

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 11.



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) C	2) B	3) B	4) C	5) A	6) C
7) A	8) A	9) A	10) D	11) B	12) B

**Câu 1.** Cho  $a$  là một số dương, biểu thức  $a^{-\frac{5}{12}} \cdot \sqrt{a} \cdot \frac{1}{a^2}$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A.  $a^{\frac{-5}{12}}$

B.  $a^{\frac{-10}{12}}$

C.  $a^{\frac{-23}{12}}$

D.  $a^2$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ ,  $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$a^{-\frac{5}{12}} \cdot \sqrt{a} \cdot \frac{1}{a^2} = a^{-\frac{5}{12}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-2} = a^{-\frac{5}{12} + \frac{1}{2} - 2} = a^{-\frac{23}{12}}.$$

**Đáp án C.**

**Câu 2.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 2$ , giá trị của  $\log_{a^2}(ab^2)$  bằng

A. 2

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{5}{2}$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức  $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$ ;  $\log_a b^m = m \log_a b$ ;  $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$\begin{aligned} \log_{a^2} (ab^2) &= \frac{1}{2} \log_a (ab^2) = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \log_a b^2 = \frac{1}{2} \log_a a + 2 \cdot \frac{1}{2} \log_a b \\ &= \frac{1}{2} \log_a a + \log_a b = \frac{1}{2} \cdot 1 + 2 = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

**Đáp án B.****Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$  là

A.  $[1; +\infty)$

B.  $(1; +\infty)$

C.  $\mathbb{R}$

D. Một đáp án khác

**Phương pháp giải:**

Tập xác định của hàm số  $y = x^\alpha$  là  $(0; +\infty)$  nếu  $\alpha$  không nguyên.

**Lời giải chi tiết:**

$$\text{ĐKXD: } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Vậy } D = (1; +\infty).$$

**Đáp án B.****Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x) = 2$  là

A.  $x = \frac{8}{5}$

B.  $x = 9$

C.  $x = \frac{9}{5}$

D.  $x = 8$

**Phương pháp giải:**

$$\log_a x = b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = a^b \end{cases}$$

**Lời giải chi tiết:**

$$\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 0 \\ 5x = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}.$$

**Đáp án C.**

**Câu 5.** Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên trong các số tự nhiên có một chữ số và hai biến cố  $A = \{0;2;4;6;8\}$  và  $B = \{0;3;6;9\}$ . Hỏi biến cố  $C$  là hợp của hai biến cố  $A$  và  $B$  là tập hợp gồm bao nhiêu phần tử?

- A. 7
- B. 9
- C. 6
- D. 8

**Phương pháp giải:**

Hợp của hai tập hợp là tập hợp gồm các phần tử thuộc  $A$ , thuộc  $B$  hoặc thuộc cả  $A$  và  $B$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$C = A \cup B = \{0; 2; 3; 4; 6; 8; 9\}.$$

**Đáp án A.**

**Câu 6.** Xét một phép thử có hai biến cố  $A$  và  $B$  là độc lập với nhau và  $P(A) = \frac{1}{5}$ ;  $P(B) = \frac{2}{3}$ . Tính  $P(AB)$ .

- A.  $\frac{2}{5}$
- B.  $\frac{13}{15}$
- C.  $\frac{2}{15}$
- D.  $\frac{7}{15}$

**Phương pháp giải:**

Với hai biến cố độc lập  $A, B$ , ta có  $P(AB) = P(A).P(B)$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$P(AB) = P(A).P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}.$$

**Đáp án C.**

**Câu 7.** Thống kê chiều cao của học sinh lớp 11A ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)
Số học sinh	8	12	11	8	3

Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 168 cm trở lên?

- A. 11
- B. 20
- C. 31
- D. 8

**Phương pháp giải:**

Số học sinh cần tìm là tổng tần số của các nhóm chứa giá trị từ 168 cm trở lên.

**Lời giải chi tiết:**

Số học sinh có chiều cao từ 168 cm trở lên là  $8 + 3 = 11$ .

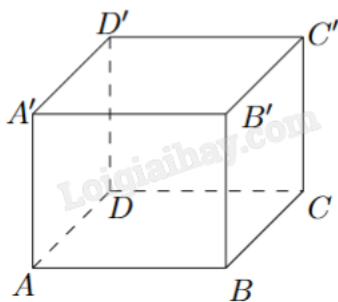
**Đáp án A.**

**Câu 8.** Cho hình lập phương  $ABCS.A'B'C'D'$ . Số đo góc tạo bởi hai đường thẳng  $BD$  và  $CC'$  bằng

- A.  $90^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $120^\circ$

**Phương pháp giải:**

Nếu  $a \parallel b$  thì  $(a,c) = (b,c)$ .

