ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 6

MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

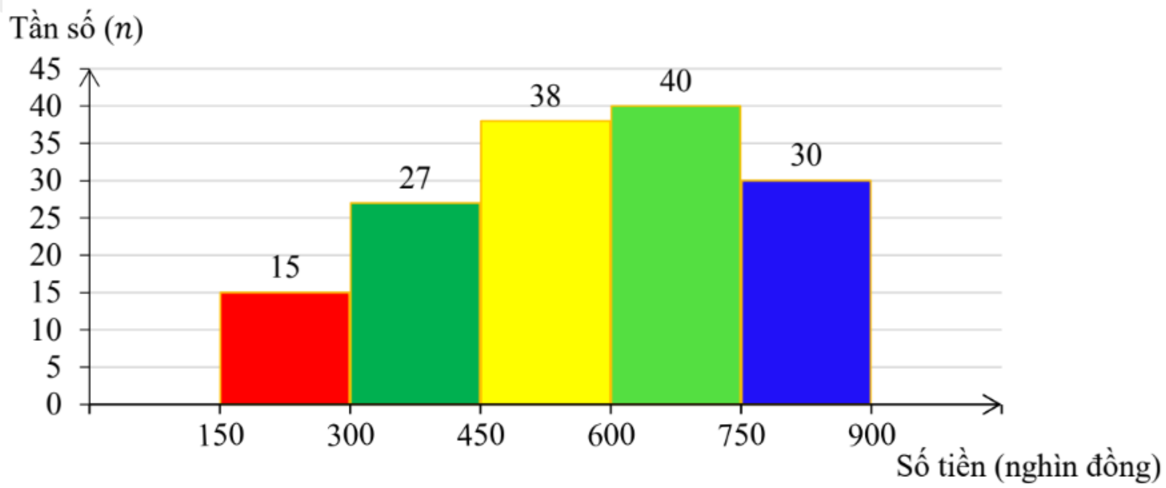
BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: ***(1,5 điểm)***

1) Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số nhỏ nhất.

2) Cho tập hợp A = {1;2;3}. Từ các chữ số của tập hợp A, viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Tính xác suất để số được viết có hai chữ số giống nhau.

Phương pháp

1) Chọn nhóm có tần số nhỏ nhất.

Tần số tương đối của nhóm bằng: tần số của nhóm : tổng . 100%.

2) Xác định không gian mẫu của phép thử, tính số phần tử của không gian mẫu.

Tính số kết quả thuận lợi của biến cố.

Xác suất của biến cố = số kết quả thuận lợi của biến cố : số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

1) Nhóm có tần số nhỏ nhất là nhóm [150;300) với tần số 15.

Tần số tương đối của nhóm có tần số nhỏ nhất là $\frac{15}{150}.100\% = 10\%$.

2) Không gian mẫu là: $\Omega = \{11;12;13;21;22;23;31;32;33\}$. Do đó $n(\Omega) = 9$.

Có 3 kết quả thuận chơi của biến cố "Số được viết có hai chữ số giống nhau" là {11;22;33}.

Vậy xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau là $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Câu 2: ***(1,5 điểm)*** Cho biểu thức $A = \frac{x + 2\sqrt{x}}{4}$; $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x}\right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ với $x > 0$, $x \ne 4$.

1) Tính giá trị của A với x = 9.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Xét biểu thức P = A.B. Chứng minh P < 0.

Phương pháp

1) Kiểm tra điều kiện của x. Nếu thỏa mãn, thay x = 9 vào A.

2) Kết hợp các tính chất của căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức.

3) Rút gọn P rồi chứng minh P < 0.

Lời giải

1) Thay x = 9 (thỏa mãn điều kiện) vào A, ta được:

$$A = \frac{9 + 2\sqrt{9}}{4} = \frac{15}{4}.$$

Vậy khi x = 9 thì $A = \frac{15}{4}$.

2) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x}\right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ (với $x > 0$, $x \ne 4$)

$$= \left[\frac{\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(2-\sqrt{x}\right)} + \frac{x+4}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}\right] . \frac{x-2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} - x + x + 4}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(2-\sqrt{x}\right)} . \frac{x-2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + 4}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(2-\sqrt{x}\right)} . \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{x}$$

$$= \frac{-2\sqrt{x} - 4}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} . \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{x}$$

$$= \frac{-2\left(\sqrt{x}+2\right)}{2+\sqrt{x}} . \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{x}}.$$

3) $P=\frac{x+2\sqrt{x}}{4}.\left(\frac{-2}{\sqrt{x}}\right)=\frac{-2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{4\sqrt{x}}=\frac{-\left(\sqrt{x}+2\right)}{2}$.

