ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 6

Môn: Toán học

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) C	**2)** A	**3)** B	**4)** D	**5)** C	**6)** D
7) B	**8)** A	**9)** D	**10)** C	**11)** A	**12)** B

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{c} = (-1;3;-2)$

B. $\vec{d} = (2;1;-3)$

C. $\vec{a} = (-2;1;3)$

D. $\vec{b} = (1;-3;2)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có một vecto chỉ phương là $\vec{u} = (a;b;c)$.

Lời giải chi tiết:

Một vecto chỉ phương của d là $\vec{u} = (2;-1;-3)$. Do $\vec{a} = (-2;1;3)$ cùng phương với $\vec{u} = (2;-1;-3)$ nên $\vec{a} = (-2;1;3)$ cũng là một vecto chỉ phương của d.

Đáp án C.

Câu 2. Cho hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên đoạn [-1;3], biết f(3) = 5; f(-1) = -2; giá trị của $\int_{-1}^{3} f'(x)dx$ là

A. 7

B. 3

C. 4

D. -7

Phương pháp giải:

$$\int_{a}^{b} f'(x)dx = f(x)\Big|_{a}^{b} = f(b) - f(a).$$

Lời giải chi tiết:

$$\int_{-1}^{3} f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^{3} = f(3) - f(-1) = 5 - (-2) = 7.$$

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		‖	$+$	‖	-	
y		‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Phương pháp giải:

x_0 là tiệm cận đứng của đồ thị y = f(x) khi thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$;

$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$.

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên, thấy $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$.

Đáp án B.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$; $u_2 = 6$. Giá trị u_5 là

A. 27

B. 54

C. 81

D. 162

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3;\ u_5 = u_1q^4 = 2.3^4 = 162.$$

Đáp án D.

Câu 5. Trong cuộc thi có 10 thí sinh tham gia, số cách trao một giải nhất, một giải nhì và một giải ba là

A. 10^3

B. 3.10

C. A_{10}^3

D. C_{10}^3

Phương pháp giải:

Áp dụng chỉnh hợp.

Lời giải chi tiết:

Số cách trao một giải nhất, một giải nhì và một giải ba cho 3 trong số 10 thí sinh là A_{10}^3.

Đáp án D.

Câu 6. Bạn Hằng rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Hằng được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. 25,75

B. 27,5

C. 31,88

D. 8,125

Phương pháp giải:

$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18.

$$Q_2 = \frac{1}{2}\left(x_9 + x_{10}\right);$$

$$Q_1 = x_5 \in [20;25) \Rightarrow Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6}(25-20) = \frac{95}{4};$$

$Q_3 = x_{14} \in [30;35) \Rightarrow Q_3 = 30 + \dfrac{\dfrac{3.18}{4} - 12}{4}(35-30) = \dfrac{225}{8}$;

$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \dfrac{225}{8} - \dfrac{95}{4} = 8{,}125$.

Đáp án D.

Câu 7. Phương trình $\log_3(2x-3) = 3$ có nghiệm là

A. 12

B. 15

C. 13

D. 6

Phương pháp giải:

$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$, điều kiện b > 0.

Lời giải chi tiết:

ĐKXĐ: $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{3}{2}$.

$\log_3(2x-3) = 3 \Leftrightarrow 2x - 3 = 3^3 \Leftrightarrow x = 15$.

Đáp án B.

Câu 8. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông có cạnh là 3a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABCD là

A. $3a^3\sqrt{2}$

B. $4a^3\sqrt{2}$

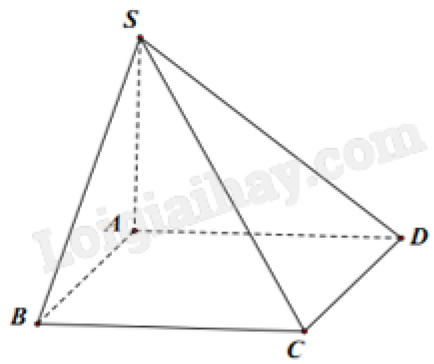
C. $9a^3\sqrt{2}$

D. $12a^3\sqrt{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $V = \dfrac{1}{3}Bh$ tính thể tích khối chóp có diện tích đáy là S, chiều cao là h.

