ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

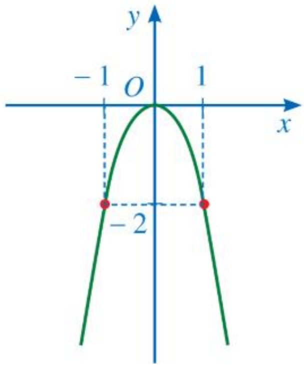
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Chọn	**B**	**B**	**C**	**C**	**C**	**A**	**D**	**B**	**D**	**A**	**C**	**B**

Câu 1. (TH) Cho đồ thị hàm số $y = ax^2$ là parabol như hình vẽ. Khi đó giá trị của a bằng



A. 2.　**B.** -2.　**C.** $\frac{1}{2}$.　**D.** $\frac{-1}{2}$.

Phương pháp

Từ đồ thị hàm số xác định toạ độ một điểm thuộc đồ thị hàm số.

Thay toạ độ của điểm vào hàm số để tìm a.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy điểm (1;-2) thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$.

Thay $x = 1; y = -2$ vào hàm số $y = ax^2$, ta được:

$-2 = a.1^2$ suy ra $a = -2$.

Đáp án B

Câu 2. (NB) Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x - 4 = 0$.　**B.** $x^2 + 2x + 1 = 0$.　**C.** $x^2 - \sqrt{x} + 4 = 0$.　**D.** $0x^2 + 2x - 4 = 0$.

Phương pháp

Phương trình bậc hai một ẩn là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ với a, b, c là các hệ số, x là ẩn.

Lời giải

Trong các phương trình trên, chỉ có phương trình $x^2 + 2x + 1 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn.

Đáp án B

Câu 3. (TH) Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 23 và tích của chúng bằng 120. Vậy hai số cần tìm:

A. 23 và 120. **B.** 10 và 8. **C.** 15 và 8. **D.** 15 và 18.

Phương pháp

Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình bậc hai:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Giải phương trình để tìm hai số.

Lời giải

Vì hai số có tổng bằng 23 và tích bằng 120 nên hai số đó là nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - 23x + 120 = 0$.

Giải phương trình ta được hai nghiệm $x_1 = 15; x_2 = 8$.

Đáp án C

Câu 4. (NB) Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp $9A$ như sau:

Thời gian đến trường (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số tương đối	25%	35%	40%

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, ta dùng giá trị nào đại diện cho nhóm số liệu $[20;30)$.

A. 5. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 20.

Phương pháp

Giá trị đại diện cho nhóm số liệu $[a;b)$ là $\dfrac{a+b}{2}$.

Lời giải

Giá trị đại diện cho nhóm số liệu $[20;30)$ là: $\dfrac{20+30}{2} = 25$.

Đáp án C

Câu 5. (TH) Một hộp chứa 4 quả cầu cùng loại trong đó có 1 quả cầu đỏ, 1 quả cầu xanh và 2 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời ra hai quả cầu. Xác suất của biến cố “Chọn được 1 quả cầu đỏ và 1 quả cầu vàng” là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Phương pháp

Xác định số phần tử của không gian mẫu.

Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố.

Khi đó xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố và số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

Gọi các quả cầu đỏ, xanh, 2 quả cầu vàng lần lượt là Đ, X, V_1, V_2.

Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{ĐX, ĐV_1, ĐV_2, XV_1, XV_2, V_1V_2\}$

Không gian mẫu có 6 phần tử.

Kết quả thuận lợi cho biến cố "Chọn được 1 quả cầu đỏ và 1 quả cầu vàng" là: $ĐV_1$, $ĐV_2$.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Vậy xác suất của biến cố "Chọn được 1 quả cầu đỏ và 1 quả cầu vàng" là: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Đáp án C

Câu 6. (TH) Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 24$ cm, $AC = 18$ cm. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. 30πcm. **B.** 225πcm. **C.** 60πcm. **D.** 15πcm.

