

## ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 5

### MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1 (1,5 điểm):** Cho parabol  $(P) : y = -\frac{3}{2}x^2$ .

- Vẽ  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- Tìm tọa độ những điểm thuộc  $(P)$  có tung độ bằng  $-6$ .

**Câu 2 (1 điểm):** Cho phương trình  $(2x)^2 - x(x+4) = -1$

- Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
- Hãy tính giá trị của biểu thức  $A = x_1^2 - \frac{4}{3}x_1 - x_2^2 + \frac{4}{3}x_2 + (3x_1 \cdot x_2)^2$ .

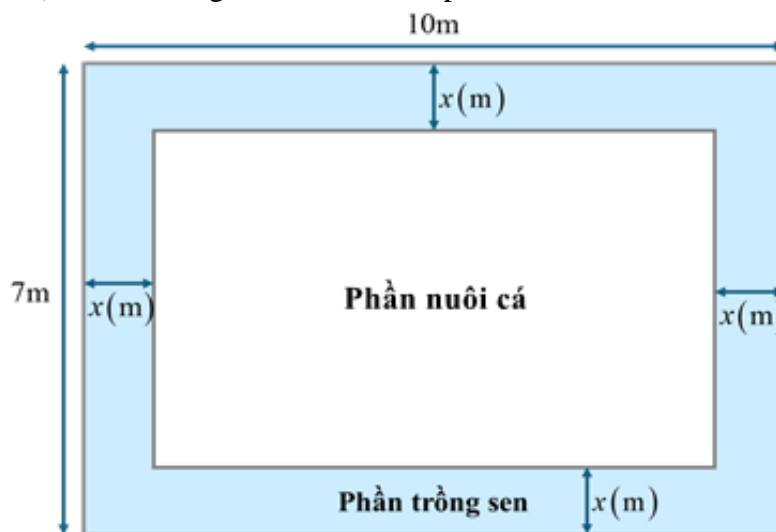
**Câu 3 (1,5 điểm):** Thống kê điểm kiểm tra môn Anh Văn của các học sinh lớp 9A được cho bởi bảng sau:

Điểm số	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	40%	30%	10%

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9A. Biết rằng có 4 học sinh lớp 9A được 10 điểm.

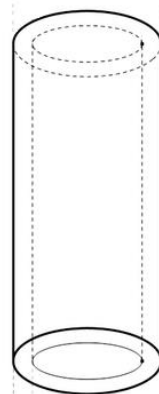
- Lớp 9A có bao nhiêu học sinh? Có bao nhiêu học sinh đạt điểm khá?
- Có bao nhiêu học sinh trên 8 điểm? Tính xác suất của biến cố A: “Học sinh được chọn đạt điểm tốt”.  
(Biết điểm 7 là điểm khá; từ 8 trở lên là điểm tốt)

**Câu 4 (1 điểm):** Một hồ nước có hình dạng là một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 10 m và 7 m. Ở giữa hồ nước người ta dự định đổ đất để ngăn hồ thành 2 phần, phần ngoài trồng sen và phần trong nuôi cá (như hình vẽ). Biết khoảng cách các bờ của phần nuôi cá và bờ của hồ nước là  $x$  (m).



- Biểu diễn diện tích của phần nuôi cá theo  $x$ .
- Biết diện tích của phần trồng sen chiếm  $\frac{3}{7}$  tổng diện tích hồ nước. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của phần nuôi cá.

**Câu 5 (1 điểm):** Để chống xói mòn bờ biển, một đơn vị thi công dự định làm các cống bê tông hình trụ như hình bên. Biết bề dày của cống bê tông là 20cm, chiều cao là 8m, đường kính đáy của hình trụ lớn là 2m.



- a) Tính thể tích bê tông cần có để làm được 1 cống (lấy  $\pi \approx 3,14$ , làm tròn đến hàng đơn vị của  $m^3$ ).
- b) Biết rằng cứ 20m bờ biển thì cần 30 cống,  $1m^3$  bê tông có giá 0,8 triệu đồng và 1 cống bê tông cần 5,2 triệu đồng tiền sắt. Tính số tiền vật tư làm cống để kè được 1km bờ biển.

**Câu 6 (1 điểm):** Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30/4.

- a) Công ty dự kiến thuê hai loại xe: xe 45 chỗ và xe 30 chỗ để chở đoàn khách du lịch. Biết rằng số nhân viên của công ty là 390 người. Nếu tất cả mọi người đi thì tổng số xe cần thuê là 10 chiếc. Hỏi công ty cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại?
- b) Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá, cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất?

