ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 8

Môn: Toán học

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** A	**3)** C	**4)** D	**5)** C	**6)** C
7) A	**8)** A	**9)** A	**10)** B	**11)** D	**12)** D

Câu 1. Trong không gian *Oxyz*, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$

Phương pháp giải:

Theo lý thuyết về đường thẳng trong không gian *Oxyz*, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$ là $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\left(2;0;-1\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=\left(2;-3;1\right)$ là

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}\quad\left(t\in\mathbb{R}\right).$$

Đáp án B.

Câu 2. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{0}\left(2x+1\right)dx$.

A. I = 0

B. I = 1

C. I = 2

D. I = $-\dfrac{1}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính tích phân của hàm số lũy thừa $\int\limits_a^b x^\alpha dx=\left.\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right|_a^b$.

Lời giải chi tiết:

$$I=\int\limits_{-1}^{0}\left(2x+1\right)dx=\left.\left(x^2+x\right)\right|_{-1}^{0}=\left(0^2+0\right)-\left(\left(-1\right)^2-1\right)=0.$$

Đáp án A.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. x = 2

B. x = 1

C. y = 2

D. y = 1

Phương pháp giải:

Đồ thị hàm số y = f(x) có đường tiệm cận ngang là $y=y_0$ nếu thõa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=y_0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x+4}{x-1} = 2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là y = 2.

Đáp án C.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\dfrac{52}{3}$

B. -3

C. $-\dfrac{52}{3}$

D. 3

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1.q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n).

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Leftrightarrow 54 = 2.q^3 \Leftrightarrow q^3 = 27 \Leftrightarrow q = 3$.

Đáp án D.

Câu 5. Cho tập hợp A = {0;1;2;3;4;5}. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A?

A. 1296

B. 300

C. 1080

D. 360

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc nhân.

Lời giải chi tiết:

Gọi số có 4 chữ số thỏa yêu cầu bài toán có dạng là: $\overline{a_1a_2a_3a_4}$.

Số cách chọn a_1 là 5 (trừ chữ số 0).

Số cách chọn a_2 là 6.

Số cách chọn a_3 là 6.

Số cách chọn a_4 là 6.

Vậy theo quy tắc nhân có 5.6.6.6 = 1080 số.

Đáp án C.

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 11,5$; $Q_2 = 14,5$; $Q_3 = 21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q = 3,0$

B. $\Delta Q = 6,8$

C. $\Delta Q = 9,8$

D. $\Delta Q = 32,8$

Phương pháp giải:

Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 21,3 - 11,5 = 9,8$.

Đáp án C.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4} = 9$ là

A. x = 1; x = 2

B. x = -1; x = 3

C. x = 1; x = -2

D. x = -1; x = 2

Phương pháp giải:

Đưa hai vế về cùng cơ số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $3^{x^2-3x+4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+4} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm x = 1; x = 2.

Đáp án A.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật AB = a, BC = 2a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = 3a. Thể tích của khối chóp S.ABCD bằng

A. $2a^3$

B. $3a^3$

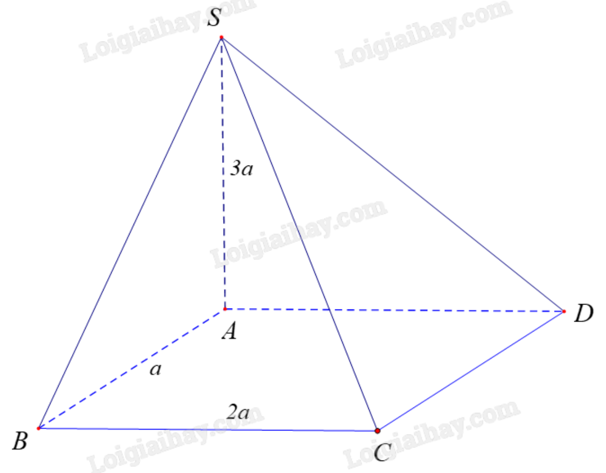
C. $6a^3$

D. a^3

Phương pháp giải:

Áp dụng công tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B, chiều cao h: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải chi tiết:



Diện tích đáy $B = a.2a = 2a^2$ và chiều cao bằng $h = 3a$

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.3a = 2a^3$.

