SỞ GD&ĐT HÀ NỘI

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12

NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn: Toán học

SƯU TẦM: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** C	**3)** B	**4)** B	**5)** A	**6)** C
7) A	**8)** C	**9)** A	**10)** D	**11)** D	**12)** B

Câu 1. Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng đi qua điểm M(1;-2;3) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;0;1)$ là

A. $2y+z+1=0$

B. $2x+z-5=0$

C. $2x+y=0$

D. $x-2y+3z-5=0$

Phương pháp giải:

Viết phương trình mặt phẳng biết vectơ pháp tuyến và điểm thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Ta có phương trình mặt phẳng có dạng $2x+z+c=0$.

Thay tọa độ điểm $M(1;-2;3)$ vào phương trình, ta được $c=-5$.

Phương trình mặt phẳng là $2x+z-5=0$.

Đáp án B.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Gọi các điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Khi đó góc giữa hai đường thẳng MN và AB bằng

A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°

Phương pháp giải:

Xác định góc giữa hai đường thẳng.

Lời giải chi tiết:

Có $MN // BC$ và $MN \subset (SBC)$.

Góc giữa MN và AB bằng góc giữa BC và AB và bằng ABC.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $ABC = 45^o$.

Đáp án C.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 6

B. -4

C. -16

D. 10

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức cấp số nhân $u_n = u_{n-1}q$.

Lời giải chi tiết:

Có $u_2 = \frac{u_3}{q} = \frac{-8}{2} = -4$.

Đáp án B.

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x - 1 - \frac{2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = x + 1$

B. $y = x - 1$

C. $y = -x + 1$

D. $y = -x - 1$

Phương pháp giải:

Xác định tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x - 1 - \frac{2}{x+1}$ là $y = x - 1$.

Đáp án B.

Câu 5. Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang trại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bằng

A. 8,72 kg

B. 9,12 kg

C. 8,82 kg

D. 8,52 kg

Phương pháp giải:

Tính trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\overline{x} = \frac{6.5+12.7+19.9+9.11+4.13}{6+12+19+9+4} = 8,72 .$$

Đáp án A.

Câu 6. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x} \geq 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Phương pháp giải:

Giải bất phương trình mũ.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq \log_{\frac{1}{2}} 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Đáp án C.

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;2;-1) và B(2;4;1). Trọng tâm của tam giác OAB có tọa độ là

A. (1;2;0)

B. (-1;-2;0)

C. (3;6;0)

D. (1;3;0)

Phương pháp giải:

Tìm tọa độ trong tâm tam giác biết tọa độ ba đỉnh.

Lời giải chi tiết:

Trọng tâm tam giác là $G\left(\frac{0+1+2}{3};\frac{0+2+4}{3};\frac{0-1+1}{3}\right)=(1;2;0)$.

Đáp án A.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{x}$ là

A. $3^{x}.\ln 3+C$

B. $3^{x}+C$

C. $\frac{3^{x}}{\ln 3}+C$

D. $\frac{3^{x+1}}{x+1}+C$

Phương pháp giải:

Công thức nguyên hàm của hàm mũ.

Lời giải chi tiết:

Có $\int f\left(x\right)dx=\int 3^{x}dx=\frac{3^{x}}{\ln 3}+C$.

Đáp án C.

Câu 9. Cho khối lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, AB = AC = 1, AA’ = 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1

B. $\frac{1}{3}$

C. 2

D. $\frac{2}{3}$

Phương pháp giải:

Thể tích khối lăng trụ: $V=S_{d}.h$.

Lời giải chi tiết:

Diện tích đáy hình lăng trụ là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}$.

Chiều cao lăng trụ là $AA'=2$.

Thể tích $V=S_{d}.h=\frac{1}{2}.2=1$.

Đáp án A.

