

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức giữa học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 9.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức giữa học kì 2 – chương trình Toán 9.

Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$?

- A. Đồ thị hàm số nhận Ox làm trục đối xứng.
 B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
 C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.
 D. Đồ thị hàm số có đỉnh là gốc tọa độ và nằm phía dưới trục hoành.

Câu 2. Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

- A. $-x^2 - 4x + 4 = 0$. B. $x^2 - 4x - 4 = 0$. C. $x^2 - 4x + 4 = 0$. D. $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$. Tính $x_1^3 + x_2^3$.

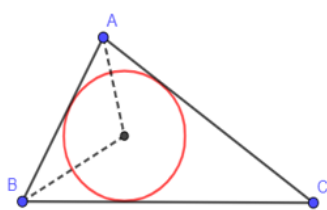
- A. $8 - 3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}(8 - 3\sqrt{3})$. D. $\sqrt{2}(8 + 3\sqrt{3})$.

Câu 4. Một cửa hàng đồ chơi trong tháng qua bán được 60 hộp lego thuộc nhiều thương hiệu đồ chơi khác nhau. Dưới đây là bảng thống kê của đại lí:

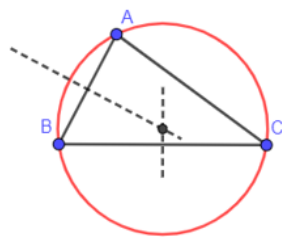
| Thương hiệu | Lego | Hot Wheel | Cada | Moyu Block | Wange | Sembo Block |
|------------------|------|-----------|------|------------|-------|-------------|
| Tần số (Bộ lego) | 18 | 9 | 5 | 18 | 3 | 7 |

- A. Lego và Hot Wheel. B. Lego và Sembo Block.
 C. Hot Wheel và Moyu Block. D. Lego và Moyu Block.

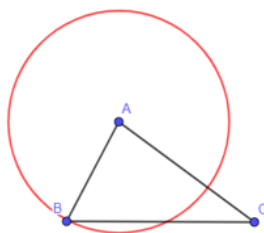
Câu 5. Trong các đường tròn dưới đây, đường tròn nào là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



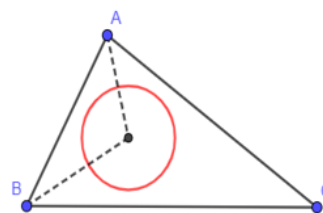
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 6. Cho đường tròn (O) . Biết $MA; MB$ là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M và $AMB = 58^\circ$. Khi đó số đo ABO bằng:

A. 24° .

B. 29° .

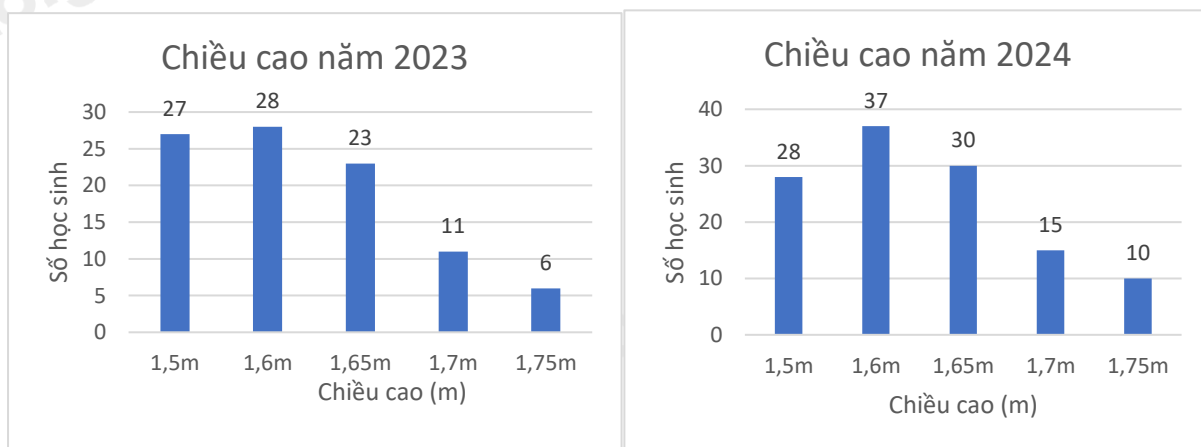
C. 30° .