**Câu 7 (3 điểm):** Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB. Vẽ đường kính BD và MD cắt (O) tại C. Gọi H là giao điểm của MO và AB.

- a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp và  $MA^2 = MC.MD$ .
- b) Gọi K là trung điểm của CD, L là giao điểm của AH và MC. Chứng minh  $MH.MO = ML.MK$ .
- c) Cho  $AB = R\sqrt{3}$  và  $MHC = 30^\circ$ . Tính MH và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OLH theo R.

----- HẾT -----

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

**Câu 1 (1,5 điểm):** Cho parabol (P) :  $y = -\frac{3}{2}x^2$ .

- a) Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.  
b) Tìm tọa độ những điểm thuộc (P) có tung độ bằng  $-6$ .

**Phương pháp**

- a) Lập bảng giá trị, vẽ đồ thị hàm số trên hệ trục tọa độ.  
b) Thay  $y = -6$  vào hàm số  $y = -\frac{3}{2}x^2$  để tìm các giá trị  $x$  tương ứng.

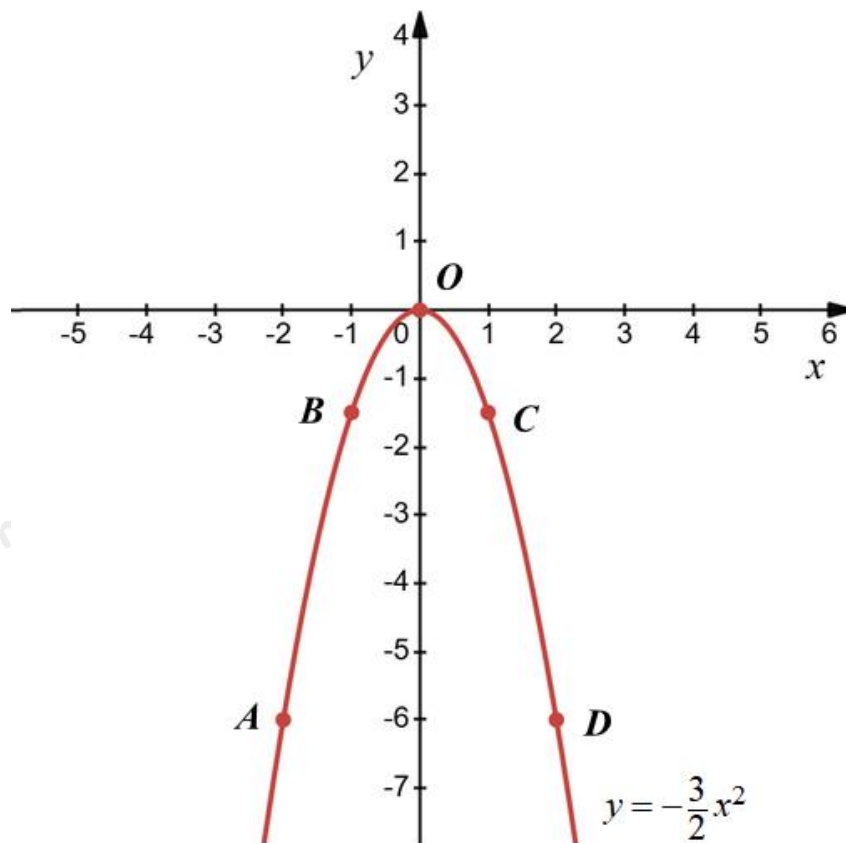
Giải phương trình để tìm N thoả mãn.

**Lời giải**

a) Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{3}{2}x^2$	-6	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-6

Đồ thị hàm số  $y = -\frac{3}{2}x^2$  đi qua các điểm  $A(-2; -6)$ ,  $B(-1; -\frac{3}{2})$ ,  $O(0; 0)$ ,  $C(1; -\frac{3}{2})$ ,  $D(2; -6)$ .



- b) Các điểm thuộc (P) có tung độ bằng  $-6$  nên thay  $y = -6$  vào  $y = -\frac{3}{2}x^2$  ta được:

$$-6 = -\frac{3}{2}x^2$$

$$x^2 = -6 : \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Vậy điểm thuộc đồ thị  $y = -\frac{3}{2}x^2$  có tung độ bằng  $-6$  là  $(2; -6)$  và  $(-2; -6)$ .

**Câu 2 (1 điểm):** Cho phương trình  $(2x)^2 - x(x+4) = -1$

a) Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Hãy tính giá trị của biểu thức  $A = x_1^2 - \frac{4}{3}x_1 - x_2^2 + \frac{4}{3}x_2 + (3x_1 \cdot x_2)^2$ .

### Phương pháp

a) Đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai một ẩn.