**Lời giải chi tiết:**

Vì  $CC' \parallel BB'$  nên  $(BD, CC') = (BD, BB') = B'BD$ .

Vì  $BB' \perp (ABCD)$  nên  $BB' \perp BD$  hay  $B'BD = 90^\circ$ .

**Đáp án A.**

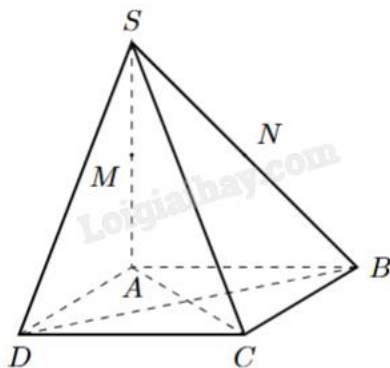
**Câu 9.** Cho chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Đường thẳng vuông góc với  $MN$  là

- A.  $AD$
- B.  $SB$
- C.  $CD$
- D.  $SC$

**Phương pháp giải:**

Chứng minh mặt phẳng chứa  $MN$  vuông góc với một trong số các đường thẳng ở đáp án rồi kết luận.

**Lời giải chi tiết:**



Ta có  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp MN$  (vì M, N thuộc (SAB)).

**Đáp án A.**

**Câu 10.** Tìm mệnh đề đúng.

- A. Hình hộp có đáy là hình chữ nhật
- B. Hình lăng trụ đều có đáy là tam giác đều
- C. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau
- D. Hình lập phương có 6 mặt là hình vuông

**Phương pháp giải:**

Dựa vào định nghĩa hình hộp, hình lăng trụ đều, hình chóp đều, hình lập phương.

**Lời giải chi tiết:**

“Hình lập phương có 6 mặt là hình vuông” là mệnh đề đúng.

A sai vì hình hộp có đáy là hình bình hành.

B sai vì hình lăng trụ đều có đáy là đa giác đều

C sai vì hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều, các cạnh bên bằng nhau.

**Đáp án D.**

**Câu 11.** Cho hình chóp.S ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD).

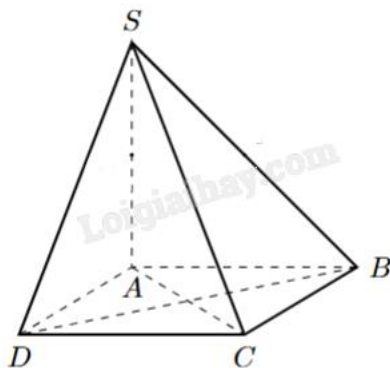
Hình chiếu vuông góc của  $\Delta SCD$  lên mặt phẳng (ABCD) là

- A.  $\Delta ABC$
- B.  $\Delta ACD$
- C.  $\Delta SAD$
- D.  $\Delta SBA$

**Phương pháp giải:**

Tìm hình chiếu vuông góc của các điểm S, C, D lên (ABCD).

**Lời giải chi tiết:**



Hình chiếu vuông góc của các điểm S, C, D lên mặt phẳng (ABCD) lần lượt là A, C, D.

Suy ra hình chiếu vuông góc của  $\Delta SCD$  lên mặt phẳng (ABCD) là  $\Delta ACD$ .

**Đáp án B.**

**Câu 12.** Trong không gian cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P), trong đó  $a \perp (P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$
- B. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$
- C. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$
- D. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \parallel a$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng liên hệ giữa quan hệ vuông góc và quan hệ song song.

**Lời giải chi tiết:**

B sai vì nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$  hoặc  $b$  thuộc (P).

**Đáp án B.**

**Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)**

1) SĐSĐ	2) ĐĐĐS
---------	---------

**Câu 1.** Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

- a) Cỡ mẫu là  $n = 50$ .
- b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [8;8,5).
- c) Một của mẫu số liệu bằng  $M_0 = 8,12$ .
- d) Số trung bình của mẫu số liệu làm tròn đến hàng phần nghìn là  $\bar{x} = 8,122$ .

**Phương pháp giải:**

- a) Cỡ mẫu bằng tổng tần số trong bảng số liệu.
- b) Nhóm chứa một có tần số lớn nhất trong bảng số liệu.

c) Công thức tính một thuộc nhóm  $[u_m; u_{m+1}]$ :

$$M_o = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1})(n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m); \text{ trong đó } n_m \text{ là tần số nhóm thứ } m.$$

d) Công thức tính số trung bình:  $\bar{x} = \frac{c_1 n_1 + c_2 n_2 + \dots + c_n n_k}{N}$ ; trong đó  $N$  là kích thước của bảng tần số  $k$

nhóm,  $n_i$  là tần số nhóm  $i$ ,  $c_i$  là giá trị đại diện nhóm  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ).