D. 31° .

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Điều tra về chiều cao của các bạn học sinh nam khối 9 của một trường trong hai năm 2023 và 2024 được kết quả minh họa bằng hai biểu đồ cột sau đây cho biết:



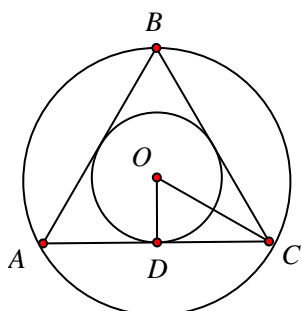
a) Tần số tương đối của 1,5m năm 2024 là 23,3%.

b) Tỷ lệ chiều cao 1,5m năm 2024 cao hơn năm 2023.

c) Tỷ lệ chiều cao 1,65m năm 2024 và năm 2023 bằng nhau.

d) Tỷ lệ chiều cao từ 1,65m trở lên năm 2024 cao hơn năm 2023 là 3,7%.

Câu 2: Cho ΔABC đều có cạnh 4cm ngoại tiếp $(O; r)$ và nội tiếp $(O; R)$ khi đó:



a) Khoảng cách từ tâm O đến AB bằng $\sqrt{3}$.

b) Chu vi đường tròn nội tiếp ΔABC bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.

c) $OA + OB + OC - OD = 10\sqrt{3}$.

d) Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ điểm O tới AB, BC, CA . Giá trị của biểu thức $xy + \sqrt{3}z$ là $\frac{10}{3}$.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 4

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{-2}{5}x^2$. Gọi điểm thuộc đồ thị hàm số khác gốc tọa độ $O(0;0)$ và có tung độ gấp ba

lần hoành độ là $A(x_A; y_A)$. Khi đó $x_A - y_A$ có giá trị bằng

Câu 2. Tính $u - 2v$ biết $u + v = 14; uv = 40$ và $u < v$.

Câu 3. Thống kê về phần trăm khối lượng các loại hoa quả bán được trong 1 tháng của một cửa hàng được ghi lại như sau: 25% khối lượng bán được là Cam; 32% khối lượng bán được là Xoài; 10% là Thanh long; còn lại là Ôi. Biết tổng khối lượng hoa quả bán được trong tháng đó là 200kg. Khi đó khối lượng Ôi đã bán là ... kg.

Câu 4. Cho tam giác ABC nội tiếp nửa đường tròn $(O; R)$. Biết $\angle AOC = 116^\circ$. Độ dài cạnh AC là $2R \cdot \sin \dots^\circ$. Số còn thiếu là:

Phần IV. Tự luận (3 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $250m$. Tính diện tích của khu vườn biết rằng nếu một cạnh giảm 3 lần và cạnh còn lại tăng 2 lần thì diện tích khu vườn giảm $1250m^2$. Người ta sử dụng $\frac{1}{5}$ diện tích khu vườn để trồng hoa. Hỏi diện tích đất còn lại là bao nhiêu?

Câu 2. (1 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , gọi I là trung điểm của OA , dây CD vuông góc với AB tại I . Lấy K tùy ý trên cung BC nhỏ, AK cắt CD tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BIHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AH \cdot AK$ có giá trị không phụ thuộc vị trí điểm K .

Câu 3. (0,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$, với m là tham số. Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là $x_1; x_2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$.

----- Hết -----

**Phần I**(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

| | | | | | | |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Chọn | D | C | C | D | B | B |

Câu 1. Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$?

- A.** Đồ thị hàm số nhận Ox làm trục đối xứng.
B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.
D. Đồ thị hàm số có đỉnh là gốc tọa độ và nằm phía dưới trục hoành.