Ta có $\sqrt{x}+2>0$, suy ra $-\left(\sqrt{x}+2\right)<0$, do đó $\frac{-\left(\sqrt{x}+2\right)}{2}<0$.

Vậy P = A.B < 0.

Câu 3: ***(2,5 điểm)***

1) Anh Bình đến siêu thị để mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán bàn ủi và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?

2) Cho quãng đường từ địa điểm A tới địa điểm B dài 90 km. Lúc 6 giờ, một xe máy đi từ A tới B. 6 giờ 30 phút cùng ngày, một ô tô cũng đi từ A tới B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h. Hai xe cùng chạy trên một con đường và đến B cùng lúc. Tính vận tốc mỗi xe.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2-4x+m=0$ có một nghiệm $x=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Phương pháp

1) Gọi giá tiền niêm yết của một cái bàn ủi và một cái quạt điện lần lượt là x, y (0 < x, y < 850; đơn vị: nghìn đồng).

Biểu diễn tổng số tiền theo giá niêm yết và tổng số tiền sau khi được giảm giá theo hai biến x, y.

Lập hệ phương trình, giải hệ để tìm x, y.

2) Gọi x là vận tốc của xe máy (x > 0, đơn vị: km/h).

Biểu diễn vận tốc, thời gian di chuyển của xe máy và xe ô tô theo x.

Thời gian di chuyển từ A đến B của xe ô tô ít hơn xe máy 30 phút nên ta lập được phương trình.

Giải phương trình để tìm x, kiểm tra điều kiện và kết luận.

3) Thay nghiệm vào phương trình để tìm m.

Áp dụng định lí Viète để tính $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Lời giải

1) Gọi giá tiền niêm yết của một cái bàn ủi là x (nghìn đồng), giá tiền niêm yết của một cái quạt điện là y (nghìn đồng).

Điều kiện: 0 < x < 850, 0 < y < 850.

Tổng số tiền niêm yết của hai sản phẩm là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x+y=850$ (1)

Thực tế khi trả tiền:

- Số tiền anh Bình được giảm khi mua một cái bàn ủi là: $10\%x = 0,1x$ (nghìn đồng).

- Số tiền anh Bình được giảm khi mua một cái quạt điện là: $20\%x = 0,2x$ (nghìn đồng).

Vì anh Bình đã được giảm giá 125 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm trên nên ta có phương trình:

$0,1x + 0,2y = 125$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 850 \\ 0,1x + 0,2y = 125 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, được x = 450 (TMĐK) và y = 400 (TMĐK).

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc bàn ủi mà anh Bình đã mua là: 0,1.450 = 45 (nghìn đồng).

Số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc quạt điện mà anh Bình đã mua là: 0,2.400 = 80 (nghìn đồng).

2) Xe máy đi trước ô tô 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe máy là x (x > 0, đơn vị: km/h).

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h nên vận tốc của ô tô là x + 15 (km/h).

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x}$ (h).

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x+15}$ (h).

Do xe máy đi trước ô tô $\frac{1}{2}$ giờ và hai xe đều tới B cùng một lúc nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+15} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{90.2(x+15)}{2x(x+15)} - \frac{90.2x}{2x(x+15)} = \frac{x(x+15)}{2x(x+15)}$$

$$90.2(x+15) - 90.2x = x(x+15)$$

$$180x + 2700 - 180x - x^2 - 15x = 0$$

$$-x^2 - 15x + 2700 = 0$$

Giải phương trình trên, ta được x = -60 (không thỏa mãn) và x = 45 (thỏa mãn).

Vậy, vận tốc của xe máy là 45 km/h, vận tốc của ô tô là 60 km/h.

3) Phương trình $2x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ nên ta thay nghiệm đó vào phương trình:

$$2.\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)^2 - 4.\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right) + m = 0$$

$$7 + 2\sqrt{10} - 2\left(2+\sqrt{10}\right) + m = 0$$

Loigiaihay.com

$m = -3$.

Vậy phương trình bậc hai đề bài cho là $2x^2 - 4x - 3 = 0$.

Theo định lí Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-4}{2} = 2 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$

Tổng nghịch đảo hai nghiệm là:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{2}{\frac{-3}{2}} = -\frac{4}{3}.$$

Câu 4: ***(4 điểm)***

1) Một trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy trục lăn là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn trục lăn trọn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là bao nhiêu cm^2 (giả sử các đường lăn không chồng lấn lên nhau, lấy $\pi = 3{,}14$).

2) Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H. Gọi K là trung điểm của BC.

a) Chứng minh ΔAEF đồng dạng ΔABC.

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N. Gọi I là trung điểm của MN, J là trung điểm của AH. Chứng minh tứ giác AFHI nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Phương pháp

1) Tìm bán kính đường tròn đáy trục lăn.

Tính diện tích xung quanh S_{xq} của trục lăn.

Diện tích phủ sơn sau 15 vòng là $15S_{xq}\ \left(cm^2\right)$.

2)

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp, suy ra $FBC = AEF$.

Từ đó chứng minh $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (g.g).

b) Gọi P là giao điểm của AO và EF.

Chứng minh $EAP + AEP = 90^\circ$, từ đó suy ra $AO \perp EF$.

Truy cập https://loigiaihay.com/ để xem lời giải SGK, SBT, VBT từ lớp 1 - lớp 12 tất cả các môn

c) Các bước chứng minh tứ giác AFHI nội tiếp:

+ ΔAMN cân tại A (do $AMN = MBH + MHB = NCH + NHC = ANM$).

+ $AFH = AIH = 90^o$.

Các bước chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng:

+ IJ là đường trung trực của EF.

+ K cách đều E, F.

Lời giải

1) Bán kính đường tròn đáy trục lăn là 5 : 2 = 2,5 cm.

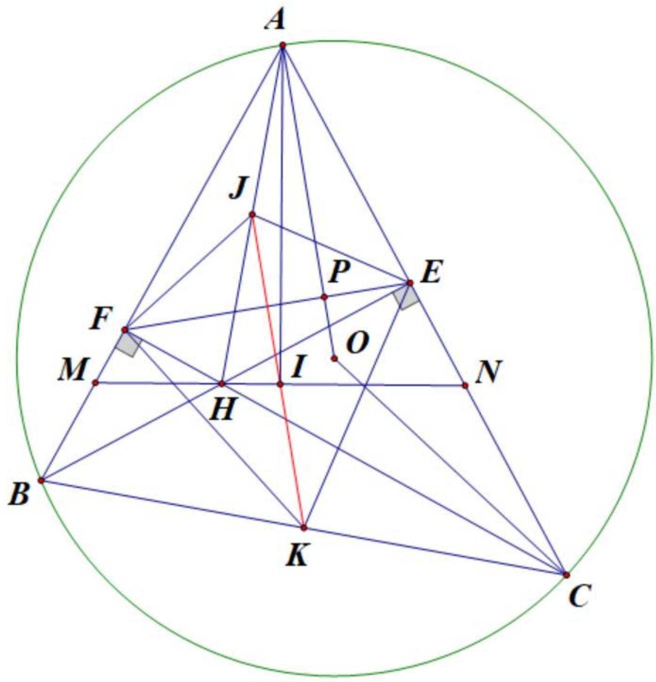
Trục lăn sơn có dạng hình trụ nên diện tích xung quanh trục lăn là:

$S_{xq} = 2\pi rh = 2.3,14.2,5.23 = 361,1 \left(cm^2\right)$.

Sau khi lăn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là:

$361,1.15 = 5416,5 \left(cm^2\right)$.

2)



a) Vì BE, CF là hai đường cao của ΔABC nên $BFC = BEC = 90^o$.

Do đó, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC, tức tứ giác BFEC nội tiếp.

Suy ra $FBC + FEC = 180^o$; mà $FEA + FEC = 180^o$ (góc kề bù) nên $FBC = AEF$.

Xét ΔAEF và ΔABC có:

BAC chung;

$FBC = AEF$ (chứng minh trên).

Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (g.g).

b) Gọi P là giao điểm của AO và EF.

Ta có $ABC = \frac{1}{2}AOC$ vì ABC là góc nội tiếp và AOC là góc ở tâm cùng chắn cung AC.

Vì A, C cùng thuộc đường tròn tâm O nên OA = OC, suy ra ΔOAC cân tại O.

Do đó $EAO = \frac{180^o - AOC}{2} = \frac{180^o}{2} - \frac{AOC}{2} = 90^o - ABC$.

Mà $ABC = AEF$ nên $EAO = 90^o - AEF$, suy ra $EAO + AEF = 90^o$ hay $EAP + AEP = 90^o$.

Xét ΔAPE có: $APE + EAP + AEP = 180^o$

+ $APE + 90^o = 180^o$

+ $APE = 90^o$.