Sử dụng  $\Delta = b^2 - 4ac$  để kiểm tra nghiệm của phương trình.

b) Áp dụng định lí Viète và biến đổi A để xuất hiện tổng và tích của hai nghiệm.

Thay tổng, tích vào A để tính toán dễ dàng trong quá trình biến đổi.

Định lí Viète:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

### Lời giải

a) Ta có:  $(2x)^2 - x(x+4) = -1$

$$4x^2 - x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

Ta có:  $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Viète, ta có:  $x_1 + x_2 = -\frac{-4}{3} = \frac{4}{3}; x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$

Ta có:  $A = x_1^2 - \frac{4}{3}x_1 - x_2^2 + \frac{4}{3}x_2 + (3x_1 \cdot x_2)^2$

$$= x_1^2 - x_2^2 - \frac{4}{3}(x_1 - x_2) + 9(x_1 \cdot x_2)^2$$

$$= (x_1 - x_2) \cdot (x_1 + x_2) - \frac{4}{3} \cdot (x_1 - x_2) + 9(x_1 \cdot x_2)^2$$

Thay  $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$  vào A, ta được:

$$\frac{4}{3} \cdot (x_1 - x_2) - \frac{4}{3} \cdot (x_1 - x_2) + 9(x_1 \cdot x_2)^2$$

$$= 9(x_1 \cdot x_2)^2 = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

Vậy  $A = 1$

**Câu 3 (1,5 điểm):** Thống kê điểm kiểm tra môn Anh Văn của các học sinh lớp 9A được cho bởi bảng sau:

Điểm số	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	40%	30%	10%

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9A. Biết rằng có 4 học sinh lớp 9A được 10 điểm.

a) Lớp 9A có bao nhiêu học sinh? Có bao nhiêu học sinh đạt điểm khá?

b) Có bao nhiêu học sinh trên 8 điểm? Tính xác suất của biến cố A: “Học sinh được chọn đạt điểm tốt”.

(Biết điểm 7 là điểm khá; từ 8 trở lên là điểm tốt)

### Phương pháp

a) Xác định tần số tương đối tương ứng với số học sinh được 10 điểm.

Từ đó tính số học sinh khi biết số phần trăm tương ứng với 4 học sinh.

Xác định tần số tương đối của số học sinh đạt điểm khá (điểm 7).

Từ đó tính số học sinh đạt điểm khá bằng cách tính tỉ số phần trăm của số học sinh.

b) Xác định tỉ số phần trăm số học sinh trên điểm 8 = tần số tương đối của điểm 9 và điểm 10.

Từ đó tính số học sinh trên 8 điểm bằng cách tính tỉ số phần trăm của số học sinh.

Xác suất của biến cố A: “Học sinh được chọn đạt điểm tốt” chính là tổng tần số tương đối của học sinh đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên).

### Lời giải

a) Số học sinh đạt điểm 10 có tần số tương đối là 10% nên số học sinh lớp 9A là:

$$4 : 10\% = 4 : \frac{10}{100} = 40 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh đạt điểm khá (điểm 7) có tần số tương đối là 20% nên số học sinh đạt điểm khá là:

$$40 \cdot 20\% = 40 \cdot \frac{20}{100} = 8 \text{ (học sinh)}$$

b) Tần số tương đối của học sinh được chọn đạt trên 8 điểm là:

$$30\% + 10\% = 40\%$$

Số học sinh đạt trên 8 điểm là:

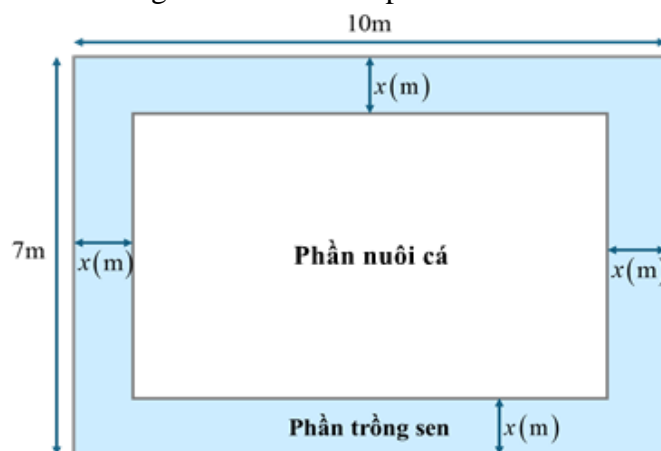
$$40 \cdot 40\% = 16 \text{ (học sinh)}$$

Tổng tần số tương đối của học sinh đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên) là:

$$40\% + 30\% + 10\% = 80\%$$

Do đó xác suất của biến cố A là:  $P(A) = 80\% = 0,8$ .