Phương phápSử dụng kiến thức về đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$):Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong, gọi là đường parabol, có các tính chất sau:

- Có đỉnh là gốc tọa độ O ;
- Có trục đối xứng là Oy ;
- Nằm phía trên trục hoành nếu $a > 0$ và nằm phía dưới trục hoành nếu $a < 0$.

Lời giảiĐồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ nhận Oy là trục đối xứng, nên A sai.Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có $a = -\frac{1}{2} < 0$ nên nằm phía dưới trục hoành, nên B sai.Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đỉnh là gốc tọa độ O nên đồ thị đi qua gốc tọa độ, nên C sai.Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đỉnh là gốc tọa độ O và nằm phía dưới trục hoành, nên D đúng.**Đáp án D****Câu 2.** Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

- A.** $-x^2 - 4x + 4 = 0$. **B.** $x^2 - 4x - 4 = 0$. **C.** $x^2 - 4x + 4 = 0$. **D.** $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Phương phápTính biệt thức Δ hoặc Δ' để xác định nghiệm của phương trình.**Lời giải**Phương trình $-x^2 - 4x + 4 = 0$ có $\Delta' = (-2)^2 - (-1).4 = 4 + 4 = 8 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.Phương trình $x^2 - 4x - 4 = 0$ có $\Delta' = (-2)^2 - 1.(-4) = 4 + 4 = 8 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ có $\Delta' = (-2)^2 - 1.4 = 4 - 4 = 0$ nên phương trình có nghiệm kép.

Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có $\Delta = (-3)^2 - 4.1.2 = 9 - 8 = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Đáp án C

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$. Tính $x_1^3 + x_2^3$.

A. $8 - 3\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}(8 - 3\sqrt{3})$.

D. $\sqrt{2}(8 + 3\sqrt{3})$.

Phương pháp

- Xác định số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ bằng Δ : $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Sử dụng định lý Viète để tìm $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.

- Biến đổi $x_1^3 + x_2^3$ theo $x_1 + x_2; x_1 x_2$.

Lời giải

Phương trình $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$ có $a = 1$, $b = -\sqrt{2}$, $c = -2 + \sqrt{3}$.

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-\sqrt{2})^2 - 4.1.(-2 + \sqrt{3}) = 10 - 4\sqrt{3} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-2 + \sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} - 2 \end{cases}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) \\ &= (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1 x_2 - 3x_1 x_2 + x_2^2) \\ &= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] \\ &= \sqrt{2}[(\sqrt{2})^2 - 3(\sqrt{3} - 2)] \\ &= \sqrt{2}(2 - 3\sqrt{3} + 6) \\ &= \sqrt{2}(8 - 3\sqrt{3}) \end{aligned}$$

Vậy $x_1^3 + x_2^3 = \sqrt{2}(8 - 3\sqrt{3})$.

Đáp án C

Câu 4. Một cửa hàng đồ chơi trong tháng qua bán được 60 hộp lego thuộc nhiều thương hiệu đồ chơi khác nhau. Dưới đây là bảng thống kê của đại lí:

| Thương hiệu | Lego | Hot Wheel | Cada | Moyu Block | Wange | Sembo Block |
|------------------|------|-----------|------|------------|-------|-------------|
| Tần số (Bộ lego) | 18 | 9 | 5 | 18 | 3 | 7 |

A. Lego và Hot Wheel.

B. Lego và Sembo Block.

C. Hot Wheel và Moyu Block.

D. Lego và Moyu Block.

Phương pháp

Quan sát bảng tần số để xác định hai thương hiệu nào có tần số lớn nhất.

Lời giải

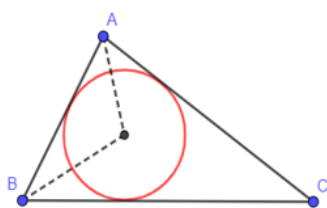
Theo bảng tần số, tần số của Lego, Hot Wheel, Cada, Moyu Block, Wange, Sembo Block lần lượt là 18; 9; 5; 18; 3; 7.

Mà $18 > 9 > 7 > 5 > 3$ nên tần số của Lego và Moyu Block là lớn nhất.