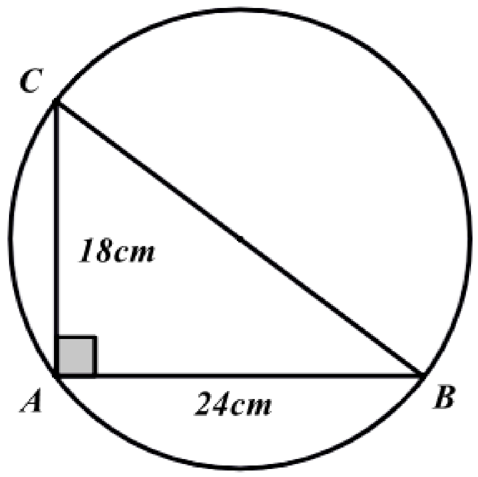
Phương pháp

Tính cạnh huyền của tam giác bằng định lí Pythagore.

Cạnh huyền chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp .

Sử dụng công thức tính chu vi đường tròn: $C = 2\pi r = d\pi$.

Lời giải



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 24^2 + 18^2 = 900$ suy ra $BC = \sqrt{900} = 30\,(cm)$

BC chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên chu vi đường tròn là: $C = 30\pi\,(cm)$.

Đáp án A

Câu 7. (TH) Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông có cạnh bằng 4 cm là:

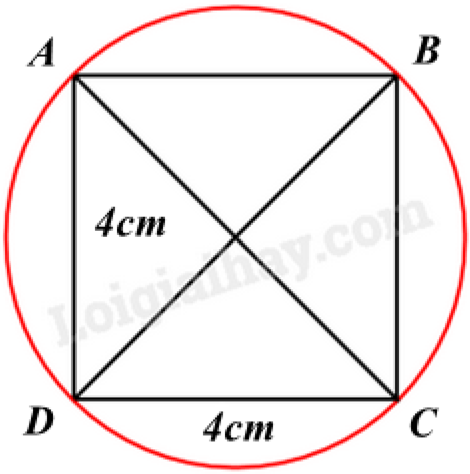
A. $3\sqrt{2}cm$. **B.** $4\sqrt{2}cm$. **C.** $\sqrt{2}cm$. **D.** $2\sqrt{2}cm$.

Phương pháp

- Sử dụng định lí Pythagore để tính đường chéo của hình vuông.

- Đường tròn ngoại tiếp của hình vuông có tâm là giao điểm của hai đường chéo và bán kính bằng một nửa độ dài đường chéo.

Lời giải



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$ suy ra $AC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,(cm)$

Khi đó độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD là: $\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)

Đáp án D

Câu 8. (NB). Trong các hình vẽ sau, hình nào có dạng đa giác đều?

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Phương pháp

Đa giác đều là một đa giác lồi có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau.

Lời giải

Hình 1, Hình 3, Hình 4 không phải đa giác lồi nên không phải đa giác đều.

Hình 2 là đa giác đều.

Đáp án B

Câu 9. (TH) Phép quay nào với O là tâm biến tam giác đều thành chính nó?

A. $90°$. **B.** $100°$. **C.** $110°$. **D.** $120°$.

Phương pháp

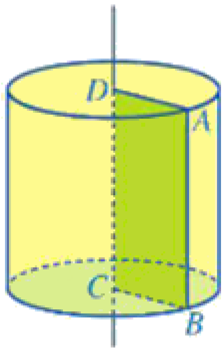
Các phép quay thuận chiều hoặc ngược chiều $\alpha°$ tâm O biến n-giác đều thành chính nó với $\alpha°$ nhận các giá trị: $\frac{k.360°}{n}$ với $k = 1; 2; ..; n$.

Lời giải

Các phép quay thuận chiều hoặc ngược chiều $\alpha°$ tâm O biến tam giác đều thành chính nó với $\alpha°$ nhận các giá trị: $\frac{360°}{3} = 120°; \frac{2.360°}{3} = 240°; \frac{3.360°}{3} = 360°$ nên ta chọn đáp án D.