Đáp án A.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho hai vecto $\vec{a} = (1;-2;1)$ và $\vec{b} = (2;-4;-2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8

B. -8

C. 12

D. -12

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\vec{a}.\vec{b} = 1.2 + (-2).(-4) + 1.(-2) = 8$.

Đáp án A.

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7;9)

B. [9;11)

C. [11;13)

D. [13;15)

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện rồi áp dụng công thức tính số trung bình.

Lời giải chi tiết:

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{2.6+7.8+7.10+3.12+1.14}{20} = 9,4$.

Đáp án B.

Câu 11. Trong không gian với Oxyz, cho hai điểm A(1;2;3), B(-2;-4;9). Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho MA = 2MB. Độ dài đoạn thẳng OM là

A. 5

B. 3

C. $\sqrt{17}$

D. $3\sqrt{6}$

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ các phép cộng, trừ, tích của vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và MA = 2MB.

Nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-1;-2;7)$.

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$.

Đáp án D.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;-2;7), B(-3;8;-1). Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Phương pháp giải:

Phương trình mặt cầu tâm I(a;b;c) bán kính R có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Lời giải chi tiết:

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(-1;3;3)$ là tâm mặt cầu.

Bán kính $R=IA=\sqrt{(1+1)^2+(-2-3)^2+(7-3)^2}=\sqrt{45}$.

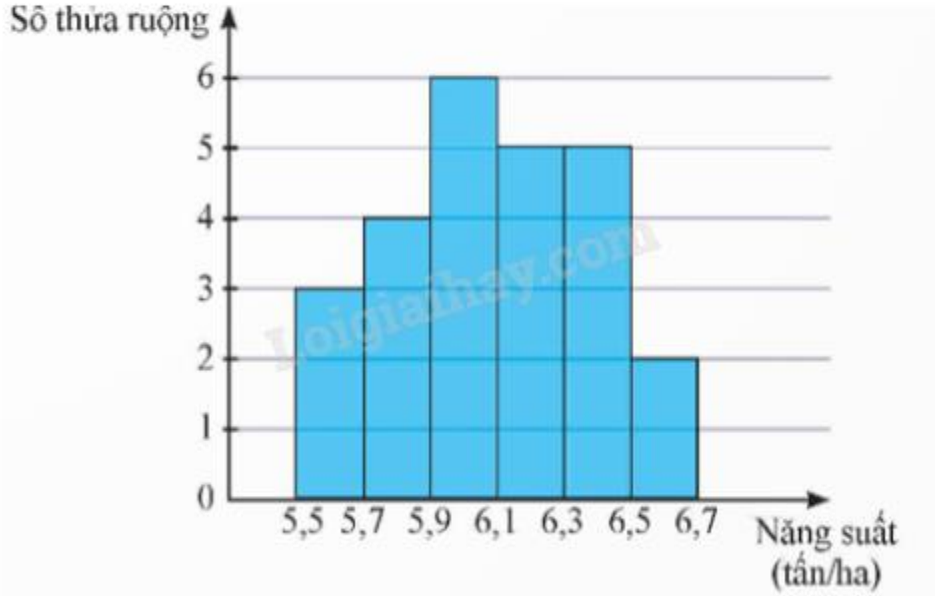
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

Đáp án D.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐĐSĐ	**2)** ĐĐSS	**3)** ĐSĐĐ	**4)** ĐSĐS

Câu 1. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



a) Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 6,33.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số ghép nhóm từ biểu đồ. Áp dụng công thức tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Số thửa ruộng được khảo sát là: n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25.

b) Đúng. Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là: R = 6,7 – 5,5 = 1,2 (tấn/ha).

c) Sai. Ta có:

Cỡ mẫu n = 25.