Câu 10. Nếu $\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx=3$ thì $\int\limits_{0}^{2}\left[f\left(x\right)+2\right]dx$ bằng

A. 5

B. 10

C. 6

D. 7

Phương pháp giải:

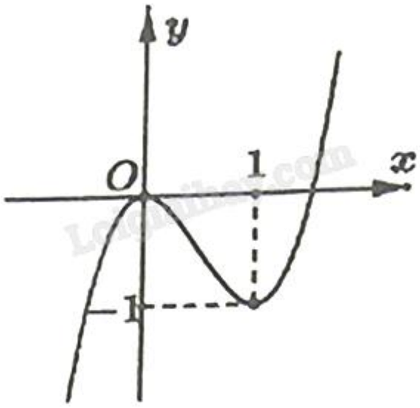
Sử dụng tính chất của tích phân.

Lời giải chi tiết:

Có $\int_0^2 \left[f(x)+2\right]dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 2dx = 3+4=7$.

Đáp án B.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (-∞;0)

B. (1;+∞)

C. (-∞;+∞)

D. (0;1)

Phương pháp giải:

Dựa vào đồ thị hàm số, chỉ ra khoảng biến thiên.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Đáp án D.

Câu 12. Bảng thống kê dưới đây cho biết thu nhập bình quân đầu người/tháng của người dân Hà Nội (tính theo triệu đồng) trong giai đoạn từ năm 2018 đến năm 2024:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Thu nhập (triệu đồng/ tháng)	5,901	6,403	6,203	6,002	6,423	6,869	7,546

Mẫu số liệu thống kê trên có khoảng biến thiên bằng bao nhiêu (tính theo triệu đồng)?

A. 2,660

B. 1,645

C. 0,867

D. 2,290

Phương pháp giải:

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 7,546 - 5,901 = 1,645$.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐĐĐS	**2)** SĐĐĐ	**3)** ĐĐSS	**4)** ĐSĐS

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right) = e^{2x} - 2x$.

a) Hàm số có tập xác định là R.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right) = 2e^{2x} - 2$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f'\left(x\right) > 0$ là $S = \left(0; +\infty\right)$.

d) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

Phương pháp giải:

Tìm tập xác định của hàm số f(x).

Tính đạo hàm f'(x) của hàm số f(x).

Lập bảng biến thiên rồi kết luận giá trị cực tiểu của hàm số.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Đúng. $f'(x) = \left(2e^{2x} - 2x\right)' = 2e^{2x} - 2$.

c) Đúng. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2e^{2x} - 2 > 0 \Leftrightarrow e^{2x} > 1 \Leftrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0; +\infty\right)$.

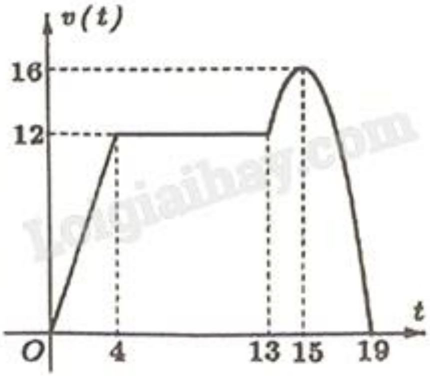
d) Sai. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.



a) Tại thời điểm $t = 19$ giây, vận tốc của chất điểm bằng 16 m/s.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 24 m.

c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol. Khi đó $v(t) = -t^2 + 30t - 209$ (m/s).

d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 204 m.

Phương pháp giải:

Ứng dụng nguyên hàm, tích phân.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Tại thời điểm $t = 19$ giây, vận tốc của chất điểm bằng 0 m/s.

b) Đúng. Với $t \in [0;4]$ ta có hàm vận tốc là $v_1(t) = 3t$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_1 = \int_0^4 v_1(t)dt = \int_0^4 3tdt = 24 \text{ m}.$$

c) Đúng. Với $t \in [13;19]$ ta có hàm vận tốc là $v_3(t) = at^2 + bt + c$.

Dựa vào đồ thị, ta có hoành độ đỉnh parabol là $\dfrac{-b}{2a} = 15 \Leftrightarrow 30a + b = 0$.