Lời giải chi tiết:



$SA \perp (ABCD)$ nên chiều cao khối chóp là SA.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\left(3a^2\right) = 3a^2\sqrt{2}$.

Đáp án A.

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật với AB = 3, AD = 4, $SA \perp (ABCD)$, SA = 5.

Giá trị của $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC}$ là

A. 15

B. 12

C. 20

D. 0

Phương pháp giải:

$\vec{a}.\vec{b} = \left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$, khi đó $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = 0$.

Đáp án D.

Câu 10. Bác Hùng thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây Keo tai tượng 5 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	$[45;50)$
Số cây	5	20	18	7	3

Hãy tìm số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 36,9 cm

B. 33,9 cm

C. 35,9 cm

D. 34,9 cm

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\overline{x} = \frac{c_1n_1 + c_2n_2 + ... + c_kn_k}{n_1 + n_2 + ... + n_k}$.

Lời giải chi tiết:

Đường kính (cm)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	$[45;50)$
Số cây	5	20	18	7	3
Giá trị đại diện (cm)	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5

$\overline{x} = \frac{27,5.5 + 32,5.20 + 37,5.18 + 42,5.7 + 47,5.3}{5 + 20 + 18 + 7 + 3} \approx 35,9$.

Đáp án C.

Câu 11. Trong không gian (Oxyz), cho ΔABC có $\overrightarrow{AB} = (4;-1;-5)$, $\overrightarrow{BC} = (2;-4;-2)$, gọi M là trung điểm BC. Độ dài đoạn AM là

A. $\sqrt{70}$

B. $2\sqrt{70}$

C. $\sqrt{6}$

D. $\frac{\sqrt{110}}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc ba điểm tính $\overrightarrow{AC}$, quy tắc trung điểm tính $\overrightarrow{AM}$. Từ đó, tìm độ dài AM.

Lời giải chi tiết:

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (4+2;-1-4;-5-2) = (6;-5;-7)$;

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\left(4+6;-1-5;-5-7\right) = \left(5;-3;-6\right)$.

Suy ra $AM = \sqrt{5^2 + (-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{70}$.

Đáp án A.

Câu 12. Trong không gian (Oxyz), cho mặt phẳng (P): 2x – y – z + 4 = 0 và điểm I(2;-3;-1); mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 12$

B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 12$

D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 24$

Phương pháp giải:

Mặt cầu (S) tiếp xúc mặt phẳng (P) nên khoảng cách từ tâm I đến (P) là bán kính mặt cầu.

Lời giải chi tiết:

$$R = d\left(I,(P)\right) = \frac{\left|2.2-(-3)-(-1)+4\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{6}.$$

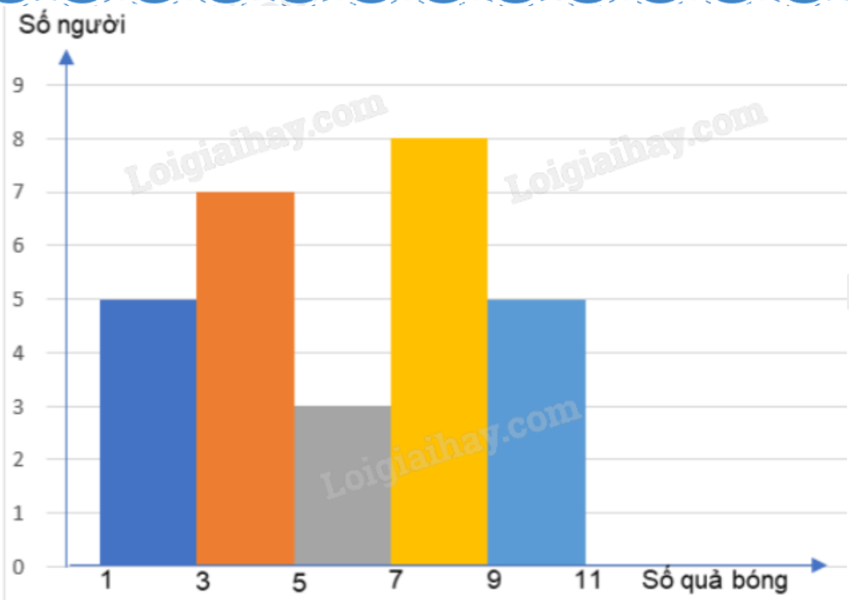
Phương trình mặt cầu (S) là $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐSĐS	**2)** ĐĐSS	**3)** SSĐĐ	**4)** ĐĐĐS