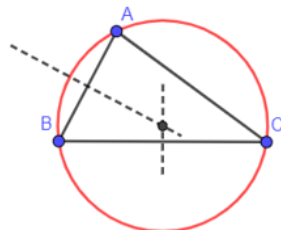
Vậy cửa hàng nên nhập lego của các hãng Lego và Moyu Block.

Đáp án D

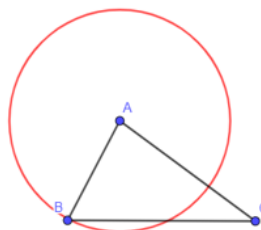
Câu 5. Trong các đường tròn dưới đây, đường tròn nào là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



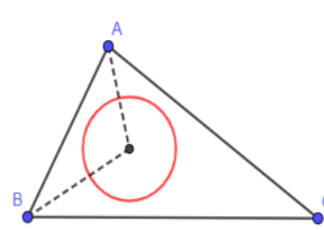
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Phương pháp

Đường tròn ngoại tiếp tam giác đi qua tất cả các đỉnh của tam giác đó.

Lời giải

Đường tròn ở hình 2 là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đáp án B

Câu 6. Cho đường tròn (O) . Biết $MA; MB$ là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M và $AMB = 58^\circ$. Khi đó số đo ABO bằng:

A. 24° .

B. 29° .

C. 30° .

D. 31° .

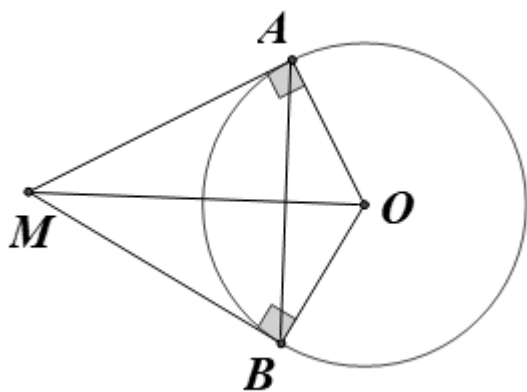
Phương pháp

Chứng minh tam giác AMO, BMO nội tiếp đường tròn nên tứ giác AMBO nội tiếp đường tròn.

Sử dụng định lý tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp để tính góc AOB.

Sử dụng định lý tổng ba góc của tam giác bằng 180° và tính chất tam giác cân để tính ABO .

Lời giải



Vì MA; MB là các tiếp tuyến của (O) nên $MA \perp OA, MB \perp OB$.

Do đó $\Delta AMO; \Delta BMO$ lần lượt vuông tại A và B, do đó $\Delta AMO; \Delta BMO$ ngoại tiếp đường tròn đường kính OM hay 4 điểm A, M, B, O thuộc cùng một đường tròn.

Do đó AMBO là tứ giác nội tiếp.

Áp dụng định lí tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp, ta có: $AMB + AOB = 180^\circ$.

Suy ra $AOB = 180^\circ - AMB = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

Tam giác AOB cân tại O (do $OA = OB$) nên $ABO = \frac{180^\circ - AOB}{2} = \frac{180^\circ - 122^\circ}{2} = 29^\circ$.

Đáp án B

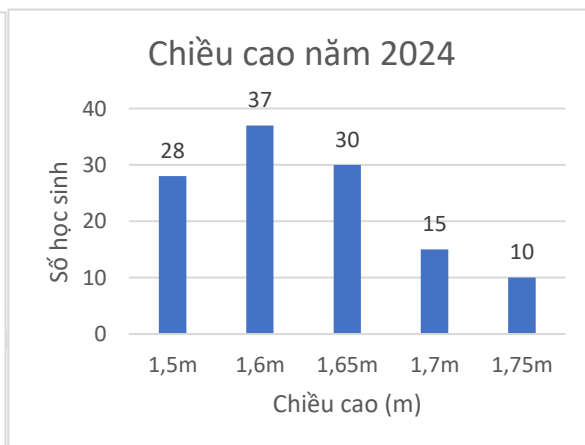
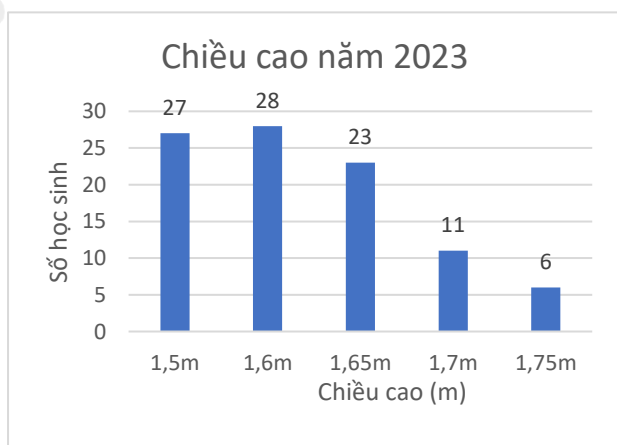
Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

| Câu 1 | Câu 2 |
|-------|-------|
| a) Đ | a) S |
| b) S | b) Đ |
| c) S | c) S |
| d) Đ | d) Đ |

Câu 1: Điều tra về chiều cao của các bạn học sinh nam khối 9 của một trường trong hai năm 2023 và 2024 được kết quả minh họa bằng hai biểu đồ cột sau đây cho biết:



- a) Tần số tương đối của 1,5m năm 2024 là 23,3%.
- b) Tỷ lệ chiều cao 1,5m năm 2024 cao hơn năm 2023.
- c) Tỷ lệ chiều cao 1,65m năm 2024 và năm 2023 bằng nhau.
- d) Tỷ lệ chiều cao từ 1,65m trở lên năm 2024 cao hơn năm 2023 là 3,7%.

Phương pháp:

Lập bảng tần số tương đối năm 2023 và 2024.

Quan sát bảng trên để xác định tính đúng sai của các khẳng định.

Cách giải:

Lập bảng tần số tương đối năm 2023

| | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|------|
| Chiều cao | 1,5 | 1,6 | 1,65 | 1,7 | 1,75 |
| Tần số tương đối | 28,4% | 29,5% | 24,2% | 11,6% | 6,3% |

Lập được bảng tần số tương đối năm 2024

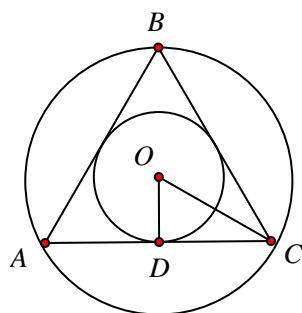
| | | | | | |
|------------------|-------|-------|------|-------|------|
| Chiều cao | 1,5 | 1,6 | 1,65 | 1,7 | 1,75 |
| Tần số tương đối | 23,3% | 30,8% | 25% | 12,5% | 8,3% |

Quan sát bảng trên:

- Tần số tương đối của 1,5m năm 2024 là 23,3%. a) đúng
- Tỷ lệ chiều cao 1,5m năm 2024 cao hơn năm 2023. b) sai
- Tỷ lệ chiều cao 1,65m năm 2024 và năm 2023 bằng nhau. c) sai
- Tỷ lệ chiều cao từ 1,65m trở lên năm 2024 cao hơn năm 2023 là 3,7%. d) đúng

Đáp án ĐSSD

Câu 2: Cho ΔABC đều có cạnh 4cm ngoại tiếp $(O; r)$ và nội tiếp $(O; R)$ khi đó:



- a) Khoảng cách từ tâm O đến AB bằng $\sqrt{3}$.
- b) Chu vi đường tròn nội tiếp ΔABC bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.
- c) $OA + OB + OC - OD = 10\sqrt{3}$.
- d) Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ điểm O tới AB, BC, CA . Giá trị của biểu thức $xy + \sqrt{3}z$ là $\frac{10}{3}$.

Phương pháp

a) Khoảng cách từ tâm O đến AB chính là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC . $r = \frac{\sqrt{3}}{6}$. độ dài cạnh tam giác.

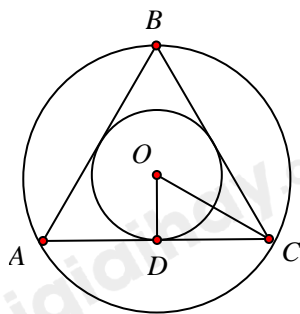
b) Từ bán kính đường tròn nội tiếp, tính chu vi đường tròn: $C = 2\pi r$.

c) Từ độ dài các đoạn thẳng để tính giá trị biểu thức.

d) Tính bán kính đường tròn nội tiếp, đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC để xác định khoảng cách từ điểm O tới AB, BC, CA .

Tính giá trị biểu thức.

Lời giải



a) Sai

Khoảng cách từ tâm O đến AB bằng khoảng cách từ tâm O đến AC và bằng OD

Mà $OD = r = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ nên khoảng cách từ tâm O đến AB bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

b) Đúng

Chu vi đường tròn nội tiếp ΔABC là: $C = 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \pi$.

c) Sai

Ta có: $OA = OB = OC = R$ nên $OC = R = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Do đó: $OA + OB + OC - OD = 3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

d) Đúng

Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ điểm O tới AB, BC, CA và bằng OD (bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC).

Mà $OD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $xy + \sqrt{3}z = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3}$.

Đáp án SĐSD

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

| | | | | |
|------|-----------|------------|-----------|-----------|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Chọn | 15 | -16 | 66 | 58 |

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{-2}{5}x^2$. Gọi điểm thuộc đồ thị hàm số khác gốc tọa độ $O(0;0)$ và có tung độ gấp ba lần hoành độ là $A(x_A; y_A)$. Khi đó $x_A - y_A$ có giá trị bằng

Phương pháp

Biểu diễn y_A theo x_A .

Thay tọa độ của điểm vào hàm số $y = \frac{-2}{5}x^2$ để tìm x_A, y_A .

Lời giải

Vi tung độ của điểm A gấp 3 lần hoành độ của điểm A nên $y_A = 3x_A$.

Thay x_A vào hàm số $y = \frac{-2}{5}x^2$, ta được:

$$3x_A = \frac{-2}{5}(x_A)^2$$

$$\frac{2}{5}(x_A)^2 + 3x_A = 0$$

$$x_A \left(\frac{2}{5}x_A + 3 \right) = 0$$

$$x_A = 0 \text{ hoặc } \frac{2}{5}x_A + 3 = 0$$

$$x_A = 0 \text{ hoặc } x_A = -3, \frac{5}{2} = \frac{-15}{2}$$

$$\text{Suy ra } y_A = 0 \text{ hoặc } y_A = 3, \frac{-15}{2} = \frac{-45}{2}$$

Mà A khác gốc tọa độ nên $A \left(\frac{-15}{2}; \frac{-45}{2} \right)$.

$$\text{Khi đó } x_A - y_A = \frac{-15}{2} - \frac{-45}{2} = 15.$$

Đáp án: 15

Câu 2. Tính $u - 2v$ biết $u + v = 14; uv = 40$ và $u < v$.

Phương pháp

Viết phương trình có nghiệm là u, v khi biết tổng và tích của chúng: $x^2 - Sx + P = 0$ với S là tổng, P là tích của hai số.

Từ đó giải phương trình để tìm u, v .

Thay u, v vừa tìm được vào $u - 2v$

Lời giải

Hai số u, v thỏa mãn $u + v = 14; uv = 40$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 14x + 40 = 0$.

$$\text{Ta có: } \Delta' = (-7)^2 - 40 = 49 - 40 = 9, \text{ suy ra } \Delta' = \sqrt{9} = 3$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 7 - 3 = 4; x_2 = 7 + 3 = 10$

Suy ra $u = 4; v = 10$.

$$\text{Do đó } u - 2v = 4 - 2 \cdot 10 = 4 - 20 = -16.$$

Đáp án: -16

Câu 3. Thống kê về phần trăm khối lượng các loại hoa quả bán được trong 1 tháng của một cửa hàng được ghi lại như sau: 25% khối lượng bán được là Cam; 32% khối lượng bán được là Xoài; 10% là Thanh long; còn lại là Ổi. Biết tổng khối lượng hoa quả bán được trong tháng đó là 200kg. Khi đó khối lượng Ổi đã bán là ... kg.

Phương pháp

Xác định tần số tương đối của khối lượng Ôi đã bán.

Tính khối lượng Ôi đã bán.

Lời giải

Tần số tương đối của khối lượng Ôi là: $100\% - 25\% - 32\% - 10\% = 33\%$.

Khối lượng Ôi đã bán là: $200.33\% = 66(kg)$

Đáp án: 66

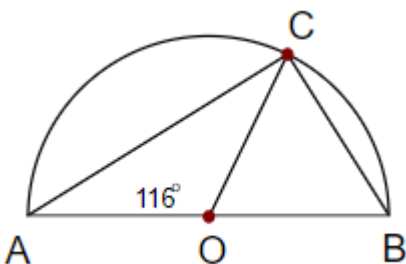
Câu 4. Cho tam giác ABC nội tiếp nửa đường tròn (O;R). Biết $\angle AOC = 116^\circ$. Độ dài cạnh AC là $2R \cdot \sin \dots^\circ$. Số còn thiếu là:

Phương pháp

Tính góc nội tiếp ABC theo góc ở tâm AOC.

Chứng minh tam giác ABC vuông tại C. Sử dụng hệ thức lượng để tính AC theo R.

Lời giải



Vì $\angle AOC$ là góc ở tâm chắn cung AC, $\angle ABC$ là góc nội tiếp chắn cung AC nên

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \cdot 116^\circ = 58^\circ.$$

Ta có: $\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\angle ACB = 90^\circ$.

Do đó tam giác ABC vuông tại C.

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC, ta được: $AC = AB \cdot \sin B = 2R \cdot \sin 58^\circ$.

Đáp án: 58

Phần IV

Câu 1. (1,5 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $250m$. Tính diện tích của khu vườn biết rằng nếu một cạnh giảm 3 lần và cạnh còn lại tăng 2 lần thì diện tích khu vườn giảm $1250m^2$. Người ta sử dụng $\frac{1}{5}$ diện tích khu vườn để trồng hoa. Hỏi diện tích đất còn lại là bao nhiêu?

Phương pháp

Tính nửa chu vi của khu vườn.

Gọi cạnh thứ nhất của khu vườn là: $x(m, 0 < x < 125)$

Biểu diễn cạnh thứ hai và diện tích của khu vườn ban đầu.

Biểu diễn hai cạnh khi thay đổi và diện tích khu vườn mới.

Lập phương trình và giải phương trình, kiểm tra lại điều kiện.

Tính diện tích khu vườn, từ đó tính diện tích trồng hoa, diện tích còn lại.

Lời giải

Nửa chu vi của khu vườn là $250 : 2 = 125(m)$

Gọi cạnh thứ nhất của khu vườn là: $x(m, 0 < x < 125)$

Cạnh thứ hai của khu vườn là: $125 - x(m)$

Diện tích khu vườn là: $x \cdot (125 - x) = 125x - x^2 (m^2)$

Giả sử cạnh thứ nhất giảm đi 3 lần thì độ dài cạnh thứ nhất là: $\frac{x}{3} (m)$

Giả sử cạnh thứ hai tăng lên 2 lần thì độ dài cạnh thứ hai là: $2(125 - x)(m)$

Khi đó diện tích khu vườn là: $\frac{x}{3} \cdot 2 \cdot (125 - x) = \frac{250x}{3} - \frac{2x^2}{3} (m^2)$

Vì khi một cạnh giảm 3 lần và cạnh còn lại tăng 2 lần thì diện tích khu vườn giảm $1250m^2$ nên ta có phương

$$\text{trình: } 125x - x^2 - \frac{250x}{3} + \frac{2x^2}{3} = 1250$$

$$\text{Suy ra: } x^2 - 125x + 3750 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x_1 = 75$ (tmđk); $x_2 = 50$ (tmđk)

Vậy một cạnh của khu vườn bằng $75m$, cạnh còn lại là $50m$.