**Câu 4 (1 điểm):** Một hồ nước có hình dạng là một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 10 m và 7 m. Ở giữa hồ nước người ta dự định đổ đất để ngăn hồ thành 2 phần, phần ngoài trồng sen và phần trong nuôi cá (như hình vẽ). Biết khoảng cách các bờ của phần nuôi cá và bờ của hồ nước là  $x$  (m).



a) Biểu diễn diện tích của phần nuôi cá theo  $x$ .

b) Biết diện tích của phần trồng sen chiếm  $\frac{3}{7}$  tổng diện tích hồ nước. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của phần nuôi cá.

**Phương pháp**

a) Biểu diễn chiều dài và chiều rộng của phần nuôi cá theo  $x$

Biểu diễn diện tích phần nuôi theo công thức tính diện tích hình chữ nhật.

b) Tính diện tích của phần trồng sen dựa vào diện tích hồ nước.

Từ đó ta tính được diện tích của phần nuôi cá và lập được phương trình.

Giải phương trình để tìm chiều dài, chiều rộng của phần nuôi cá.

**Lời giải**

a) Chiều dài của phần nuôi cá là:  $10 - 2x$  (m).

Chiều rộng của phần nuôi cá là:  $7 - 2x$  (m).

Suy ra diện tích của phần nuôi cá là:

$$(10 - 2x)(7 - 2x)$$

$$= 70 - 14x - 20x + 4x^2$$

$$= 4x^2 - 34x + 70 \text{ (m}^2\text{)}$$

b) Diện tích hồ nước là:  $7 \cdot 10 = 70$  (m<sup>2</sup>).

Diện tích của phần trồng sen là:  $\frac{3}{7} \cdot 70 = 30$  (m<sup>2</sup>)

Diện tích của phần nuôi cá là:  $70 - 30 = 40$  (m<sup>2</sup>)

Ta có phương trình biểu diễn diện tích phần nuôi cá là:

$$4x^2 - 34x + 70 = 40$$

$$4x^2 - 34x + 30 = 0$$

Giải phương trình trên, ta được  $x = 1$  hoặc  $x = 7,5$ .

Vì chiều rộng của phần nuôi cá là một số dương nên  $7 - 2x > 0$  hay  $x < 3,5$ .

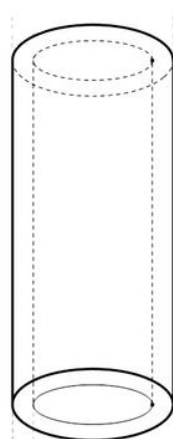
Do đó  $x = 1$  thoả mãn.

Suy ra chiều dài của phần nuôi cá là:  $10 - 2 \cdot 1 = 8$  (m)

chiều rộng của phần nuôi cá là:  $7 - 2 \cdot 1 = 5$  (m).

Vậy chiều dài và chiều rộng của phần nuôi cá lần lượt là 8m và 5m.

**Câu 5 (1 điểm):** Để chống xói mòn bờ biển, một đơn vị thi công dự định làm các cống bê tông hình trụ như hình bên. Biết bề dày của cống bê tông là 20cm, chiều cao là 8m, đường kính đáy của hình trụ lớn là 2m.



a) Tính thể tích bê tông cần có để làm được 1 cống (lấy  $\pi \approx 3,14$ , làm tròn đến hàng đơn vị của m<sup>3</sup>).

b) Biết rằng cứ 20m bờ biển thì cần 30 cống, 1m<sup>3</sup> bê tông có giá 0,8 triệu đồng và 1 cống bê tông cần 5,2 triệu đồng tiền sắt. Tính số tiền vật tư làm cống để kè được 1km bờ biển.

**Phương pháp**

Đưa về cùng đơn vị m.

a) Tính bán kính đáy của hình trụ lớn, bán kính phần rỗng.

Từ đó tính thể tích hình trụ lớn, thể tích phần rỗng suy ra thể tích phần bê tông cần để làm cống.