Câu 1. Một huấn luyện viên môn bóng rổ thống kê lại số quả bóng được ném vào rổ của một nhóm vận động viên đang tập luyện mỗi người ném 11 lần như sau:



a) Từ biểu đồ, có thể lập được bảng tần số ghép nhóm gồm 5 nhóm biết mỗi nhóm có độ dài là 2.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 5.

c) Số trung bình của mẫu số liệu bằng $\frac{85}{14}$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên lớn hơn 3.

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số ghép nhóm, áp dụng công thức tính khoảng tứ phân vị, số trung bình và độ lệch chuẩn.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Bảng tần số ghép nhóm thoả mãn yêu cầu:

Số quả bóng	$[1;3)$	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$
Số người	5	7	3	8	5

Vậy có 5 nhóm, mỗi nhóm có độ dài bằng 2.

b) Sai. Gọi $x_1, x_2, ..., x_{x_{28}}$ lần lượt là số quả bóng được ném vào rổ của các vận động viên sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_7 + x_8) \in [3;5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3 + \frac{\frac{28}{4} - 5}{7}(5-3) = \frac{25}{7}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [7;9)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 7 + \frac{\frac{3.28}{4} - 15}{8}(9-7) = \frac{17}{2}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{17}{2} - \frac{25}{7} \approx 4,93$.

c) Đúng. Ta có bảng thống kê theo giá trị đại diện:

Số quả bóng đại diện	2	4	6	8	10
Số người	5	7	3	8	5

Cỡ mẫu: n = 28.

Số trung bình của mẫu số liệu: $\overline{x} = \frac{1}{28}(5.2+7.4+3.6+8.8+5.10) = \frac{85}{14}$.

d) Sai. Phương sai của mẫu số liệu:

$$S^2 = \frac{1}{28}\left(5.2^2+7.4^2+3.6^2+8.8^2+5.10^2\right) - \left(\frac{85}{14}\right)^2 = \frac{1539}{196}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $S = \sqrt{\frac{1539}{196}} \approx 2,802$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác đều SAB cạnh 2a. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$.

a) $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm AB.

b) $d(S,(ABC)) = a\sqrt{3}$.

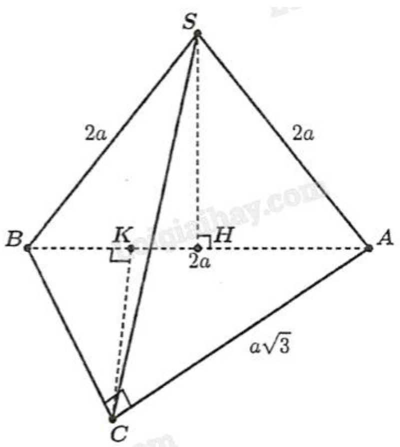
c) $d(C,(SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) Thể tích của khối chóp S.ABC bằng $\frac{a^3}{6}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lý Pythagore, công thức tính thể tích khối chóp.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. H là trung điểm AB, mà tam giác SAB đều nên SH vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao, hay $SH \perp AB$.

Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SH\perp AB\\SH\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

b) Đúng. Tam giác SAB đều cạnh 2a có độ dài đường cao là $SH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Vì $\begin{cases}SH\perp(ABC)\\H\in(ABC)\end{cases}\Rightarrow d\left(S,(ABC)\right)=SH=a\sqrt{3}$.

c) Sai. Kẻ đường cao CK của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases}SH\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp CK\\AB\perp CK\end{cases}\Rightarrow CK\perp(SAB)\Rightarrow d\left(C,(SAB)\right)=CK$.

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác ABC vuông tại C:

$BC^2=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có đường cao CK:

$AB.CK=CA.CB\Leftrightarrow CK=\dfrac{CA.CB}{AB}=\dfrac{a\sqrt{3}.a}{2a}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d\left(C,(SAB)\right)=CK=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

d) Sai. Diện tích đáy hình chóp là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BC=\dfrac{1}{2}a\sqrt{3}.a=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 3. Cho một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -7, số hạng thứ hai bằng 14 và số hạng cuối bằng 14336.

a) Công bội của cấp số nhân bằng 2.

b) 224 là số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

c) Cấp số nhân đã cho có 12 số hạng.

d) Tổng $u_1+u_3+u_5+u_7+u_9$ bằng -2387.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n=u_1q^{n-1}$ và công thức tổng n số hạng đầu của cấp số nhân $S_n=\dfrac{q^n-1}{q-1}$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Công bội của cấp số nhân bằng $\dfrac{u_2}{u_1}=-2$.

b) Sai. $u_5=-7.(-2)^4=-112$.

c) Đúng. $-7.(-2)^{n-1}=14336 \Leftrightarrow (-2)^{n-1}=2048 \Leftrightarrow n-1=11 \Leftrightarrow n=12$.

d) Đúng. u_1,u_3,u_5,u_7,u_9 lập thành một cấp số nhân gồm 5 số hạng với số hạng đầu bằng -7 và công bội bằng 4 nên $u_1+u_3+u_5+u_7+u_9=-7.\dfrac{4^5-1}{4-1}=-2387$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình x – y – z – 3 = 0 và hai điểm A(1;-3;-4), B(1;2;1).

a) Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;-1)$.

b) $\overrightarrow{AB}=(0;5;5)$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

d) Cho điểm M di động trên (P). Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức MA^2+MB^2 bằng 56.

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;-1)$.

b) Đúng. $\overrightarrow{AB}=(1-1;2+3;1+4)=(0;5;5)$.

c) Đúng. $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|1-(-3)-(-4)-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

d) Sai. Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, ta có $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{5}=1 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{5}=1 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{5}=0 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;0)$.

Ta có: $MA^2+4MB^2=\overrightarrow{MA}^2+4\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)^2+4\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)^2$

$=5IM^2-2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}\right)+MA^2+4MB^2$.

Suy ra $MA^2+4MB^2=5IM^2+IA^2+4IB^2$.

MA^2+4MB^2 nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất (vì IA, IB cố định) $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Khi đó $IM=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|1-1-0-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}$.

$IA^2=(1-1)^2+(-3-1)^2+(-4-0)^2=32$; $4IB^2=4\left[(1-1)^2+(2-1)^2+(1-0)^2\right]=8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 là $5IM^2+IA^2+4IB^2=5.\left(\sqrt{3}\right)^2+32+8=55$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

1) 0,62	**2)** 0,23	**3)** 283	**4)** 4	**5)** 7,3	**6)** 30

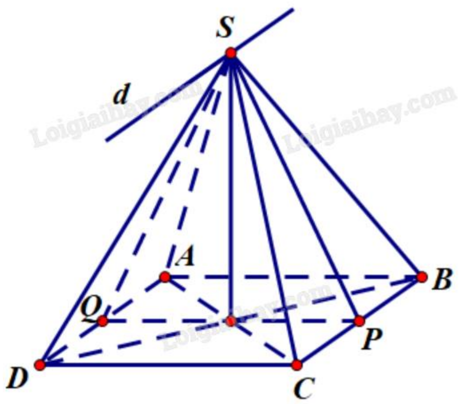
Câu 1. Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy dài 2,4 m và độ dài các cạnh bên của hình chóp bằng 3 m. Gọi góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện của mái che giếng trời đó là α, tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Mô hình hóa mái che dạng chóp tứ giác đều. Áp dụng quy tắc xác định góc nhị diện, định lý Pythagore và hệ quả định lý cosin trong tam giác.