Gọi $x_1;...;x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6+x_7}{2} \in$ [5,7; 5,9). Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4}-3}{4}(5,9-5,7) = 5,8625$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19}+x_{20}}{2} \in$ [6,3; 6,5). Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3.25}{4}-(3+4+6+5)}{5}(6,5-6,3) = 6,33$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$.

d) Đúng. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$\overline{x} = \frac{3.5,6+4.5,8+6.6,2+5.6,4+2.6,6}{25} = 6,088$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$S^2 = \frac{1}{25}\left[3.(5,6)^2+4.(5,8)^2+6.(6,0)^2+5.(6,2)^2+5.(6,4)^2+2.(6,6)^2\right]-(6,088)^2 = 0,086656$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$, đáy ABCD là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $AD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

a) Đường cao của hình chóp S.ABCD là SA.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, với AH là đường cao của tam giác SAB.

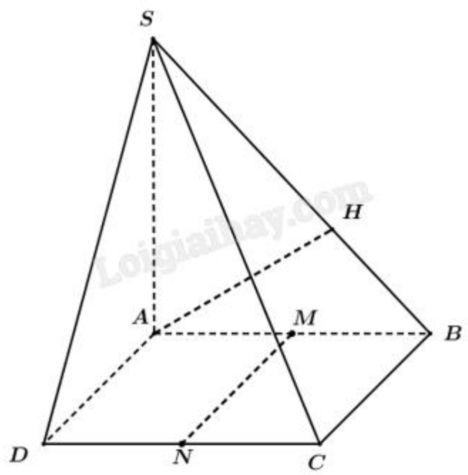
c) Thể tích của khối chóp S.ABC bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

d) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABC)$. Do đó SA là đường cao của hình chóp S.ABC.

b) Đúng. Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH \perp SB$, $H \in SB$ (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB), AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Do đó $d(A;(SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

c) Sai. Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Xét trong tam giác vuông SAB có AH là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} \Leftrightarrow SA = a.$$

Do đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.BC.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.a\sqrt{2}.a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

d) Sai. Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} MN//BC \\ MN \not\subset (SBC) \\ BC \subset (SBC) \end{array}\right\} \Rightarrow MN//(SBC).$$

Do đó $d(MN;SB) = d(MN;(SBC)) = d(M;(SBC)) = \frac{1}{2}d(A;(SBC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 2 - n \end{cases}, \forall n \ge 2$.

a) $u_2 = 4$.

b) $u_n - n = 2u_{n-1} - (n-1)$.

c) Đặt $v_n = u_n - n$ thì dãy số (v_n) là cấp số nhân.

d) $S_{100} = 2524 + 2^{99}$.

Phương pháp giải:

Thay số vào công thức đã cho.

(v_n) là cấp số nhân khi $v_n = q.v_{n-1}$ (q là hằng số).

Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số nhân $S = u_1\dfrac{1-q^n}{1-q}$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có: $u_2 = 2.u_1 + 2 - 2 = 2.2 = 4$.

b) Sai. Ta có: $u_n - n = 2\left(u_{n-1} - (n-1)\right)$.

c) Đúng. Đặt $v_n = u_n - n$ thì $v_{n-1} = u_{n-1} - (n-1)$. Mà $u_n - n = 2\left(u_{n-1} - (n-1)\right)$ nên $v_n = 2v_{n-1}$ dãy số (v_n) là cấp số nhân.

d) Đúng. Từ $v_n = 2v_{n-1}$ dãy số (v_n) là cấp số nhân có $v_1 = 1$, công bội $q = 2$ nên số hạng tổng quát

$v_n = v_1.q^{n-1} = 2^{n-1}$ mà $v_n = u_n - n$ nên $2^{n-1} = u_n - n \Leftrightarrow u_n = 2^{n-1} + n$.