Đáp án D

Câu 10. (NB) Cho hình trụ sau. Cạnh AB quét nên mặt xung quanh của hình trụ, mỗi vị trí của cạnh AB gọi là:



A. Đường sinh. **B.** Bán kính đáy. **C.** Chiều cao. **D.** Đường kính đáy.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về hình trụ.

Lời giải

Theo đặc điểm của hình trụ thì cạnh AB quét nên mặt xung quanh của hình trụ, mỗi vị trí của cạnh AB được gọi là một ***đường sinh***.

Đáp án A

Câu 11. (TH) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2cm$. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $2\sqrt{5}\pi cm^3$, tính thể tích của hình nón.

A. πcm^3. **B.** $\frac{5}{3}\pi cm^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi \mathrm{cm}^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi \mathrm{cm}^3$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi rl$ để tìm đường sinh.

Áp dụng công thức liên hệ $l^2 = r^2 + h^2$ để tính chiều cao của hình nón.

Khi đó ta tính được thể tích của hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Vì diện tích xung quanh của hình nón bằng $2\sqrt{5}\pi cm^3$ nên ta có:

$S_{xq} = \pi rl$

hay $2\sqrt{5}\pi = \pi.2.l$

suy ra $l = \dfrac{2\sqrt{5}\pi}{2\pi} = \sqrt{5}$.

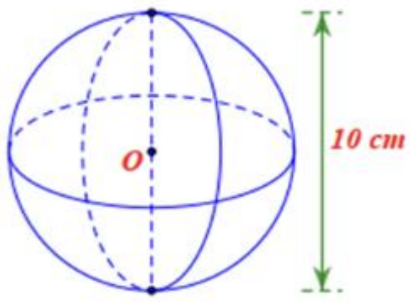
Ta lại có: $l^2 = r^2 + h^2$ hay $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 2^2 + h^2$

suy ra $h^2 = 5 - 4 = 1$ do đó $h = 1$.

Vậy thể tích của hình nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.2^2.1 = \dfrac{4}{3}\pi\ cm^3$.

Đáp án C

Câu 12. (NB) Cho hình vẽ dưới đây



Bán kính hình cầu bằng

A. $\sqrt{10}cm$. **B.** $5cm$. **C.** $10cm$. **D.** $20cm$.

Phương pháp

Tính bán kính dựa vào đường kính.

Lời giải

Bán kính của hình cầu là: $R = \dfrac{10}{2} = 5(cm)$

Đáp án B

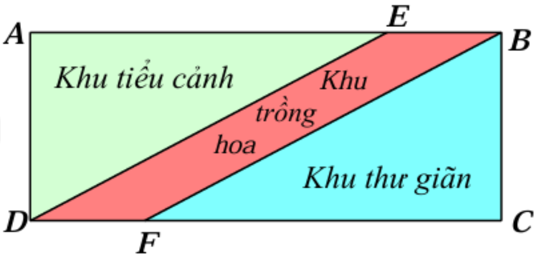
Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	**Câu 2**
a) Sai	**a) Đúng**
b) Đúng	**b) Đúng**
c) Đúng	**c) Sai**
d) Đúng	**d) Đúng**

Câu 1. Một mảnh vườn hình chữ nhật ABCD có chu vi và diện tích lần lượt là 70 m và 250 m^2. Người ta chia mảnh vườn đó thành ba khu vực: khu tiểu cảnh ADE, khu trồng hoa BEDF, khu thư giãn BCF với $BE = DF = 6m$ như mô tả ở hình bên. Gọi chiều dài của mảnh vườn của $x(m), x > 0$.



a) $x(70-x)=250$.

b) Chiều dài mảnh vườn là 25m, chiều rộng là 10m.

c) Diện tích khu tiểu cảnh là 60 m^2.

d) Người chủ vườn đã thuê người trồng hoa ở khu trồng hoa với chi phí là 50 000 đồng/ m^2 thì số tiền chủ vườn phải trả cho người trồng hoa để trồng hết khu vườn hoa đó là $3\ 000\ 000$ đồng.