Lời giải chi tiết:

Mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD, SA = 3, AB = 2,4.



Gọi P, Q là trung điểm của BC, AD. Khi đó $SP\perp BC$ và $SQ\perp AD$ (đường trung tuyến đồng thời là đường cao của các tam giác cân đỉnh S).

Vì mỗi mặt phẳng (SBC) và (SAD) chứa đường thẳng AD và BC song song với nhau, S là giao điểm của hai mặt phẳng nên tiếp tuyến của chúng là đường thẳng d qua S sao cho d // BC // AD.

Suy ra $SP\perp d$ và $SQ\perp d$.

Khi đó $PSQ=\alpha$ là góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện (SAD), (SBC).

Ta có: SB = 3, PB = 1,2 $\Rightarrow SQ=SP=\sqrt{SB^2-PB^2}=\dfrac{3\sqrt{21}}{5}$.

Xét tam giác SPQ: $\cos\alpha=\dfrac{SP^2+SQ^2-PQ^2}{2.SP.SQ}=\dfrac{13}{21}\approx 0,62$.

Đáp án: 0,62.

Câu 2. Một bình đựng 30 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 20 viên bi xanh và 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất có điều kiện $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Lời giải chi tiết:

A: "Lấy được viên bi xanh ở lần thứ nhất".

B: "Lấy được viên bi trắng ở lần thứ hai".

Ban đầu, có 20 viên bi xanh trong tổng số 30 viên bi trắng nên $P(A) = \dfrac{20}{30} = \dfrac{2}{3}$.

Sau khi lấy được bi xanh ở lần thứ nhất, trong 29 viên bi còn lại có 10 viên bi trắng nên $P(B|A) = \dfrac{10}{29}$.

Xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \dfrac{2}{3}.\dfrac{10}{29} = \dfrac{20}{87} \approx 0,23$.

Đáp án: 0,23.

Câu 3. Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m. Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người đó điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 100 m về phía bắc và 50 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m. Biết flycam bay theo một đường thẳng từ vị trí A đến vị trí B tạo thành một vecto $\overrightarrow{AB}$. Tính $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

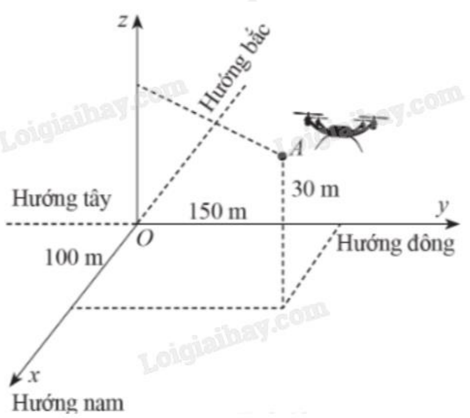
Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ ở vị trí phù hợp.

Áp dụng công thức tính độ dài vecto $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\left(x_B - x_A\right) + \left(y_B - y_A\right)}$.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz , với gốc đặt tại vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét (như hình vẽ).



Ta có A(100;150;30), B(-100;-50;40). Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-100-100; -50-150; 40-30) = (-200; -200; 10)$.

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-200)^2 + (-200)^2 + 10^2} = 30\sqrt{89} \approx 283$ (m).

Đáp án: 283.

Câu 4. Trong 10 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=t^3-12t^2+5t+1$, trong đó thời gian t được tính bằng giây, quãng đường s tính bằng mét. Hỏi sau khoảng thời gian bao nhiêu giây thì vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên?