Parabol đi qua các điểm $(13;12), (19;0)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 30a + b = 0 \\ 13^2 a + 13b + c = 12 \\ 19^2 a + 19b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 30 \\ c = -209 \end{cases}$$

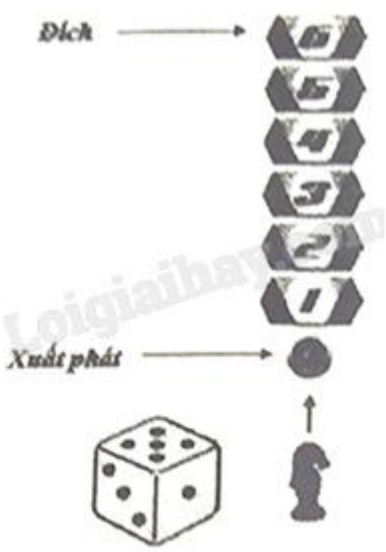
Suy ra $v_3(t) = -t^2 + 30t - 209$.

d) Đúng. Ta có:

$$S_1 = 24;\ S_2 = \int_4^{13} v_2(t)dt = \int_4^{13} 12dt = 108;\ S_3 = \int_{13}^{19} v_3(t)dt = \int_{13}^{19} \left(-t^2 + 30t - 209\right)dt = 72.$$

Tổng quãng đường chất điểm đi được là $S = S_1 + S_2 + S_3 = 204$ m.

Câu 3. Trong một trò chơi, con ngựa của bạn Toàn đang đứng ở vị trí xuất phát (*như hình vẽ*). Luật chơi như sau: Để di chuyển con ngựa, bạn Toàn cần gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất. Ở mỗi lượt chơi, bạn có tối đa ba lần gieo. Ở lần gieo thứ nhất, con ngựa di chuyển đến ô có số thứ tự bằng số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc. Từ những lần gieo sau, nếu tổng của số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc và số tương ứng ghi ở ô con ngựa đang đứng lớn hơn 6 thì con ngựa sẽ đứng yên, còn nếu tổng này nhỏ hơn hoặc bằng 6 thì con ngựa được di chuyển số ô bằng số chấm gieo được. Con ngựa này gọi là về đích nếu nó đến được ô số 6.



a) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất bằng $\frac{1}{6}$.

b) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai bằng $\frac{5}{36}$.

c) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển bằng $\frac{5}{108}$.

d) Xác suất để con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo bằng $\frac{19}{54}$.

Phương pháp giải:

Liệt kê các trường hợp.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Gọi A là biến cố con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất

Ta có để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất tức là ở lần gieo thứ nhất bạn Toàn gieo được mặt xúc sắc số $6 \Rightarrow n(A) = 1$.

Ta có $n(\Omega) = 6$.

Vậy $P(A) = \frac{1}{6}$.

b) Đúng. Gọi B là biến cố con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai.

$n(\Omega)=36$.

Khi đó ở lần gieo thứ nhất Toàn không gieo vào mặt số 6.

Và lần gieo thứ hai có tổng với lần gieo thứ nhất bằng 6.

Khi đó ta có 5 cặp số thỏa mãn để tổng bằng 6 : (5;1); (4;2) (3;3) (1;5) (2;4).

Khi đó $P(B)=\frac{5}{36}$.

c) Đúng. Gọi C là biến cố con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển.

$n(\Omega)=216$.

Để tổng cả ba lần gieo bằng 6 thì tổng 3 số bằng 6. Ta có các bộ thỏa mãn (1,1,4), (1,2,3), (2,2,2).

Vậy có 3 + 6 + 1 = 10 trường hợp.

Vậy xác suất là $P=\frac{10}{6^3}=\frac{5}{108}$.

d) Sai. Gọi E là biến cố con ngựa về đích ở lần gieo thứ 3 với con ngựa dừng lại ở bước thứ 2

Ta có khi đó tổng lần gieo thứ nhất và thứ ba bằng 6 và tổng lần gieo thứ nhất và thứ hai lớn hơn 6

Ta có 5 cặp số thỏa mãn để tổng bằng 6 : (5;1); (4;2) (3;3) (1;5) (2;4).

Trường hợp (5;1) là mặt của lần gieo 1 và 3 khi đó lần gieo hai có thể là: 2; 3; 4; 5; 6.