Phương pháp

a) Gọi chiều dài của mảnh vườn của $x(m)$. Điều kiện: $x>0$.

Tính nửa chu vi của mảnh vườn, suy ra chiều rộng của mảnh vườn theo x.

Suy ra phương trình diện tích của mảnh vườn là 250 m^2.

b) Giải phương trình diện tích để tính chiều dài, chiều rộng.

c) Chứng minh khu trồng hoa BEDF là hình bình hành.

Tính diện tích hình bình hành: $S_{hbh}=$ chiều cao.cạnh đáy

d) Tính số tiền chủ vườn phải trả cho người trồng hoa để trồng hết khu vườn hoa:

= Diện tích vườn hoa . 50 000

Lời giải

a) Sai

Gọi chiều dài của mảnh vườn của $x(m)$. Điều kiện: $x>0$.

Nửa chu vi của mảnh vườn là: 70 : 2 = 35 (m)

Chiều rộng của mảnh vườn là: $35-x$ (m)

Do diện tích của mảnh vườn là 250 m^2 nên ta có phương trình:

$x(35-x)=250$

b) Đúng

Giải phương trình $x(35-x)=250$ ta được:

$x^2-35x+250=0$

$x_1=25; x_2=10$

Vậy chiều dài của mảnh vườn là 25 m và chiều rộng là 10 m.

c) Đúng

Do khu trồng hoa có BE = DF = 6 m và BE // DF nên khu trồng hoa BEDF là hình bình hành.

Diện tích hình bình hành là: $6.10 = 60\left(m^2\right)$

d) Đúng

Số tiền chủ vườn phải trả cho người trồng hoa để trồng hết khu vườn hoa đó là:

$60.\ 50\ 000 = 3\ 000\ 000$ (đồng).

Đáp án: SĐĐĐ

Câu 2. (VD) Minh thực hiện thí nghiệm với một cốc thủy tinh có dạng hình trụ, đường kính đáy 6 cm, chiều cao 10 cm. Minh bỏ một quả bóng bàn (đường kính 40 mm) vào cốc và rót thêm 200 cm^3 nước, sau đó mức nước dâng lên đến 7,2 cm. (lấy $\pi \approx 3{,}14$, làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm)

a) Lượng nước tối đa mà chiếc cốc thuỷ tinh có thể chứa là $282{,}6cm^3$.

b) Thể tích của quả bóng bàn là khoảng 33,49 cm^3.

c) Thể tích phần nổi của quả bóng bàn chiếm khoảng 10,36% tổng thể tích của nó.

d) Nếu quả bóng bàn bị nhấn chìm hoàn toàn, mức nước trong cốc sẽ cao hơn 7,5 cm.

Phương pháp

a) Tính bán kính đáy cốc thuỷ tinh.

Tính thể tích của chiếc cốc thuỷ tinh: $V = \pi r^2 h$

b) Tính bán kính quả bóng bàn.

Tính thể tích quả bóng bàn: $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

c) Tính thể tích nước và phần chìm của quả bóng bàn trong cốc: $V = \pi.r^2.h$

Khi đó thể tích phần chìm của quả bóng bàn trong cốc bằng thể tích nước và phần chìm của quả bóng – thể tích nước.

Tính thể tích phần nổi của quả bóng bàn: thể tích quả bóng bàn – thể tích phần chìm

Tính tỉ số phần trăm thể tích phần nổi với thể tích quả bóng.

d) Nếu quả bóng bàn bị nhấn chìm hoàn toàn thì ta tính thể tích nước và thể tích quả bóng bàn.

Mức nước = thể tích nước và thể tích quả bóng bàn : diện tích đáy của chiếc cốc.