Sử dụng công thức tính thể tích hình trụ:  $V = \pi r^2 h$

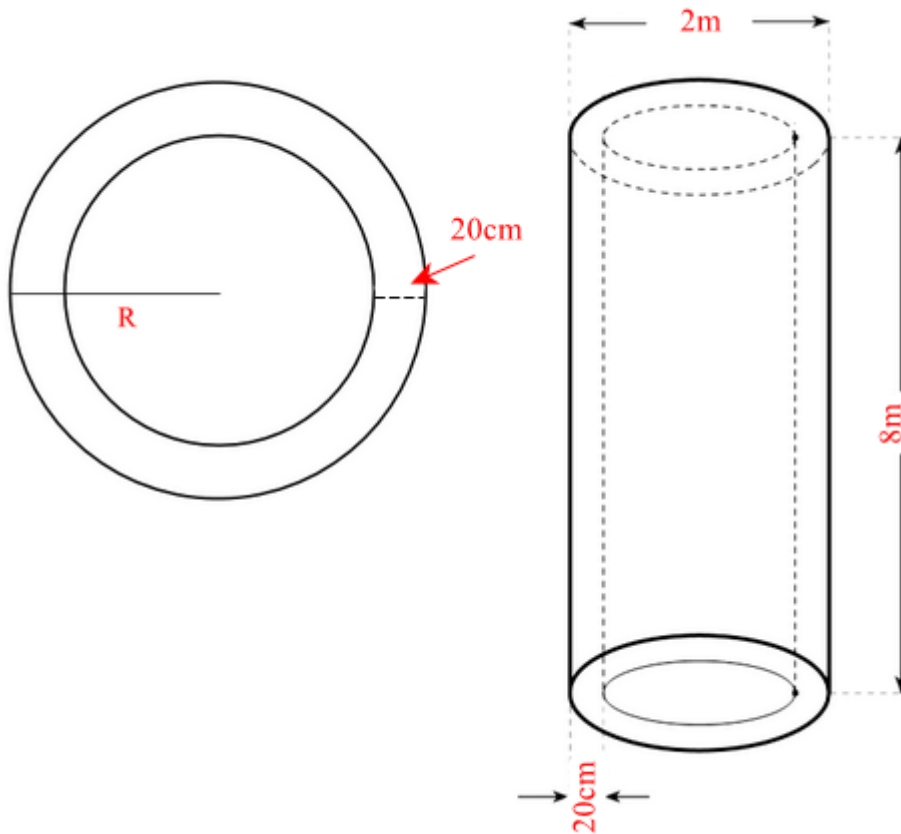
b) Tính số tiền vật tư để làm một cống = tiền bê tông + tiền sắt.

Tính số cống cần dùng để kè 1km bờ biển.

Từ đó tính số tiền vật tư làm cống để kè được 1km bờ biển: số cống. số tiền vật tư để làm một cống.

**Lời giải**

Ta có hình minh họa như sau:



Đổi  $20\text{cm} = 0,2\text{m}$

a) Bán kính đáy của hình trụ lớn là:  $2 : 2 = 1$  (m)

Bán kính phần rỗng là:  $1 - 0,2 = 0,8$  (m)

Thể tích hình trụ lớn là:  $V_T = \pi r_T^2 h \approx 3,14.1^2.8 = 25,12$  ( $m^3$ )

Thể tích phần rỗng là:

$$V_r = \pi r_r^2 h = 3,14.0,8^2.8 = 16,0768$$
 ( $m^3$ )

Thể tích phần bê tông cần để làm cống là:

$$V_{bt} = 25,12 - 16,0768 = 9,0432 \approx 9$$
 ( $m^3$ )

Vậy thể tích phần bê tông cần để làm cống là khoảng  $9 m^3$ .

b) Số tiền vật tư để làm một cống là:

$$9.0,8 + 5,2 = 12,4$$
 (triệu đồng)

Đổi  $1\text{km} = 1000\text{m}$

Vì cứ  $20\text{m}$  bờ biển thì cần  $30$  cống nên  $1\text{km}$  bờ biển cần  $1000 : 20.30 = 1500$  (cống)

Do đó số tiền vật tư làm cống để kè được  $1\text{km}$  bờ biển là:  $1500.12,4 = 18600$  (triệu đồng).

Vậy số tiền vật tư làm công đê kè được 1km bờ biển là 18 600 triệu đồng.

**Câu 6 (1 điểm):** Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30/4.

a) Công ty dự kiến thuê hai loại xe: xe 45 chỗ và xe 30 chỗ để chở đoàn khách du lịch. Biết rằng số nhân viên của công ty là 390 người. Nếu tất cả mọi người đi thì tổng số xe cần thuê là 10 chiếc. Hỏi công ty cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại?

b) Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá, cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất?

### Phương pháp

a) Gọi số xe 45 chỗ và số xe 30 chỗ lần lượt là  $x$  (xe) và  $y$  (xe). ( $0 < x, y < 10; x, y \in \mathbb{N}^*$ )

Viết phương trình biểu diễn tổng số nhân viên của công ty là 390 người và tổng số xe cần thuê là 10 chiếc theo  $x$  và  $y$ .