**Lời giải chi tiết:**

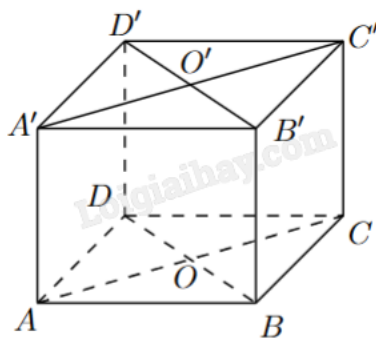
a) Sai.  $n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$ .

b) Đúng. Nhóm chứa một là  $[8; 8,5)$ .

c) Sai.  $M_o = 8 + \frac{24 - 16}{(24 - 16)(24 - 13)} \cdot (8,5 - 8) = \frac{177}{22} = 8,0(45)$ .

d) Đúng.  $\bar{x} = \frac{6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4}{82} = \frac{333}{41} \approx 8,122$ .

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  và  $O'$  lần lượt là tâm của  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ .



a)  $AD \perp (CDD'C')$ .

b) Góc giữa hai đường thẳng  $A'D$  và  $DC'$  là  $60^\circ$ .

c)  $OO' \perp (ABCD)$ .

d)  $A'D \perp BB'$ .

**Phương pháp giải:**

Áp dụng điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

**Lời giải chi tiết:**

a) Đúng. Ta có  $\begin{cases} AD \perp DC \\ AD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow AD \perp (CDD'C')$ .

b) Đúng. Ta có  $A'D = DC' = A'C'$  (đường chéo của các hình vuông bằng nhau) nên  $A'DC'$  là hình tam giác đều, hay  $\angle A'DC' = 60^\circ$ .

Vậy  $\angle (A'D, DC') = \angle A'DC' = 60^\circ$ .



c) **Đúng.** Dễ thấy mặt phẳng  $(ACC'A')$  là hình chữ nhật có  $O$  là trung điểm của  $AC$ ,  $O'$  là trung điểm của  $A'C'$ . Khi đó  $OO' \parallel AA'$  và cùng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ .

d) **Sai.**  $(A'D, BB') = (A'D, DD') = A'DD' = 45^\circ$ .

**Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)**

1) 7200	2) 0,71	3) 0,92	4) 180
---------	---------	---------	--------

**Câu 1.** Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là  $M_0$  (g) thì khối lượng carbon-14 còn lại

(tính theo gam) sau  $t$  năm được tính theo công thức  $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  (g), trong đó  $T = 7530$  (năm) là chu kỳ

bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hoá thạch là  $5 \cdot 10^{-13}$  g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là  $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-12}$  g. Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng trăm)?

**Phương pháp giải:**

Thay các giá trị từ đề bài vào công thức đã cho. Áp dụng quy tắc biến đổi phương trình mũ và phương trình logarit.

**Lời giải chi tiết:**

$$5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{t}{5730} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} \Leftrightarrow t = 5730 \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} \approx 7200 \text{ (năm)}.$$

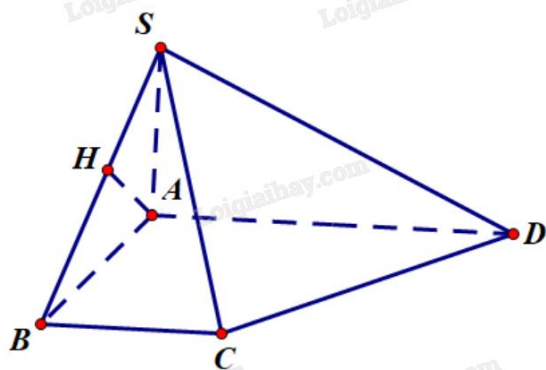
**Đáp án: 7200.**

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$  với  $AB = BC = 1$ ,  $AD = 2$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = 1$ . Tính khoảng cách giữa  $AD$  và  $SB$  (tính chính xác đến hàng phần trăm).

**Phương pháp giải:**

Tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng.

**Lời giải chi tiết:**



Kẻ  $AH \perp SB$ ,  $H$  thuộc  $SB$ .

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp AD$ .



Ta có  $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AH.$

Do đó, AH là đoạn vuông góc chung của SB và AD.

Xét tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^2} = 2 \Leftrightarrow AH^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71.$$

Vậy  $d(AD, SB) = AH \approx 0,71.$

**Đáp án: 0,71.**

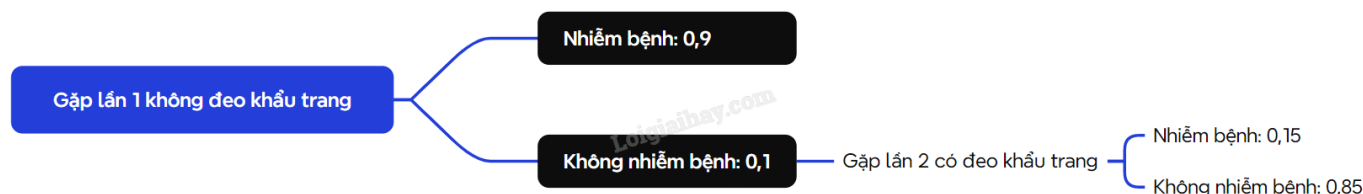
**Câu 3.** Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,9 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,15 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Hà tiếp xúc với một người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Phương pháp giải:**

Vẽ sơ đồ hình cây.