Lời giải

a) Đúng

Bán kính đáy cốc thuỷ tinh là: $6:2 = 3\left(cm\right)$

Thể tích của chiếc cốc thuỷ tinh là: $V = \pi r^2 h = 3{,}14.3^2.10 = 282{,}6\left(cm^3\right)$

b) Đúng

Bán kính quả bóng bàn là: $40:2 = 20\left(mm\right) = 2\left(cm\right)$

Thể tích quả bóng bàn là: $V_{bb} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}.3{,}14.2^3 \approx 33{,}49\left(cm^3\right)$

c) Sai

Thể tích nước và phần chìm của quả bóng bàn trong cốc là: $V = \pi.r^2.h = 3{,}14.3^2.7{,}2 \approx 203{,}47\left(cm^3\right)$

Khi đó thể tích phần chìm của quả bóng bàn trong cốc là: $203{,}47 - 200 = 3{,}47\left(cm^3\right)$.

Do đó thể tích phần nổi của quả bóng bàn là: $33{,}49 - 3{,}47 = 30{,}02\left(cm^3\right)$

Thể tích phần nổi chiếm $\frac{30,02}{33,49}.100\% \approx 89,64\%$ thể tích quả bóng.

d) Đúng

Nếu quả bóng bàn bị nhấn chìm hoàn toàn thì thể tích nước và thể tích quả bóng bàn là:

$200 + 33,49 = 233,49\left(cm^3\right)$.

Khi đó mức nước là: $\frac{233,49}{\pi r^2} = \frac{233,49}{3,14.3^2} \approx 8,26(cm) > 7,5(cm)$ nên D đúng.

Đáp án: ĐĐSĐ

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4
Chọn	**2**	**15**	**4**	**168**

Câu 1. (TH) Cho hàm số $y = -3x^2$. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị của hàm số mà có tung độ bằng -1?

Phương pháp

Thay tung độ $y = -1$ vào hàm số $y = -3x^2$ để tìm x.

Lời giải

Thay $y = -1$ vào $y = -3x^2$, ta được:

$-1 = -3x^2$

$x^2 = \frac{1}{3}$

$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

Nên hai điểm $\left(\frac{\sqrt{3}}{3};-1\right);\left(-\frac{\sqrt{3}}{3};-1\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.

Đáp án: 2

Câu 2. (VD) Sau khi điều tra về thời gian tự học buổi tối của học sinh lớp 9A có 30 học sinh, ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Tần số tương đối	50%	20%	30%

Số học sinh tự học từ 1 tiếng trở lên bằng bao nhiêu?

Phương pháp

Xác định tần số tương đối của số học sinh tự học từ 1 tiếng trở lên.

Từ đó tính số học sinh khi biết tỉ số phần trăm của số học sinh đó.

Lời giải

Vì 60 phút = 1 tiếng nên số học sinh tự học từ 1 tiếng trở lên tương ứng với tổng tần số tương đối của nhóm [60;90) và [90;120).

Do đó tần số tương đối của số học sinh tự học từ 1 tiếng trở lên là: 20% + 30% = 50%

Số học sinh tự học từ 1 tiếng trở lên là: $30.50\% = 15$ (học sinh)

Đáp án: 15

Câu 3. (TH) Một bó hoa gồm 2 bông hoa màu đỏ, 1 bông hoa màu hồng và 1 bông hoa màu vàng. Bạn An chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó. Số kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có duy nhất 1 bông hoa màu đỏ" là bao nhiêu?

Phương pháp

Liệt kê các phần tử của không gian mẫu.

Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có duy nhất 1 bông hoa màu đỏ".

Lời giải

Kí hiệu: Bông hoa màu đỏ: $Đ_1$, $Đ_2$

Bông hoa màu hồng: H

Bông hoa màu vàng: V

Không gian mẫu là:

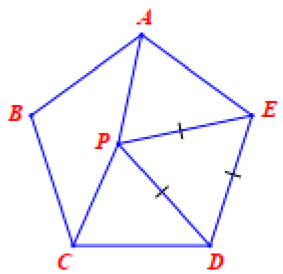
Ω = {($Đ_1$, $Đ_2$), ($Đ_1$, H), ($Đ_1$, V), ($Đ_2$, H), ($Đ_2$, V), (H, V)}

Trong các kết quả trên, các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có duy nhất 1 bông hoa màu đỏ" là: ($Đ_1$, H), ($Đ_1$, V), ($Đ_2$, H), ($Đ_2$, V).