Từ đó lập hệ phương trình.

Giải hệ phương trình để tìm số chiếc xe mỗi loại.

b) Gọi số lần giảm giá 100 nghìn đồng/tour là  $n$  (lần) ( $n < 20, n \in \mathbb{N}^*$ ).

Biểu diễn giá của tour và số người tham gia sau khi giảm  $n$  lần.

Từ đó ta có biểu thức biểu diễn doanh thu của công ty sau khi giảm giá tour  $n$  lần.

Biến đổi biểu thức để tìm giá trị lớn nhất.

Từ đó, tính doanh thu công ty sẽ đạt lớn nhất.

### Lời giải

a) Gọi số xe 45 chỗ và số xe 30 chỗ lần lượt là  $x$  (xe) và  $y$  (xe). ( $0 < x, y < 10; x, y \in \mathbb{N}^*$ )

Số người đi xe 45 chỗ là  $45x$ , số người đi xe 30 chỗ là  $30y$ . Vì tổng số nhân viên của công ty là 390 người nên ta có phương trình:

$$45x + 30y = 390 \quad (1)$$

Vì tổng số xe cần thuê là 10 chiếc nên ta có phương trình:

$$x + y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 45x + 30y = 390 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy công ty cần thuê 6 chiếc xe 45 chỗ và 4 chiếc xe 30 chỗ.

b) Đãi 100 nghìn đồng = 0,1 triệu đồng

Gọi số lần giảm giá 100 nghìn đồng/tour là  $n$  (lần) ( $n < 20, n \in \mathbb{N}^*$ ).

Giá của tour sau  $n$  lần giảm là:  $2 - 0,1n$  (triệu đồng).

Khi đó số người tham gia sau khi giảm  $n$  lần là:  $200 + 20n$  (người).

Doanh thu của công ty sau khi giảm giá tour  $n$  lần là:

$$(2 - 0,1n)(200 + 20n) = 20(2 - 0,1n)(10 + n) = 2(20 - n)(10 + n)$$

Xét biểu thức  $A = (20 - n)(10 + n)$



$$\begin{aligned}
 A &= (20 - n)(10 + n) \\
 &= 200 + 10n - n^2 \\
 &= 225 - (25 - 10n + n^2) \\
 &= 225 - (5 - n)^2
 \end{aligned}$$

Vì  $(5 - n)^2 \geq 0$  với mọi  $n$  nên  $225 - (5 - n)^2 \leq 225$

Dấu “=” xảy ra khi  $5 - n^2 = 0$  suy ra  $n = 5$ .

Để doanh thu của công ty sau khi giảm giá tour  $n$  lần là lớn nhất thì giá trị biểu thức  $A$  phải lớn nhất.

$A$  đạt giá trị lớn nhất khi  $n = 5$ .

Khi đó, doanh thu công ty sẽ đạt lớn nhất là  $2.225 = 450$  (triệu đồng).

Vậy giá mỗi tour là  $2 - 0,1.5 = 1,5$  triệu đồng thì doanh thu từ tour của công ty là lớn nhất.

**Câu 7 (3 điểm):** Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Qua  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $MA, MB$ . Vẽ đường kính  $BD$  và  $MD$  cắt  $(O)$  tại  $C$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  và  $AB$ .

a) Chứng minh tứ giác  $MAOB$  nội tiếp và  $MA^2 = MC.MD$ .

b) Gọi  $K$  là trung điểm của  $CD$ ,  $L$  là giao điểm của  $AH$  và  $MC$ . Chứng minh  $MH.MO = ML.MK$ .

c) Cho  $AB = R\sqrt{3}$  và  $MHC = 30^\circ$ . Tính  $MH$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OLH$  theo  $R$ .

### Phương pháp

**a) Chứng minh tứ giác  $MAOB$  nội tiếp**

Chứng minh  $\triangle OAM$  và  $\triangle OBM$  cùng nội tiếp đường tròn đường kính  $OM$ , suy ra  $M, A, O, B$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $OM$  hay  $MAOB$  nội tiếp.

**Chứng minh  $MA^2 = MC.MD$**

Chứng minh  $\triangle MCB \sim \triangle MBD$  (g.g) suy ra  $\frac{MC}{MB} = \frac{MB}{MD}$ , do đó  $MB^2 = MC.MD$

Sử dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra  $MB = MA$  nên  $MA^2 = MC.MD$ .

**b) Chứng minh  $MH.MO = MI.MK$**

Chứng minh  $\triangle ODC$  cân tại  $O$  có  $OK$  là đường trung tuyến nên  $OK$  đồng thời là đường cao của  $\triangle ODC$ , suy ra  $OK \perp CD$ .

