ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 4

MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: ***(1,5 điểm)***

1) Một lớp học gồm 40 học sinh được khảo sát về chiều cao và đưa ra bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm chiều cao	Tần số
[140; 150)	5
[150; 160)	15
[160; 170)	12
[170; 180)	8

Tính tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [170;180).

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Phương pháp

1) Xác định tần số của nhóm từ bảng tần số ghép nhóm.

Tần số tương đối của nhóm bằng: tần số của nhóm : tổng . 100%.

2) - Xác định không gian mẫu của phép thử, tính số phần tử của không gian mẫu.

- Tính số kết quả thuận lợi của biến cố.

- Xác suất của biến cố = số kết quả thuận lợi của biến cố : số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

1) Từ bảng tần số ghép nhóm, nhóm [170;180) có tần số là 8.

Tần số tương đối của nhóm này là: $\frac{8}{40}.100\% = 20\%$.

Vậy tần số ghép nhóm của nhóm [170;180) là 8, tần số tương đối của nhóm này là 20%.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$.

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là $n(\Omega) = 12$.

Gọi A là biến cố “Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là n(A) = 8, đó là: $(1,2);(1,4);(2,1);(2,3);(3,2);(3,4);(4,1);(4,3)$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

Câu 2: ***(1,5 điểm)*** Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{x-4}$ với $x\ge 0$, $x\ne 4$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi x = 25.

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với P = A.B, tìm giá trị của x để |P| > P.

Phương pháp

1) Kiểm tra điều kiện của x. Nếu thỏa mãn, thay x = 25 vào A.

2) Kết hợp các tính chất của căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức.

3) Rút gọn P rồi giải bất đẳng thức |P| > P, kết hợp điều kiện để tìm x.

Lời giải

1) Với x = 25 (thỏa mãn điều kiện), ta có:

$$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}+2}=\frac{3}{7}.$$

Vậy $A=\frac{3}{7}$ khi x = 25.

2) Với $x\ge 0$, $x\ne 4$, ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{x-4}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+4\sqrt{x}+4-3\sqrt{x}+6-12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$= \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

3) Ta có: $P = A.B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$.

Xét |P| > P.

TH1: P > P (vô lí).

TH2: $-P > P$

$\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} > \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

$1-\sqrt{x} > \sqrt{x}-1$ (vì $\sqrt{x}+2>0$)

$2 > 2\sqrt{x}$

$1 > \sqrt{x}$

$1 > x$.

Kết hợp điều kiện xác định, ta có: $1 > x \ge 0$.

Câu 3: ***(2,5 điểm)***

1) Trong một đợt khuyến mãi, siêu thị giảm giá cho mặt hàng A là 20% và mặt hàng B là 15% so với giá niêm yết. Một khách hàng mua 2 món hàng A và 1 món hàng B phải trả số tiền là 362 000 đồng. Nhưng nếu mua hàng trong khung giờ vàng thì món A được giảm giá 30% còn món hàng B được giảm giá 25% so với giá niêm yết. Một người mua 3 món hàng A và 2 món hàng B trong khung giờ vàng nên chỉ trả số tiền là 552 000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng A và B.

2) Một nhóm thợ thủ công lên kế hoạch làm 1200 chiếc đèn lồng cho dịp lễ Trung Thu. Trong 12 ngày đầu họ làm đúng theo kế hoạch. Những ngày còn lại do có thêm người làm cùng nên mỗi ngày họ đã làm vượt mức 20 chiếc và hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Theo kế hoạch, mỗi ngày nhóm thợ phải làm bao nhiêu chiếc đèn lồng?

3) Cho phương trình $4x^2-2x-1=0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1-x_2)^2 - x_1\left(x_1-\dfrac{1}{2}\right)$.

Phương pháp

1) Gọi giá tiền của món hàng A và B lần lượt là x, y (đơn vị: nghìn đồng; điều kiện: x, y > 0).

Biểu diễn số tiền phải trả khi mua hai mặt hàng A, B khi đã giảm giá và trong khung giờ vàng.

Lập hệ phương trình, giải hệ để tìm x, y.

2) Gọi x là số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$).

Biểu diễn số sản phẩm làm trong một ngày thực tế, thời gian làm xong sản phẩm theo kế hoạch, thực tế theo x.

Do thực tế hoàn thành sớm hơn kế hoạch 2 ngày nên ta lập được phương trình.

Giải phương trình để tìm x, kiểm tra điều kiện và kết luận.