Trường hợp (4;2) là mặt của lần gieo 1 và 3 khi đó lần gieo hai có thể là: 3; 4; 5; 6.

Trường hợp (3;3) là mặt của lần gieo 1 và 3 khi đó lần gieo hai có thể là: 4; 5; 6.

Trường hợp (2;4) là mặt của lần gieo 1 và 3 khi đó lần gieo hai có thể là: 5; 6.

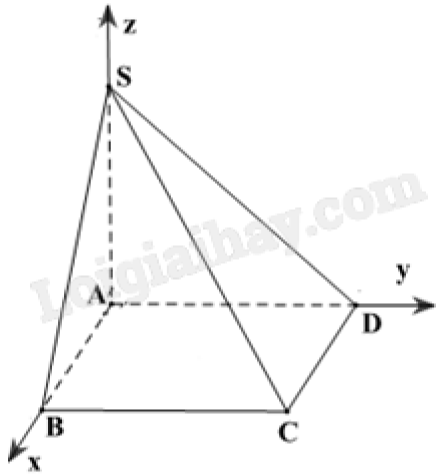
Trường hợp (1;5) là mặt của lần gieo 1 và 3 khi đó lần gieo hai có thể là: 6.

Vậy $P(E)=\frac{5+4+3+2+1}{6^3}=\frac{5}{72}$.

Gọi D là biến cố con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo, có:

$$P(D)=P(A)+P(B)+P(C)+P(E)=\frac{1}{6}+\frac{5}{36}+\frac{5}{108}+\frac{5}{72}=\frac{91}{216}.$$

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết AB = 1, AD = 2 và SA = 3. Xét hệ trục tọa độ Oxyz với O trùng A, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS (như hình vẽ).



a) Tọa độ điểm C là (1;2;0).

b) $\left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}\right] = (6;-3;4)$.

c) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng SC và song song với đường thẳng BD. Phương trình mặt phẳng (P) là $6x+3y+4z-12=0$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (P) bằng $\frac{6}{61}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng các biểu thức tọa độ trong không gian, quy tắc lập phương trình tổng quát của mặt phẳng, công thức tính khoảng cách.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Có B(1;0;0), D(0;2;0).

Điểm $C \in (Oxy)$ và ABCD là hình chữ nhật nên $C(1;2;0)$.

b) Sai. Vì $SA=3$ nên $S(0;0;3)$.

Ta có $\overrightarrow{SC}(1;2;-3)$ và $\overrightarrow{BD}(-1;2;0)$ suy ra $\left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}\right] = (6;3;4)$.

c) Đúng. Mặt phẳng (P) song song với đường thẳng BD nên ta có $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}\right] = (6;3;4)$.

Có $S \in (P)$ nên phương trình mặt phẳng $(P): 6x+3y+4z-12=0$.

d) Sai. Có khoảng cách giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (P):

$$d(BD,(P)) = d(B,(P)) = \frac{|6.1-12|}{\sqrt{6^2+3^2+4^2}} = \frac{6\sqrt{61}}{61}.$$

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

1) 338	**2)** 5	**3)** 8,42	**4)** 8,1	**5)** 30	**6)** 4,5

Câu 1. Anh Thắng có 500 triệu đồng và đã vay thêm ngân hàng 400 triệu đồng với lãi suất 8%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh Thắng đã dùng toàn bộ 900 triệu đồng này để mua một mảnh đất với giá 20 triệu đồng/m². Sau đúng 2 năm, anh bán mảnh đất đó với giá 29 triệu đồng/m² và dùng số tiền thu được trả

hết nợ cho ngân hàng. Sau khi trả nợ xong, anh được lãi bao nhiêu triệu đồng so với tiền vốn anh có ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính lãi kép $T = A(1+r)^n$.

Lời giải chi tiết:

Số tiền anh Thắng vay ngân hàng sau 2 năm là $T_1 = 400(1+8\%)^2 = 466,56$ triệu.

Anh Thắng dùng 900 triệu mua đất với giá 20 triệu/m^2 nên mua được $\frac{900}{20} = 45$ m^2 đất.