Chứng minh  $OM$  là đường trung trực của  $AB$ .

Mà  $OM$  cắt  $AB$  tại  $H$  nên  $OM \perp AB$  tại  $H$  và  $H$  là trung điểm  $AB$ .

Chứng minh  $\triangle MKO \sim \triangle MHL$  (g.g), suy ra  $\frac{MK}{MH} = \frac{MO}{ML}$ , do đó  $MK.ML = MH.MO$

**c) Tính  $MH$  theo  $R$**

Vì  $H$  là trung điểm của  $AB$  nên tính được  $HB$  theo  $AB$ .

Sử dụng tỉ số lượng giác trong  $\triangle OHB$  vuông tại  $H$ :  $\sin HOB = \frac{HB}{OB}$  suy ra  $HOB$  hay  $MOB$ .

Sử dụng tỉ số lượng giác trong  $\triangle HBM$  vuông tại  $H$ :  $\tan HBM = \frac{MH}{HB}$  để tính  $MH$ .

**Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OLH$  theo  $R$**

Xét  $\triangle OLH$  vuông tại  $H$  nên  $\triangle OLH$  nội tiếp đường tròn đường kính  $OL$  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OLH$  là  $OL : 2$ . Do đó ta cần tính độ dài  $OL$ .

Chứng minh  $\triangle MBO \sim \triangle MHB$  (g.g), suy ra  $\frac{MB}{MH} = \frac{MO}{MB}$ , do đó  $MB^2 = MH.MO$

kết hợp với  $MB^2 = MC.MD$  (cmt) để có  $\frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}$

Chứng minh  $\Delta MCH \sim \Delta MOD$  (c.g.c), suy ra  $MHC = MDO = 30^\circ$

Sử dụng tỉ số lượng giác trong  $\Delta DKO$  vuông tại K:  $\sin KDO = \frac{KO}{DO}$  để tính KO.

Sử dụng tỉ số lượng giác trong  $\Delta OBM$  vuông tại B:  $\cos MOB = \frac{OB}{OM}$  để tính OM.

Áp dụng định lí Pythagore vào  $\Delta OKM$  vuông tại K để tính MK.

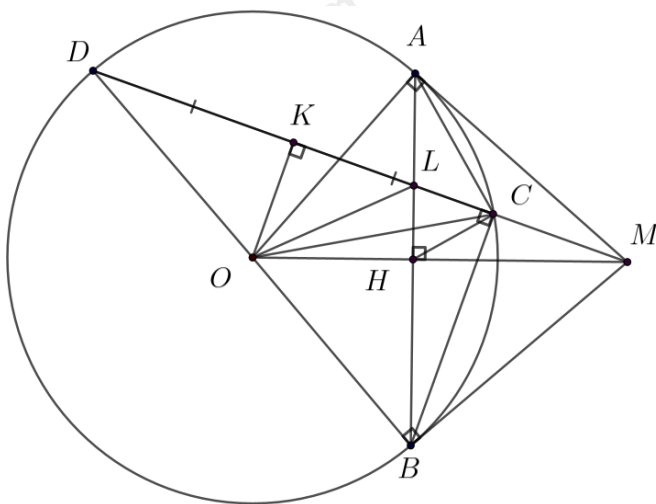
Từ  $\Delta MKO \sim \Delta MHL$  để tính HL.

Tính OH dựa vào OM, MH.

Áp dụng định lí Pythagore vào  $\Delta OLH$  vuông tại L để tính OL.

Do đó ta tính được bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta OLH$  là  $OL : 2$ .

**Lời giải**



**a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp**

Xét  $\Delta OAM$  vuông tại A ( $OAM = 90^\circ$ ) nên  $\Delta OAM$  nội tiếp đường tròn đường kính OM, suy ra O, A, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM (1)

Xét  $\Delta OBM$  vuông tại B ( $OBM = 90^\circ$ ) nên  $\Delta OBM$  nội tiếp đường tròn đường kính OM, suy ra O, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM (2)

Từ (1) và (2) suy ra M, A, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM hay MAOB nội tiếp.

**Chứng minh  $MA^2 = MC.MD$**

Ta có:  $DCB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét  $\Delta MCB$  và  $\Delta MBD$  có:

M chung

$MCB = MBD = 90^\circ$

nên  $\Delta MCB \sim \Delta MBD$  (g.g) suy ra  $\frac{MC}{MB} = \frac{MB}{MD}$ , do đó  $MB^2 = MC.MD$

Mà  $MB = MA$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên  $MA^2 = MC.MD$ .