3) Kiểm tra sự tồn tại của x_1, x_2 dựa vào Δ.

Biến đổi biểu thức A và áp dụng định lí Viète: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a}$.

Lời giải

1) Gọi x, y (đồng) lần lượt là giá niêm yết của món hàng A và món hàng B.

Điều kiện: x, y > 0.

Mặt hàng A giảm giá 20% so với giá niêm yết nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$(100\% - 20\%)x = 0,8x$ (đồng)

Mặt hàng B giảm giá 15% so với giá niêm yết nên giá phải trả cho 1 món hàng B là

$(100\% - 15\%)y = 0,85y$ (đồng)

Mặt hàng A giảm giá 20% và mặt hàng B giảm giá 15% so với giá niêm yết và mua 2 món hàng A và 1 món hàng B phải trả tổng số tiền là 362 000 đồng

$2.0,8x + 0,85y = 362000$ hay $1,6x + 0,85y = 362000$ (1)

Trong khung giá vàng thì món hàng A được giảm giá 30% nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$(100\% - 30\%)x = 0,7x$ (đồng)

Trong khung giá vàng thì món hàng B được giảm giá 25% nên giá phải trả cho 1 món hàng B là

$(100\% - 25\%)y = 0,75y$ (đồng)

Trong khung giá vàng thì món hàng A được giảm giá 30% còn món hàng B được giảm giá 25% so với giá niêm yết và mua 3 món hàng A và 2 món hàng B trong khung giờ vàng nên chỉ trả số tiền là 552 000 đồng nên

$3.0,7x + 2.0,75y = 552000$ hay $2,1x + 1,5y = 552000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 1,6x + 0,85y = 362000 \\ 2,1x + 1,5y = 552000 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $\begin{cases} x = 120000 \\ y = 200000 \end{cases}$

Vậy, giá niêm yết của món hàng A là 120 000 đồng, giá niêm yết của món hàng B là 200 000 đồng.

2) Gọi số đèn lồng phải làm mỗi ngày theo kế hoặc là x (đèn, $x \in \mathbb{N}^*$).

Thời gian làm 1200 đèn theo kế hoạch là $\frac{1200}{x}$ (ngày).

Trong 12 ngày làm theo kế hoạch, nhóm thợ làm được 12x (đèn).

Số đèn còn lại là: 1200 – 12x (đèn).

Năng suất làm đèn sau 12 ngày đầu là: x + 20 (đèn).

Thời gian làm số đèn còn lại là: $\frac{1200 - 12x}{x + 20}$ (ngày).

Vì nhóm thợ đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày nên ta có phương trình:

$\frac{1200}{x}=12+\frac{1200-12x}{x+20}+2$

$\frac{1200}{x}=\frac{1200-12x}{x+20}+14$

$\frac{1200(x+20)}{x(x+20)}=\frac{x(1200-12x)}{x(x+20)}+\frac{14x(x+20)}{x(x+20)}$

$1200(x+20)=x(1200-12x)+14x(x+20)$

$1200x+24000=1200x-12x^2+14x^2+280x$

$2x^2+280x-24000=0$.

Giải phương trình trên, ta được x = 60 (thỏa mãn) và x = -200 (loại).

Vậy số đèn lồng phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là 60 chiếc đèn.

3) Xét phương trình $4x^2-2x-1=0$ có $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.4.(-1)=20>0$.

Do đó, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo định lí Viète, ta có:

$S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-2}{4}=\frac{1}{2}$;

$P=x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{-1}{4}$.

Ta có: $A=(x_1-x_2)^2-x_1\left(x_1-\frac{1}{2}\right)$

$=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2-x_1\left[x_1-(x_1+x_2)\right]$

$=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2-x_1(-x_2)$

$=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2+x_1x_2$

$=x_1^2-x_1x_2+x_2^2$

$=(x_1+x_2)^2-3x_1x_2$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\left(\frac{-1}{4}\right)$

$=1$.

Vậy A = 1.