$S_{100} = \left(2^0 + 2^1 + ... + 2^{99}\right) + \left(1 + 2 + ... + 100\right) = \dfrac{1\left(1-2^{99}\right)}{1-2} + \dfrac{(1+100)50}{2} = 2524 + 2^{99}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’, biết rằng A(1;2;0), A’(1;0;1), B(1;5;1), D’(0;-2;0).

a) Tọa độ vecto $\overrightarrow{AA'}$ là $\overrightarrow{AA'} = (0;-2;1)$.

b) Tọa độ các điểm B’, C là B’(2;1;-1), C(0;3;0).

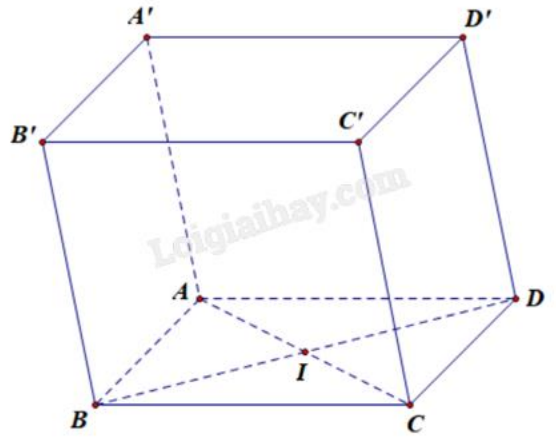
c) $AB = \sqrt{10}$; $C'A = \sqrt{3}$.

d) Đặt $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$. P đạt giá trị nhỏ nhất khi M(1;-2;0).

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ các phép toán trong không gian.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Tọa độ vecto $\overrightarrow{AA'}$ là $\overrightarrow{AA'}=(1-1;0-2;1-0)=(0;-2;1)$.

b) Sai. $\overrightarrow{AA'}=(0;-2;1)=\overrightarrow{BB'}$; $B(1;5;1)\Rightarrow B'(1;3;2)$.

$\overrightarrow{A'D'}=(-1;-2;-1)=\overrightarrow{BC}$; $B(1;5;1)\Rightarrow C(0;3;0)$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{AB}(0;3;1)\Rightarrow AB=\sqrt{0^2+3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

$\overrightarrow{AA'}=(0;-2;1)=\overrightarrow{CC'}$; $C(0;3;0)\Rightarrow C'(0;1;1)\Rightarrow AC'=\sqrt{(0-1)^2+(1-2)^2+(1-0)^2}=\sqrt{3}$.

d) Sai. Ta có:

$P=MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2$

$=4MI^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2=4MI^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2$.

Do đó, P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất hay $M\equiv I$.

$\overrightarrow{A'D'}=(-1;-2;-1)=\overrightarrow{AD}$; $A(1;2;0)\Rightarrow D(0;0;-1)$.

I là trung điểm $BD\Rightarrow I\left(\frac{1+0}{2};\frac{5+0}{2};\frac{1-1}{2}\right)\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};0\right)$ hay $M\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};0\right)$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

1) 481	**2)** 0,2	**3)** 361	**4)** 4,47	**5)** 80	**6)** 3,08

Câu 1. Hai mái nhà trong hình bên là hai hình chữ nhật. Giả sử AB = 3,8 m; OA = 2,2 m; OB = 3 m.

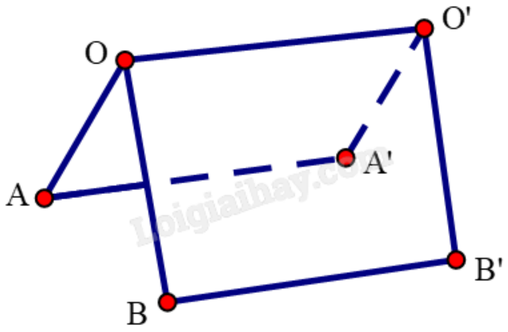
Gọi α là góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mái nhà và $\cos\alpha=\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m\in\mathbb{Z},n\in\mathbb{N}$.

Tính $3m+n^2$?

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc xác định góc nhị diện và định lý cosin cho tam giác để tính.