Do đó diện tích của khu vườn hình chữ nhật ban đầu là: $75 \cdot 50 = 3750(m^2)$

Diện tích đất trồng hoa là: $3750 \cdot \frac{1}{5} = 750(m^2)$

Diện tích đất còn lại là: $3750 - 750 = 3000(m^2)$

Câu 2. (1 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , gọi I là trung điểm của OA , dây CD vuông góc với AB tại I . Lấy K tùy ý trên cung BC nhỏ, AK cắt CD tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BIHK$ là tứ giác nội tiếp.

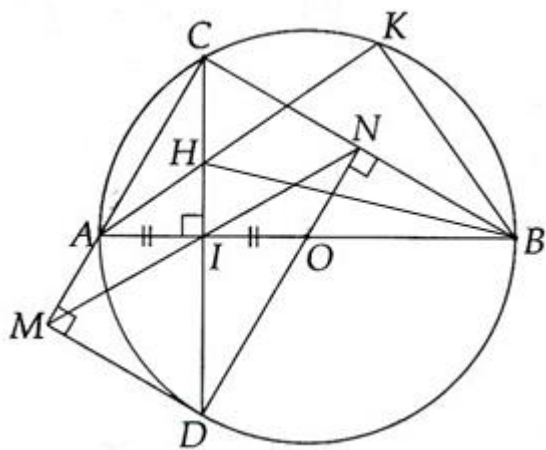
b) Chứng minh $AH \cdot AK$ có giá trị không phụ thuộc vị trí điểm K .

Phương pháp

a) Chứng minh tứ giác nội tiếp thông qua hai tam giác vuông nội tiếp cùng một đường tròn.

b) Chứng minh $\Delta AHI \sim \Delta ABK$ (g.g) suy ra tỉ số liên quan đến AH, AK .

Lời giải



a) Ta có: $\angle HKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên ΔHKB vuông tại K .

$\angle HIB = 90^\circ$ (dây CD vuông góc với AB tại I) nên ΔHIB vuông tại I .

Do đó $\Delta HKB, \Delta HIB$ cùng nội tiếp đường tròn đường kính HB , suy ra H, I, B, K thuộc một đường tròn hay tứ giác $BIHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác AHI và tam giác ABK có:

$$\angle HIB = \angle HKB = 90^\circ$$

A chung

nên $\Delta AHI \sim \Delta ABK$ (g.g)

Suy ra $\frac{AH}{AI} = \frac{AB}{AK}$. Do đó $AH \cdot AK = AI \cdot AB$.

Mà I là trung điểm của AO nên $AI = \frac{AO}{2} = \frac{R}{2}$.

Suy ra $AH \cdot AK = AI \cdot AB = \frac{R}{2} \cdot 2R = R^2$ (không đổi).

Vậy $AH \cdot AK$ có giá trị không phụ thuộc vị trí điểm K.

Câu 3. (0,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$, với m là tham số. Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là x_1, x_2 . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$.

Phương pháp

Sử dụng công thức nghiệm $\Delta' = b'^2 - ac$, tìm điều kiện của m để $\Delta > 0$.

Sử dụng định lý Viète để biểu diễn $x_1 + x_2; x_1 \cdot x_2$:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Biến đổi để tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Lời giải

Ta có: $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 2) = m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2 = 2m - 1$

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta \geq 0$ hay $2m - 1 \geq 0$, suy ra $m \geq \frac{1}{2}$.

Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-2(m+1)}{1} = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2 + 2}{1} = m^2 + 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6 \\ &= m^2 + 2 - 2(2m + 2) - 6 \\ &= m^2 - 4m - 8 \\ &= m^2 - 4m + 4 - 12 \\ &= (m - 2)^2 - 12 \geq -12 \text{ với mọi } m. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra là giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của A bằng -12 khi $m - 2 = 0$ hay $m = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -12 khi $m = 2$.