**b) Chứng minh  $MH.MO = MI.MK$**

Xét  $\Delta ODC$  có:  $OD = OC$  (bán kính) nên  $\Delta ODC$  cân tại O.

Mà OK là đường trung tuyến (K là trung điểm CD) nên OK đồng thời là đường cao của  $\Delta ODC$ , suy ra  $OK \perp CD$ .

Ta có:

$MA = MB$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OB$  (bán kính)

nên  $OM$  là đường trung trực của  $AB$ .

Mà  $OM$  cắt  $AB$  tại  $H$  nên  $OM \perp AB$  tại  $H$  và  $H$  là trung điểm  $AB$ .

Xét  $\triangle MKO$  và  $\triangle MHL$  có:

$$\angle MKO = \angle MHL = 90^\circ \quad (OK \perp CD, OM \perp AB).$$

$M$  chung

nên  $\triangle MKO \sim \triangle MHL$  (g.g), suy ra  $\frac{MK}{MH} = \frac{MO}{ML}$ , do đó  $MK \cdot ML = MH \cdot MO$

**c) Tính  $MH$  theo  $R$**

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên } HB = \frac{AB}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Xét  $\triangle OHB$  vuông tại  $H$ , ta có:  $\sin \angle HOB = \frac{HB}{OB} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

suy ra  $\angle HOB = 60^\circ$  hay  $\angle MOB = 60^\circ$

Ta có:  $\angle HBM = \angle MOB = 60^\circ$  (cùng phụ với  $\angle HMB$ )

Xét  $\triangle HBM$  vuông tại  $H$  có:

$$\tan \angle HBM = \frac{MH}{HB}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{MH}{\frac{R\sqrt{3}}{2}}$$

$$MH = \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ$$

$$MH = \frac{3}{2}R$$

**Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OLH$  theo  $R$**

Xét  $\triangle OLH$  vuông tại  $H$  nên  $\triangle OLH$  nội tiếp đường tròn đường kính  $OL$  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OLH$  là  $OL : 2$ .

Xét  $\triangle MBO$  và  $\triangle MHB$  có:

$M$  chung

$\angle HBM = \angle MOB$  (cùng phụ với  $\angle HMB$ )

nên  $\triangle MBO \sim \triangle MHB$  (g.g), suy ra  $\frac{MB}{MH} = \frac{MO}{MB}$ , do đó  $MB^2 = MH \cdot MO$

Mà  $MB^2 = MC \cdot MD$  (cmt) nên  $MH \cdot MO = MC \cdot MD$

$$\text{suy ra } \frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}$$

Xét  $\triangle MCH$  và  $\triangle MOD$  có:

$M$  chung

$$\frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO} \quad (\text{cmt})$$

nên  $\triangle MCH \sim \triangle MOD$  (c.g.c), suy ra  $\angle MHC = \angle MDO = 30^\circ$

Xét  $\triangle DKO$  vuông tại K, ta có:

$$\sin KDO = \frac{KO}{DO}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{KO}{R}$$

$$KO = \sin 30^\circ \cdot R = \frac{R}{2}$$

Xét  $\triangle OBM$  vuông tại B, ta có:

$$\cos MOB = \frac{OB}{OM}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{R}{OM}$$

$$OM = \frac{R}{\cos 60^\circ} = 2R$$

Áp dụng định lý Pythagore vào  $\triangle OKM$  vuông tại K, ta có:

$$MK^2 = MO^2 - OK^2 = 4R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{15}{4}R^2 \text{ suy ra } MK = \frac{R\sqrt{15}}{2}$$

Mà  $\triangle MKO \sim \triangle MHL$  (cmt) nên  $\frac{MK}{MH} = \frac{KO}{HL}$

$$\text{Do đó } HL = \frac{KO \cdot MH}{MK} = \frac{\frac{R}{2} \cdot \frac{3}{2}R}{\frac{R\sqrt{15}}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{15}} \cdot R = \frac{\sqrt{15}}{10}R$$

Ta có:  $OH = OM - MH = 2R - \frac{3}{2}R = \frac{1}{2}R$

Áp dụng định lý Pythagore vào  $\triangle OLH$  vuông tại L, ta có:

$$OL^2 = HL^2 + OH^2 = \frac{15}{100}R^2 + \frac{1}{4}R^2 = \frac{2}{5}R^2 \text{ suy ra } OL = R\sqrt{\frac{2}{5}}$$

Xét  $\triangle OLH$  vuông tại H nên  $\triangle OLH$  nội tiếp đường tròn đường kính OL, do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OLH$  là:

$$OL : 2 = R\sqrt{\frac{2}{5}} : 2 = R\frac{\sqrt{10}}{10}$$