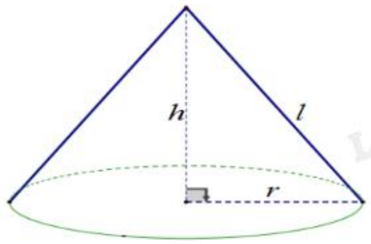
Câu 4: ***(4 điểm)***

1) Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh gỗ nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh l, 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

- Đường kính (d = 2R) của chiếc nón lá khoảng 40 (cm).
- Chiều cao (h) của chiếc nón lá khoảng 19 (cm).

a) Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vành chiếc nón lá (không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai, biết $\pi \approx 3,14$).

b) Tính diện tích phần lá phủ xung quanh của chiếc nón lá (không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho ΔABC (AB < AC) nội tiếp (O; R) đường kính BC, trên cung nhỏ AC lấy điểm D, BD cắt AC tại E, từ E vẽ $EF \perp BC$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác BAEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh DB là phân giác góc ADF.

c) Gọi M là trung điểm EC. Chứng minh DM.CA = CF.CO.

Phương pháp

1)

a) Áp dụng công thức tính chu vi đường tròn: $C = \pi d$.

b) Tìm bán kính đáy của nón rồi áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl$.

2)

a) Chứng minh $BAE = 90^\circ$ và $CFE = 90^\circ$, từ đó suy ra các điểm A, F, B, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE, hay tứ giác ABFE nội tiếp.

b) Tương tự câu a), chứng minh tứ giác DCFE nội tiếp.

Chứng minh $ADB = EDF$ (cùng bằng ACB dựa vào định lí về góc nội tiếp).

c) Chứng minh $DM = \frac{1}{2}EC$ dựa vào tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông.

Chứng minh $\Delta CFE \backsim \Delta CAB$ (g.g), suy ra $\frac{CF}{AC} = \frac{EC}{BC}$ rồi biến đổi về đẳng thức cần chứng minh.

Lời giải

1)

a) Độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vành chiếc nón lá bằng chu vi đường tròn đáy:

$C = \pi d \approx 3,14.40 = 125,6$ (cm).

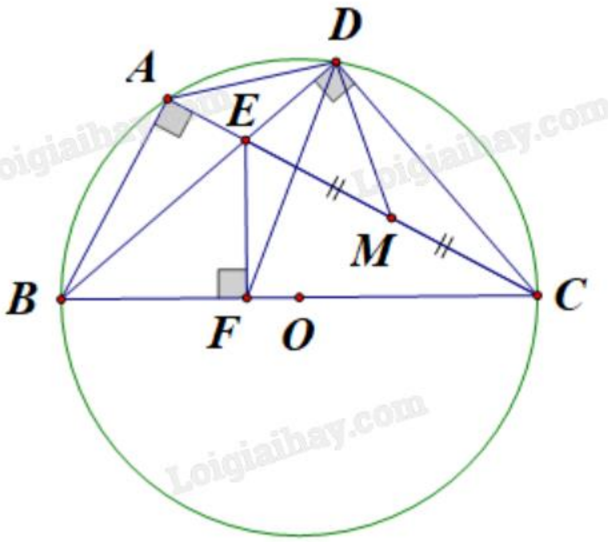
b) Bán kính đáy nón là $R = \frac{d}{2} = \frac{40}{2} = 20$ (cm).

Độ dài đường sinh là: $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{19^2 + 20^2} = \sqrt{761}$ (cm).

Diện tích xung quanh nón là: $S = \pi Rl = 3{,}14.20.\sqrt{761} \approx 1732{,}42 \ \left(cm^2\right)$.

Vậy diện tích phần lá phủ xung quanh nón là khoảng 1732,42 cm^2.

2)



a) Vì $BAE = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) nên A thuộc đường tròn đường kính BE.

Mặt khác, $BFE = 90^o$ (do $BC \perp EF$ tại F) nên F thuộc đường tròn đường kính BE.

Do đó, các điểm A, F, B, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE, hay tứ giác ABFE nội tiếp.

b) Vì $CDE = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) nên E thuộc đường tròn đường kính CE.

Mặt khác, $CFE = 90^o$ (do $BC \perp EF$ tại F) nên F thuộc đường tròn đường kính CE.

Do đó, các điểm D, F, C, E cùng thuộc đường tròn đường kính CE, hay tứ giác DCFE nội tiếp.

Vì tứ giác DCFE nội tiếp nên ta có $EDF = ECF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EF).

Mà tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên $ADB = ACB$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

Do đó, $ADB = EDF$ hay DB là phân giác của ADF.

c) Xét ΔDEC vuông tại D, có M là trung điểm của cạnh huyền EC nên $DM = \frac{1}{2}EC$ hay $EC = 2DM$.