**Lời giải chi tiết:**

Việc đeo khẩu trang ở lần trước hay lần sau gặp không ảnh hưởng đến xác suất nhiễm bệnh mỗi lần gặp nhau. Giả sử anh Hà lần đầu không đeo khẩu trang. Ta có:



Xác suất anh Hà nhiễm bệnh là:  $0,9 + 0,1 \cdot 0,15 = 0,915 \approx 0,92.$

**Đáp án: 0,92.**

**Câu 4.** Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng bao nhiêu?

**Phương pháp giải:**

Tính  $Q_3.$

**Lời giải chi tiết:**

Cỡ mẫu:  $n = 8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33.$

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{33}$  là số thời gian thực hiện cuộc gọi sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$Q_3 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2}$$

Vì  $x_{25} \in [120;180)$  và  $x_{26} \in [180;240)$  nên  $Q_3 = 180$ .

**Đáp án: 180.**

**Phần IV: Tự luận (3 điểm)**

1) $\frac{2ab+a}{ab+b}$	2) 60	3) 14,3
-------------------------	-------	---------

**Câu 1.** Đặt  $a = \log_2 3$ ,  $b = \log_3 2$ . Biểu thị  $\log_6 45$  theo a và b.

**Phương pháp giải:**

Áp dụng các công thức biến đổi logarit  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ;  $m \log_a b = \log_a b^m$ ;  $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ .

**Lời giải chi tiết:**

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 3^2 \cdot 5}{\log_2 2 \cdot 3} = \frac{\log_2 3^2 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{\log_2 2 + \log_2 3}$$

$$= \frac{2\log_2 3 + \log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_5 3}}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1+a} = \frac{2ab+a}{b(1+a)} = \frac{2ab+a}{ab+b}$$

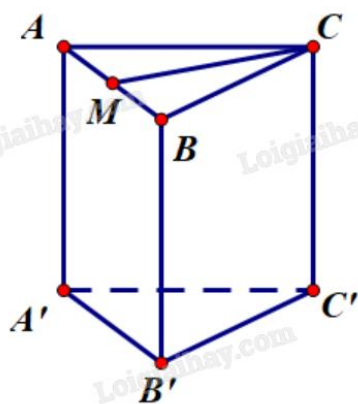
**Đáp án:**  $\frac{2ab+a}{ab+b}$ .

**Câu 2.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh a. Tính góc giữa AC và mặt phẳng  $(ABB'A')$ .

**Phương pháp giải:**

Xác định hình chiếu vuông góc của AC lên mặt phẳng  $(ABB'A')$ .

**Lời giải chi tiết:**



Gọi M là trung điểm của AB. Vì tam giác ABC đều nên CM vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao của tam giác ABC.

Ta có  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ đứng nên  $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp CM$ .

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} AA' \perp CM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow CM \perp (AA'B'B).$$

Mà M thuộc  $(AA'B'B)$  nên M là hình chiếu vuông góc của C lên  $(AA'B'B)$ .

Do đó, AM là hình chiếu vuông góc của AC lên  $(AA'B'B)$ .

Vậy góc giữa AC và mặt phẳng  $(AA'B'B)$  là  $CAM = 60^\circ$  (vì tam giác ABC đều).

**Đáp án: 60.**

**Câu 3.** Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức  $f(t) = A.e^{rt}$ , trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần (làm tròn đến hàng phân mười)?

**Phương pháp giải:**

Thay số từ dữ kiện của đề bài vào công thức  $f(t) = A.e^{rt}$ , tính r. Từ r, tính thời gian để số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

**Lời giải chi tiết:**

Số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con nên:

$$f(10) = 5000 \Leftrightarrow 1000.e^{10r} = 5000 \Leftrightarrow e^{10r} = 5 \Leftrightarrow 10r = \ln 5 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5}{10}.$$

Số vi khuẩn tăng gấp 10 lần sẽ được  $1000.10 = 10000$  con. Ta có:

$$f(t) = 10000 \Leftrightarrow 1000.e^{\frac{\ln 5}{10}t} = 10000 \Leftrightarrow e^{\frac{\ln 5}{10}t} = 10 \Leftrightarrow \frac{\ln 5}{10}t = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{10 \ln 10}{\ln 5} \approx 14,3 \text{ (giờ)}.$$

**Đáp án: 14,3.**