Số tiền anh Thắng bán đất là $29.45 = 1305$ triệu đồng.

Số tiền anh thắng lãi được là $1305 - 500 - 466,56 = 338,44$ triệu.

Đáp án: 338.

Câu 2. Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Phương pháp giải:

Lập hàm chi phí trung bình tìm GTNN.

Lời giải chi tiết:

Đổi: 80 nghìn đồng = 0,08 triệu đồng.

Giả sử cần nhập trái cây đủ n ngày để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất $\left(n \in \mathbb{N}^*, n \le 10\right)$.

Mỗi ngày phải phân phối đi 25 tạ trái cây nên tổng số trái cây trong một lần nhập là 25n (tạ).

Chi phí bảo quản ngày đầu là: 25n.0,08 (triệu đồng).

Chi phí bảo quản ngày thứ hai là: 25(n – 1).0,08 (triệu đồng).

Chi phí bảo quản ngày thứ ba là: 25(n – 2).0,08 (triệu đồng).

…

Chi phí bảo quản ngày cuối cùng là: 25.0,08 (triệu đồng) (vì chỉ còn 25 tạ cho ngày cuối cùng).

Tổng chi phí bảo quản là:

$P = 25n.0,08 + 25(n-1).0,08 + 25(n-2).0,08 + ... + 25.0,08$

$= 25.0,08.\left[n + (n-1) + (n-2) + ... + 1\right]$

$= 2.\left[n + (n-1) + (n-2) + ... + 1\right]$.

Ta có thể viết $n + (n-1) + (n-2) + ... + 1$ thành tổng $1 + 2 + 3 + ... + n$.

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng, ta được: $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Do đó $P = 2.\dfrac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$.

Tổng chi phí (gồm phí vận chuyển và bảo quản) là $25 + n(n+1)$ (triệu đồng).

Chi phí trung bình là $Q(n) = \dfrac{25 + n(n+1)}{n} = \dfrac{25}{n} + n + 1$.

Ta có $Q'(n) = -\dfrac{25}{n^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow n = 5$.

n	1		5		10
Q'(n)		-	0	+	
Q(n)	27	↘	11	↗	13,5

Vậy, để chi phí trung bình nhỏ nhất thì đại lý cần nhập đủ trái cây cho 5 ngày.

Đáp án: 5.

Câu 3. Trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đơn vị đo lấy theo kilômét, tại cùng một thời điểm theo dõi ban đầu: máy bay thứ nhất ở tọa độ A(0;35;10), bay theo hướng vectơ $\vec{v_1} = (3;4;0)$ với tốc độ không đổi 900(km/h) và máy bay thứ hai ở tọa độ B(31;10;11), bay theo hướng $\vec{v_2} = (5;12;0)$ với tốc độ không đổi 910 (km/h). Biết rằng khoảng cách an toàn tối thiểu giữa hai máy bay là 5 hải lý (khoảng 9,3 km). Nếu hai máy bay tiếp tục duy trì hướng và tốc độ bay như trên thì sau ít nhất bao nhiêu phút (kể từ thời điểm theo dõi ban đầu), hai máy bay vi phạm khoảng cách an toàn (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Tìm tọa độ hai máy bay sau t giờ sau đó lập phương trình khoảng cách tối thiểu.

Lời giải chi tiết:

Đặt $A'(3a;4a+35;10)$ là điểm di chuyển của máy bay thứ nhất.

Gọi t (giờ) là thời điểm mà hai máy bay bay sau t giờ vi phạm khoảng cách an toàn.

Ta có khoảng cách so với điểm ban đầu là $A'A = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 900t \Leftrightarrow a = 180t$.

$\Rightarrow A'(540t;35+720t;10)$.

Tương tự ta đặt điểm $B'(5b+31;12b+10;11)$ là điểm di chuyển của máy bay thứ hai.

Khi đó $\sqrt{(5b)^2 + (12b)^2} = 910t \Rightarrow b = 70t$ suy ra $B(31+350t;10+840t;11)$.