Vậy $AO \perp EF$.

c) Vì HM là phân giác của FHB nên $MHB = \frac{1}{2}FHB$.

Vì HN là phân giác của EHC nên $NHC = \frac{1}{2}EHC$.

Mà $FHB = EHC$ (góc đối đỉnh) nên $MHB = NHC$.

Ta có:

+ $MBH + MHB = AMN$ (cùng bù với HMB);

+ $NCH + NHC = ANM$ (cùng bù với HNC);

+ $MHB = NHC$ (chứng minh trên);

+ $MBH = NCH$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EF).

Suy ra $AMN = ANM$, do đó ΔAMN cân tại A.

Mà I là trung điểm của MN nên AI vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao của ΔAMN, suy ra $AI \perp MN$.

Ta có $AFH = AIH = 90^o$ nên F, I cùng thuộc đường tròn đường kính AH, hay tứ giác AFHI nội tiếp.

Suy ra $FAH = FEH$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FH) (1)

Ta có:

+ $PAE + PEA = 90^o$;

+ $FEH + PEA = 90^o$.

Suy ra $PAE = FEH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $FAH = PAE$ (3)

Ta có AI là đường cao đồng thời là đường phân giác của ΔAMN cân tại A nên $MAI = NAI$, suy ra

$FAH + HAI = PAE + PAI$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $HAI = PAI$ (5)

Vì ΔHAI vuông tại I có đường trung tuyến IJ ứng với cạnh huyền nên JA = JI, do đó ΔAJI cân tại J, suy ra $\widehat{HAI} = \widehat{JIA}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{JIA} = \widehat{PAI}$, mà hai góc trên ở vị trí so le trong nên JI // AO.

Mà $AO \perp EF$ nên $IJ \perp EF$ (*)

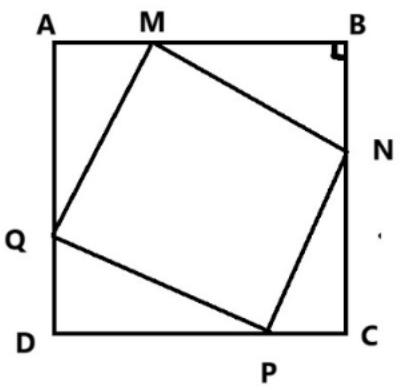
Ta có $\widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ nên F, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH, hay tứ giác AFHI nội tiếp đường tròn tâm J. Do đó JF = JE (**)

Từ (*) và (**) suy ra JI là đường trung trực của đoạn thẳng EF.

Vì tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC với K là trung điểm của BC, suy ra KF = KE.

Do đó, K thuộc đường trung trực của IJ của EF, hay J, I, K thẳng hàng.

Câu 5: ***(0,5 điểm)*** Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

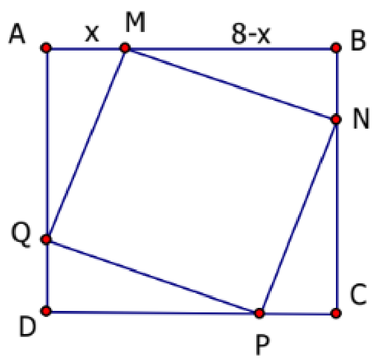


Phương pháp

Diện tích hình vuông MNPQ nhỏ nhất khi tổng diện tích S của 4 tam giác vuông ở 4 góc hình vuông ABCD lớn nhất.

Lập công thức tính diện tích tổng 4 tam giác, áp dụng bất đẳng thức Cauchy để tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải



Đặt AM = x (0 < x < 8, đơn vị: mét), khi đó MB = 8 – x (m).

Ta có $\Delta AMQ = \Delta BNM = \Delta CPN = \Delta DQP$.

Diện tích hình vuông MNPQ nhỏ nhất khi tổng diện tích S của 4 tam giác vuông ở 4 góc hình vuông ABCD lớn nhất.

Ta có $S = 4.\frac{1}{2}AM.AQ = 2AM.AQ = 2AM.MB\ \left(m^2\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương là độ dài đoạn thẳng AM và MB, ta có:

$AM^2 + MB^2 \ge 2AM.MB$

$AM^2 + 2AM.MB + MB^2 \ge 4AM.MB$

$\left(AM + MB\right)^2 \ge 4AM.MB$

$2AM.MB \le \frac{\left(AM + MB\right)^2}{2}$

$S \le \frac{8^2}{2}$

$S \le 32$.

Dấu "=" xảy ra khi $AM = MB = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

Vậy, khi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA thì hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất.