chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ có phương trình là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

$(t \in \mathbb{R})$.

Lời giải chi tiết:

d đi qua điểm M(2;-1;5) có vecto chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 + t \end{cases}$.

Đáp án C.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): 2x – 3y + 4z + 20 = 0 và (Q): 4x – 13y – 6z + 40 = 40. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) // (Q)

B. (P) $\equiv$ (Q)

C. (P) cắt (Q)

D. (P) $\perp$ (Q)

Phương pháp giải:

So sánh tỉ lệ các hệ số và áp dụng công thức tính tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\frac{2}{4} \ne \frac{-3}{-13} \ne \frac{4}{-6}$ và $2.4 - 3.(-13) + 4.(-6) = 23$ nên (P) cắt (Q).

Đáp án C.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-7)^2 + (z+6)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. I(-2;-7;-6); R = 3

B. I(-2;7;-6); R = 9

C. I(-2;7;-6); R = 3

D. I(2;-7;6); R = 9

Phương pháp giải:

Mặt cầu phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm I(a;b;c), bán kính R.

Lời giải chi tiết:

Mặt cầu phương trình $(x+2)^2 + (y-7)^2 + (z+6)^2 = 9$ có tâm I(-2;7;-6), bán kính R = 3.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) ĐĐSĐ	2) ĐSĐS

Câu 1. Cho hàm số $y = e^x$.

a) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hàm số đã cho với trục hoành, đường thẳng x = -1, x = 1 là $\frac{e^2 - 1}{e}$.

b) Với a = ln4 thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hàm số đã cho với các trục toạ độ và đường thẳng x = a bằng 3.

c) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng x = 0, x = 1. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng $2\pi\frac{e^2 - 1}{2}$.

d) Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = e^x$ đã cho tại điểm $x_0 = 0$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường thẳng d với trục hoành, đường thẳng x = -1 và x = 1 là 2.

Phương pháp giải:

a, b) Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

c) Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$.

d) Áp dụng quy tắc lập phương trình tiếp tuyến của hàm số y = f(x) tại điểm x_0: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $S_1 = \int_{-1}^{1} |e^x|dx = \int_{-1}^{1} e^x dx = e^x\Big|_{-1}^{1} = e^1 - e^{-1} = e - \frac{1}{e} = \frac{e^2 - 1}{e}$.

b) Đúng. $S_2 = \int_0^{\ln 4} |e^x|dx = \int_0^{\ln 4} e^x dx = e^x\Big|_0^{\ln 4} = e^{\ln 4} - e^0 = 4 - 1 = 3$.

c) Sai. $V = \pi\int_0^1 \left(e^x\right)^2 dx = \pi\int_0^1 \left(e^2\right)^x dx = \pi.\frac{e^{2x}}{\ln e^2}\Big|_0^1 = \pi.\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1 = \frac{\pi e^2}{2} - \frac{\pi}{2} = \pi\frac{e^2 - 1}{2}$.

d) Đúng. $f'(x) = \left(e^x\right)' = e^x \Rightarrow f'(0) = e^0 = 1;\ f(0) = e^0 = 1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 1(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = x + 1$.

Trên đoạn [-1;1] thấy $x + 1 \geq 0$ nên ta có:

$$S_3=\int_{-1}^{1}|x+1|dx=\int_{-1}^{1}(x+1)dx=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{1^2}{2}+1-\frac{(-1)^2}{2}-(-1)=2.$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các mặt phẳng (P): x – 2y + 2z – 1 = 0, (Q): x – 2y + 2z – 3 = 0 và điểm A(1;1;-2).

a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

b) $d(A,(P))=1$.

c) $d((P),(Q))=\frac{2}{3}$.

d) Phương trình mặt phẳng song song cách đều (P) và (Q) là x – 2y + 2z + 2 = 0.

Phương pháp giải:

Xác định vecto pháp tuyến của hai mặt phẳng. Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

Lời giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;2)$.

a) Đúng. Ta có $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-1}{-3}$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

b) Sai. $d(A,(P))=\frac{|1.1-2.1+2.(-2)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2$.

c) Đúng. B(1;0;0) là một điểm thuộc (P).

Vì (P) // (Q) nên $d((P),(Q))=d(B,(Q))=\frac{|1.1-2.0+2.0-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{2}{3}$.

d) Sai. Gọi d là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (Q).

Phương trình của d là $\begin{cases}x=1+t\\y=-2t\\z=2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Thay x, y, z của phương trình đường thẳng d vào phương trình mặt phẳng (Q), ta có:

$1+t-2.(-2t)+2.2t-3=0\Leftrightarrow 9t-2=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{9}$.

Do đó, giao điểm C của d với (Q) có tọa độ $C\left(\frac{11}{9};-\frac{4}{9};\frac{4}{9}\right)$.

Trung điểm của BC là $I\left(\frac{10}{9};-\frac{2}{4};\frac{2}{4}\right)$.

Mặt phẳng song song cách đều (P) và (Q) đi qua I và có vecto pháp tuyến trùng với vecto pháp tuyến của (P), (Q) nên có phương trình tổng quát:

$1\left(x-\frac{10}{9}\right)-2\left(y+\frac{2}{9}\right)+2\left(z-\frac{2}{9}\right)=0\Leftrightarrow x-2y+2z-2=0$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) -0,5	**2)** 54	**3)** 12	**4)** 3

Câu 1. Giả sử $\forall a,b\in\mathbb{R}$, $a<0<b$, $\int_a^b |x^7|dx = ma^8+nb^8$ trong đó m, n là các hằng số thực (không phụ thuộc vào a và b). Giá trị của biểu thức P = m − 5n là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Xét dấu trên đoạn [a;b] để phá dấu trị tuyệt đối.

Lời giải chi tiết:

$$\int_a^b |x^7|dx=\int_a^0|x^7|dx+\int_0^b|x^7|dx=-\int_a^0 x^7dx+\int_0^b x^7dx=-\left.\frac{x^8}{8}\right|_a^0+\left.\frac{x^8}{8}\right|_0^b=\frac{a^8}{8}+\frac{b^8}{8}=\frac{1}{8}a^8+\frac{1}{8}b^8.$$

Suy ra $m=\frac{1}{8},\ n=\frac{1}{8}\Rightarrow m-5n=\frac{1}{8}-5.\frac{1}{8}=-\frac{1}{2}=-0.5$.

Đáp án: -0,5.

Câu 2. Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = −12t + 36 (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được quãng đường là s mét. Tính giá trị của s.

Phương pháp giải:

Tìm t_0 sao cho $v(t_0)=0$. Tính $\int_0^{t_0} v(t)dt$.

Lời giải chi tiết:

Ô tô dừng hẳn thì v(t) = 0. Thời gian để ô tô dừng hẳn kể từ lúc đạp phanh là:

$v(t)=0\Leftrightarrow -12t+36=0\Leftrightarrow t=3$ (s).

Quãng đường ô tô đi được trong 3 giây đó đến khi dừng hẳn là:

$$s=\int_0^3 v(t)dt=\int_0^3(-12t+36)dt=54\ \text{(m)}.$$

Đáp án: 54.

Câu 3. Cho điểm A(1;2;−1) và mặt phẳng (α): x – 2y + 2z + 2 = 0. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng 1 có dạng (β): x – by + cz + d = 0. Khi đó S = 3b – c + d bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

(β) // (α) nên phương trình của (β) có dạng: x – 2y + 2z + d = 0 $(d\neq 2)$.

Theo đề bài: $d\left(M,(\beta)\right)=1 \Leftrightarrow \dfrac{\left|1-2.2+2.(-1)+d\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1 \Leftrightarrow \left|d-5\right|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=8 \\ d=2 \end{array}\right.$.

Vì $d \neq 2$ nên d = 8 thỏa mãn.

Suy ra (β): x – 2y + 2z + 8 = 0.

Vậy S = 3.2 – 2 + 8 = 12.

Đáp án: 12.

Câu 4. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0 và (Q_m) : x – my + nz + 2 = 0 vuông góc với mặt phẳng (α) : 4x – y – 6z + 3 = 0. Tính m + n.

Phương pháp giải:

Vì giao tuyến của (P_m) và (Q_m) vuông góc với (α) nên hai mặt phẳng đó cũng vuông góc với (α).

Áp dụng biểu thức tích vô hướng cho các vecto vuông góc để tính m, n.