Lời giải chi tiết:



Giả sử hai mái ngói là hai hình chữ nhật OAA'O' và OBB'O'. Khi đó:

$\begin{cases} (OAA'O') \cap (OBB'O') = OO' \\ OA \perp OO', OA \subset (OAA'O') \\ OB \perp OO', OB \subset (OBB'O') \end{cases}$ nên AOB là góc phẳng nhị diện $[A, OO', B]$. Vậy $AOB = \alpha$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác OAB ta được:

$$\cos AOB = \cos\alpha = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = \frac{2,2^2 + 3^2 - 3,8^2}{2.2,2.3} = -\frac{1}{22} = \frac{m}{n} \Rightarrow m = -1; n = 22.$$

Vậy $3m + n^2 = -3 + 484 = 481$.

Đáp án: 481.

Câu 2. Trong phép thử T, cho A và B là hai biến cố độc lập nhau. Biết P(A) + P(B) = 1,1 và P(AB) = 0,3. Tính xác suất của biến cố $\overline{A}.\overline{B}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc nhân xác suất cho hai biến cố độc lập, công thức tính xác suất của biến cố đối.

Lời giải chi tiết:

Ta có $P(AB) = 0,3 \Rightarrow P(A).P(B) = 0,3$ (vì A và B độc lập). Suy ra ta có hệ:

$$\begin{cases} P(A)+P(B)=1,1 \\ P(A).P(B)=0,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(A)=0,5 \Rightarrow P(\overline{A})=0,5 \\ P(B)=0,6 \Rightarrow P(\overline{B})=0,4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} P(A)=0,6 \Rightarrow P(\overline{A})=0,4 \\ P(B)=0,5 \Rightarrow P(\overline{B})=0,5 \end{cases}.$$

Lại có A và B là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

Do đó $P(\overline{A}.\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=0,5.0,4=0,4.0,5=0,2$.

Đáp án: 0,2.

Câu 3. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục toạ độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Khoảng cách từ máy bay đến ra đa bằng bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Phương pháp giải:

Xác định tọa độ ra đa và máy bay dựa vào dữ liệu đề bài cho. Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai điểm.

Lời giải chi tiết:

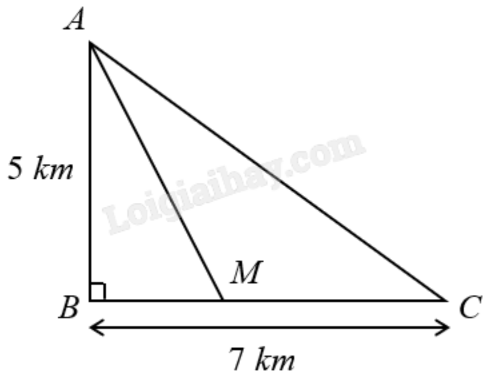
Đổi 80 m = 0,08 km.

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có toạ độ (0;0;0,08), máy bay ở vị trí có tọa độ A(-300;-200;10).

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là: $\sqrt{(-300-0)^2+(-200-0)^2+(10-0,08)^2} \approx 361$ (km).

Đáp án: 361.

Câu 4. Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB = 5 km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến địa điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h, rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h.



Vị trí của M cách B một khoảng bằng bao nhiêu ki-lô-mét thì người canh hải đăng đến kho nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Đặt BM = x. Lập hàm số biểu diễn thời gian người canh hải đăng đến kho rồi tìm x để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải chi tiết:

Gọi BM = x (km, $0 \le x \le 7$).

Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25}$ (km).

Thời gian người đó đi từ A đến M rồi đến C là $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \dfrac{7-x}{6}$ (giờ).

Ta có: $f'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{x^2+25}} - \dfrac{1}{6}$.