Xét ΔCFE và ΔCAB có:

ECF là góc chung;

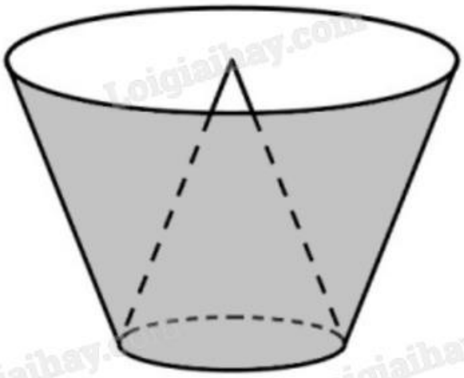
$CFE = CAB = 90^o$.

Nên $\Delta CFE \backsim \Delta CAB$ (g.g).

Suy ra $\frac{CF}{AC} = \frac{EC}{BC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ), suy ra $CF.BC = AC.EC$.

Do đó $CF.2CO = AC.2DM$ hay $CF.CO = AC.DM$.

Câu 5: ***(0,5 điểm)*** Một cái thùng đựng nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng hai lần bán kính mặt đáy của thùng. Bên trong thùng có một cái phễu dạng hình nón có đáy là đáy của thùng, có đỉnh là tâm của miệng thùng (xem hình minh họa). Biết rằng có 12 lít nước vào thùng thì đầy thùng (nước không chảy được vào bên trong phễu), tính thể tích của phễu.



Phương pháp

Gọi O là tâm của đáy, C là đỉnh, CA là một đường sinh của hình nón ban đầu.

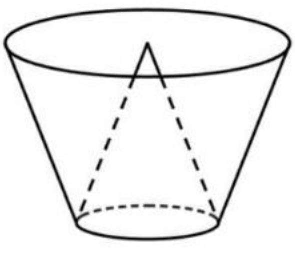
Gọi tâm của đường tròn đáy thùng đựng nước là O’, B là một điểm thuộc đường tròn đáy sao cho B nằm trên đường sinh CA của hình nón ban đầu.

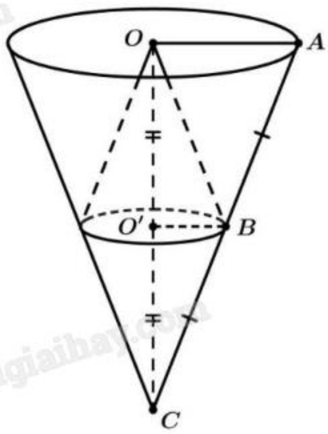
Chứng minh $\Delta CO'B$ đồng dạng với $\Delta CO'B$, từ đó suy ra tỉ lệ chiều cao của phễu so với hình nón ban đầu.

Gọi V là thể tích khối nón ban đầu, V_p là thể tích phễu, V_t là thể tích thùng chứa đầy nước.

Ta có: $V = 2V_p + V_t$. Áp dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Bh$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao; tìm V_p.

Lời giải





Gọi O là tâm của đáy, C là đỉnh, CA là một đường sinh của hình nón ban đầu.

Gọi O’ tâm của đường tròn đáy thùng đựng nước, B là một điểm thuộc đường tròn đáy sao cho B nằm trên đường sinh CA của hình nón ban đầu.

Xét $\Delta CO'B$ và ΔCOA, có:

ACO chung;

$CO'B = COA = 90^o$ (vì trục CO vuông góc với hai mặt phẳng đáy thùng).

Do đó $\Delta CO'B \backsim \Delta CO'B$ (g.g), suy ra $\frac{CO}{CO'} = \frac{CA}{CB} = \frac{OA}{O'B} = 2$ (do bán kính miệng thùng gấp hai lần bán kính đáy thùng).

Gọi V là thể tích khối nón ban đầu, V_p là thể tích phễu, $V_t = 12$ là thể tích thùng chứa đầy nước.

Ta có: $V = 2V_p + V_t$.

Mặt khác: $\frac{V_p}{V} = \frac{\frac{1}{3}\pi.O'B^2.CO'}{\frac{1}{3}\pi.OA^2.CO} = \frac{\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{OA}{2}\right)^2.\frac{CO}{2}}{\frac{1}{3}\pi.OA^2.CO} = \left(\frac{1}{2}\right)^2.\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ hay $V = 8V_p$.

Do đó: $8V_p = 2V_p + V_t$ hay $6V_p = V_t = 12$.

Vậy thể tích của phễu là 2 lít.