Lời giải chi tiết:

Gọi vecto pháp tuyến của các mặt phẳng (P_m), (Q_m) và (α) lần lượt là $\overrightarrow{n_P}$, $\overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_\alpha}$. Ta có:

$\overrightarrow{n_P}=(m;2;n)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;-m;n)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;-1;-6)$

Vì giao tuyến của (P_m) và (Q_m) vuông góc với (α) nên hai mặt phẳng đó cũng vuông góc với (α).

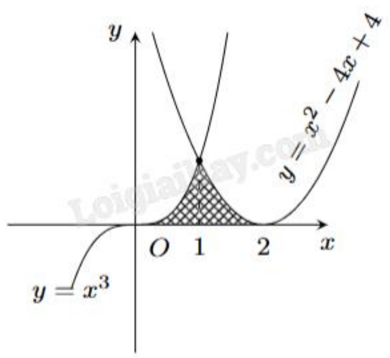
Khi đó $\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_P}=0 \\ \overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_Q}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 4m+2.9-1)+n(-6)=0 \\ 4+(-1).(-m)+(-6).n=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 4m-6n=2 \\ m-6n=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=2 \\ n=1 \end{array}\right. \Rightarrow m+n=3$.

Đáp án: 3.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

1) 0,58	**2)** -2	**3)** 18

Câu 1. Tính diện tích hình phẳng phần gạch tô màu như hình vẽ bên dưới (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S=\int_a^b \left|f(x)\right|dx$.

Lời giải chi tiết:

Chia hình phẳng tô màu thành hai phần.

- Phần giới hạn bởi đồ thị $y = x^3$, trục hoành, đường thẳng x = 0 và x = 1.

- Phần giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - 4x + 4$, trục hoành, đường thẳng x = 1 và x = 2.

$$S = \int_0^1 |x^3| dx + \int_1^2 |x^2 - 4x + 4| dx = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \frac{7}{12} \approx 0,58.$$

Đáp án: 0,58.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;2;0), B(3;4;−2) và P : x – y + z − 4 = 0. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P), có dạng (Q) : ax + by + cz + 2 = 0. Tính T = a + b + c.

Phương pháp giải:

Tìm vecto pháp tuyến của (Q) bằng cách tính tích có hướng của $\overrightarrow{AB}$ và vecto pháp tuyến của (P).

Lời giải chi tiết:.

(Q) nhận $\overrightarrow{AB} = (3-1; 4-2; -2-0) = (2; 2; -2)$ và $\overrightarrow{n_P} = (1; -1; 1)$ làm cặp vecto chỉ phương.

Vecto pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right] = (0; -2; -2)$.

Phương trình tổng quát của (Q) là:

$0(x-1) - 2(y-2) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow -2y - 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow -y - z + 2 = 0$.

Vậy a + b + c = 0 + (-1) + (-1) = -2.

Đáp án: -2.

Câu 3. Một ôtô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc a(t) = 6 – 2t (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ôtô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ôtô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ôtô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

Phương pháp giải:

Từ hàm a(t), tìm v(t) và s(t) dựa vào nguyên hàm.

Tìm t_0 để $v(t_0)$ lớn nhất và tính $s(t_0)$.

Lời giải chi tiết:

$v(t) = \int a(t) dt = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + C$.

Vì ở thời điểm t = 0 thì ô tô dang dừng nên ta có $v(0) = 0 \Leftrightarrow 6.0 - 0^2 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Suy ra $v(t) = 6t - t^2$.

$s(t) = \int v(t) dt = \int (6t - t^2) dt = 3t^2 - \frac{t^3}{3} + C'$.

Vì ở thời điểm t = 0 thì ô tô dang dừng nên ta có $s(0) = 0 \Leftrightarrow 3.0^2 - \frac{0^3}{3} + C' = 0 \Leftrightarrow C' = 0$.

Suy ra $s(t) = 3t^2 - \frac{t^3}{3}$.

Xét hàm $v(t)=6t-t^2$, ta có $v'(t)=a(t)=6-2t=0 \Leftrightarrow t=3$.

Bảng biến thiên:

t	0		3		$+\infty$
v'(t) = a(t)		+	0	-	
v(t)	0	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra vận tốc ô tô lớn nhất khi t = 3.

Khi đó, quãng đường ô tô chuyển động được là $s(3)=3.3^2-\dfrac{3^3}{3}=18$ (m).

Đáp án: 18.