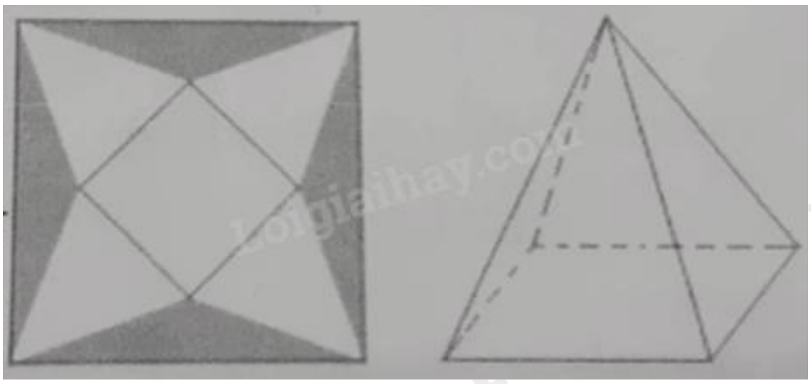
Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x = 4\sqrt{x^2+25} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5} \in [0;7]$.

$f(0) = \dfrac{29}{12}$, $f(7) = \dfrac{\sqrt{74}}{4}$, $f(2\sqrt{5}) = \dfrac{5\sqrt{5}}{12} + \dfrac{7}{6}$.

Vậy để đến kho nhanh nhất thì $x = 2\sqrt{5} \approx 4,47$ (km).

Đáp án: 4,47.

Câu 5. Một tấm bạt hình vuông cạnh 20 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



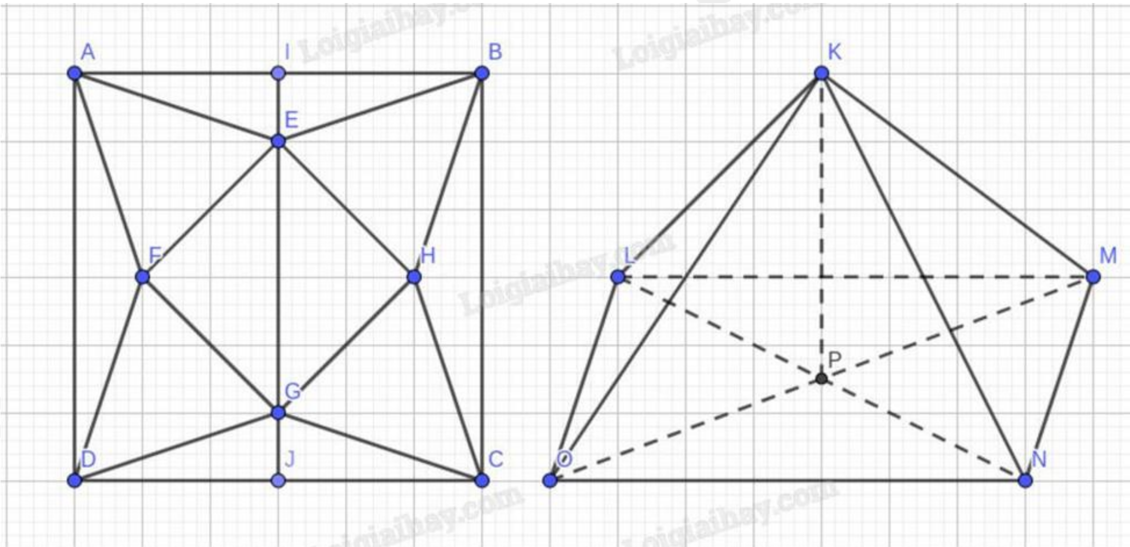
Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên?

Phương pháp giải:

Lập hàm số biểu diễn thể tích khối chóp theo ẩn x. Tìm x để thể tích khối chóp lớn nhất bằng cách ứng dụng đạo hàm, từ đó tính diện tích phần bạt bị cắt.

Lời giải chi tiết:

Ta kí hiệu các điểm như trong hình vẽ.



Có $AI = IB = \frac{AB}{2} = \frac{20}{2} = 10$ (m), IJ = BC = 20 (m).

Đặt $EF = FG = GH = HE = x$ (m, x > 0).

$FH = EG = \sqrt{EH^2 + HG^2} = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$ (m).