Vì khoảng cách tối thiểu để hai máy bay an toàn là 9,3 km và hai máy bay vi phạm khoảng cách an toàn nên

$A'B' \le 9,3$

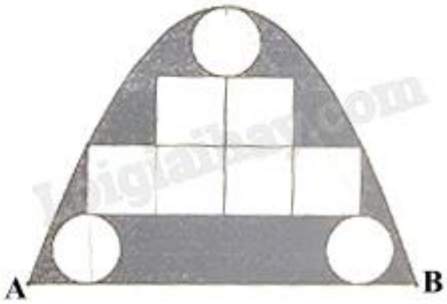
$\Leftrightarrow (31-190t)^2 + (-25+120t)^2 + (1)^2 \le 9,3^2$

$\Leftrightarrow 0,1403 \le t \le 0,21177$ (giờ).

Vậy sau ít nhất 8,42 giây thì vi phạm khoảng cách an toàn.

Đáp án: 8,42.

Câu 4. Một cửa vòm có dạng hình parabol được lắp các tấm kính hình tròn đường kính 1 m và các tấm kính hình vuông có cạnh 1 m như hình vẽ. Phần còn lại của cửa được sơn màu trang trí với mức giá 1,2 triệu đồng/ m^2 . Chi phí sơn màu là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

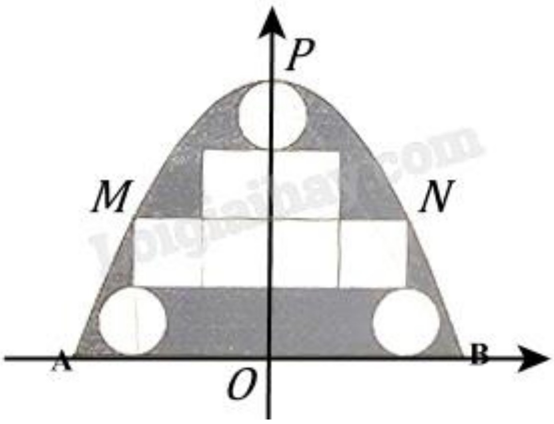


Phương pháp giải:

Gắn hệ trục tọa độ tìm parabol và diện tích.

Lời giải chi tiết:

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Từ đường tròn đường kính 1 và hình vuông cạnh 1 suy ra OP = 4, MN = 4.

$\Rightarrow P(0,4); M(-2,2), N(2,2)$.

Ta có parabol đi qua P, M, N nên có phương trình $y=-\frac{1}{2}x^2+4$.

Xét $-\frac{1}{2}x^2+4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{2} \Rightarrow A\left(-2\sqrt{2},0\right), B\left(2\sqrt{2},0\right)$.

Diện tích phần kính là $S_1=\pi.0,5^2.3+6.1.1=0,75\pi+6$.

Diện tích parabol tạo với Ox là $S=\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{2}x^2+4\right)dx$.

Vậy cho phí sơn màu là $1,2.(S-S_1)=8,1$ triệu đồng.

Đáp án: 8,1.

Câu 5. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết AB = 1, BC = $\sqrt{2}$ và $[S,BC,A]=45^o$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu độ?

Phương pháp giải:

$[S,BC,A]=((SBC),(ABC))=(AB,SB)=\angle SBA=45^o$.

$(SC,(ABC))=(SC,AC)=\angle SCA$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $BC\perp SA, BC\perp AB\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$.

$\Rightarrow[S,BC,A]=((SBC),(ABC))=(AB,SB)=\angle SBA=45^0$.

$\Rightarrow\Delta SAB$ vuông cân tại A nên $SA=AB=1$.

ΔABC vuông tại B nên $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3}$.

Ta có $(SC,(ABC))=(SC,AC)=\angle SCA$.

$\tan SCA=\frac{SA}{AC}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\angle SCA=30^o$.

Đáp án: 30.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{x+1}$ có hai điểm cực trị A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Phương pháp giải:

Tính đạo hàm và xác định cực trị.

Lời giải chi tiết:

Ta có $y=\frac{x^2}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2x(x+1)-x^2}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow A(0,0),B(-2,-2)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+4^2}=4,5$.

Đáp án: 4,5.