Phương pháp giải:

Lập bảng xét dấu cho hàm v(t) = s'(t).

Vận tốc tức thời của chất điểm tăng lên khi v'(t) đổi dấu từ âm sang dương.

Lời giải chi tiết:

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=3t^2-24t+5$.

Xét hàm số $v(t)=3t^2-24t+5$ với $t\in[0;10]$ ta có:

$v'(t)=6t-24\Rightarrow v'(t)=0\Leftrightarrow t=4$.

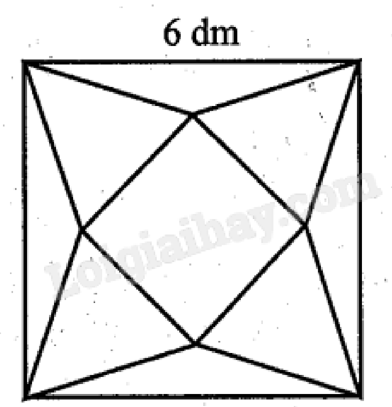
Ta có bảng xét dấu:

t	0		4		10
$v'(t)$		-	0	+	

Từ bảng xét dấu suy ra vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên sau khoảng thời gian 4 giây.

Đáp án: 4.

Câu 5. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (hình vẽ sau).



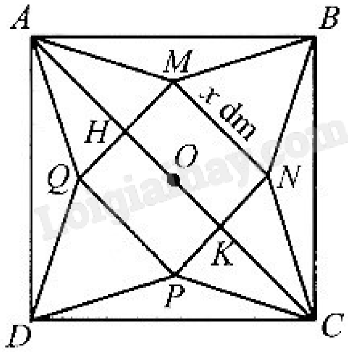
Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Phương pháp giải:

Lập hàm số biểu diễn thể tích của khối chóp và tìm giá trị lớn nhất bằng cách ứng dụng đạo hàm.

Lời giải chi tiết:

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là x (dm) với $0<x<6\sqrt{2}$ như hình bên.



Ta có: $AH = \dfrac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}$.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$.

Thể tích khối chóp là: $V = \dfrac{1}{3}hx^2 = \dfrac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \dfrac{1}{3}\sqrt{x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V, ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x) = x^3\left(-15\sqrt{2}x + 72\right)$, $f'(x) = 0$ khi x = 0 hoặc $x = \dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của f(x) như sau:

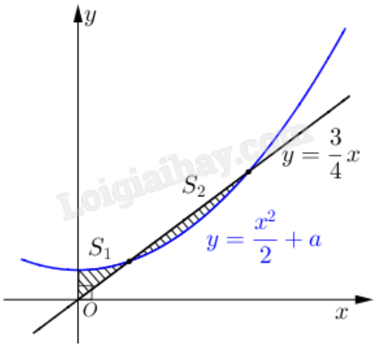
x	0		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$		$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	$\searrow$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{\left(0;6\sqrt{2}\right)} f(x) = f\left(\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $V = \dfrac{1}{3}.\sqrt{\left(\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4\left(18 - 3\sqrt{2}.\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3\ \left(dm^3\right)$.

Đáp án: 7,3.

Câu 6. Cho đường thẳng $y = \dfrac{3}{4}x$ và parabol $y = \dfrac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì giá trị biểu thức 128a + 3 bằng bao nhiêu?



Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0$.

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} & (*) \\ x_1x_2 = 2a & (**) \end{cases}$.

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx + \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \left|\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right|\Bigg|_0^{x_2} = 0 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2\right| = 0 \Rightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8} \quad (***).$$

Từ $(*) \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} - x_2$, thay vào $(**) \Rightarrow \left(\frac{3}{2} - x_2\right)x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8}$.

Thay vào (***) ta được $a = \frac{27}{128}$.

Vậy $128a + 3 = 128.\frac{27}{128} + 3 = 30$.

Đáp án: 30.