$EI = GJ = \frac{IJ - EG}{2} = \frac{20 - x\sqrt{2}}{2}$ (m).

Xét tam giác AIE vuông tại I:

$$AE = \sqrt{AI^2 + IE^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{20 - x\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 10\sqrt{2}x + 200} \text{ (m).}$$

$LN = OM = EG = HF = x\sqrt{2}$ (m), $LP = \frac{LN}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$ (m).

$$KL = KO = KM = KN = AE = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 10\sqrt{2}x + 200} \text{ (m).}$$

Xét tam giác KLP vuông tại P:

$$KP = \sqrt{KL^2 - LP^2} = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 10\sqrt{2}x + 200 - \frac{x^2}{2}} = \sqrt{200 - 10\sqrt{2}x} \text{ (m).}$$

Điều kiện: $x \le 10\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là:

$V=\frac{1}{3}.KP.S_{LMNO}=\frac{1}{3}.\sqrt{200-10\sqrt{2}x}.x^2\ \left(m^3\right)$.

Đặt $y=\frac{1}{3}.\sqrt{200-10\sqrt{2}x}.x^2$, ta có $y'=\frac{-25\sqrt{2}x^2+400x}{3\sqrt{200-10\sqrt{2}x}}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=8\sqrt{2}\end{array}\right.$ (loại x = 0).

Bảng biến thiên:

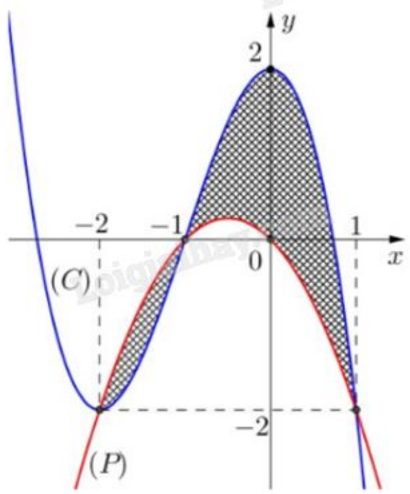
x	0		$8\sqrt{2}$		$10\sqrt{2}$
y'		+	0	-	
y	0	↗	$\frac{256\sqrt{10}}{3}$	↘	0

Vậy thể tích khối chóp lớn nhất khi $x=8\sqrt{2}$ (m).

Diện tích tấm bạt bị cắt khi đó là $S=4S_{AEB}=4.\frac{1}{2}.EI.AB=2.\frac{20-8\sqrt{2}.\sqrt{2}}{2}.20=80\ \left(m^2\right)$.

Đáp án: 80.

Câu 6. Biết hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Tính diện tích phần kẻ hình ca-rô của hình vẽ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Phương pháp giải:

Dựa vào phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) để tìm hệ số a của phương trình hoành độ giao điểm. Từ đó, áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ứng dụng tích phân.

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị hàm số đề bài cho ta có:

Parabol (P) đi qua gốc toạ độ O nên hàm số bậc hai có dạng $f\left(x\right)=mx^2+nx$.

Xét hàm số bậc ba $g\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C), vì đồ thị (C) đi qua điểm (0;2) nên d = 2.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P):

$g\left(x\right)=f\left(x\right)\Leftrightarrow a\left(x+2\right)\left(x^2-1\right)=0$.

Mặt khác $g\left(x\right)=f\left(x\right)\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+2=mx^2+nx\Leftrightarrow ax^3+\left(b-m\right)x^2+\left(c-n\right)x+2=0$.

Nên ta có hệ số tự do $-2a=2\Leftrightarrow a=-1$.

Do đó $g\left(x\right)-f\left(x\right)=-\left(x+2\right)\left(x^2-1\right)$.

$$S=\int_{-2}^{1}\left|g\left(x\right)-f\left(x\right)\right|dx=\int_{-2}^{1}\left|-\left(x+2\right)\left(x^2-1\right)\right|dx\approx 3,08.$$

Đáp án: 3,08.