Vậy có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có duy nhất 1 bông hoa màu đỏ".

Đáp án: 4

Câu 4. (VD) Cho ngũ giác đều *ABCDE* và một điểm *P* sao cho ΔDPE đều . Số đo APC bằng bao nhiêu độ?



Phương pháp

Đa giác đều có n cạnh bằng nhau và cũng có n góc bằng nhau nên có công thức tính số đo mỗi góc là: $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$.

Sử dụng tính chất góc của tam giác đều để tính góc của tam giác đều DPE.

Suy ra $AEP = CDP$.

Chứng minh $\Delta AEP, \Delta CDP$ cân suy ra số đo các góc $APE = CPD$.

Từ đó tính được $APC = 360° - EPD - APE - CPD$

Lời giải

Số đo mỗi góc của ngũ giác đều là: $\dfrac{(5-2).180°}{5} = 108°$.

Vì ΔDPE đều nên số đo $EPD = EDP = DEP = 60°$.

Ta có: $AEP = CDP = 108° - 60° = 48°$.

Vì ABCDE là ngũ giác đều và ΔDPE đều nên AE = ED = EP = PD = DC.

Do đó $\Delta AEP, \Delta CDP$ cân nên $APE = CPD = (180° - 48°) : 2 = 66°$.

Vậy $APC = 360° - 60° - 2.66° = 168°$.

Đáp án: 168

Phần IV

Câu 1 *(1 điểm)*. a) Tìm các điểm M thuộc (P): $y = \dfrac{-1}{4}x^2$ có tung độ gấp 2 lần hoành độ và khác 0.

b) Cho phương trình $x^2 - x - 10 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính $x_1^3 + x_2^3$.

Phương pháp

a) Biểu diễn điểm có tung độ gấp 2 lần hoành độ.

Thay vào hàm số $y = \dfrac{-1}{4}x^2$ để tìm M.

b) Dùng $ac < 0$ để xác định số nghiệm của phương trình.

Tính tổng và tích của hai nghiệm x_1, x_2 theo định lí Viète: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$.

Biến đổi biểu thức để xuất hiện tổng và tích của hai nghiệm.

Lời giải

a) Điểm có tung độ gấp 2 lần hoành độ có toạ độ $M(x_0; y_0) = M(x_0; 2x_0)$

Vì $y_0 = 2x_0$ nên $-\dfrac{1}{4}x_0{}^2 = 2x_0$

$-\frac{1}{4}x_0^{\ 2}-2x_0=0$

$x_0^{\ 2}+8x_0=0$

$x_0\left(x_0+8\right)=0$

$x_0=0$ hoặc $x_0=-8$

suy ra $y_0=0$ hoặc $y_0=-16$

Ta được $M\left(0;0\right)$ (loại) hoặc $M\left(-8;-16\right)$.

Vậy $M\left(-8;-16\right)$.

b) Vì $ac=1.\left(-10\right)=-10<0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$.

Áp dụng định lí Viète, ta có:

$$\begin{cases} S=x_1+x_2=\dfrac{-\left(-1\right)}{1}=1 \\ P=x_1x_2=\dfrac{-10}{1}=-10 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
&x_1^3+x_2^3=\left(x_1+x_2\right)\left(x_1^2-x_1x_2+x_2^2\right)\\
&=\left(x_1+x_2\right)\left(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-3x_1x_2\right)\\
&=\left(x_1+x_2\right)\left[\left(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2\right)-3x_1x_2\right]\\
&=\left(x_1+x_2\right)\left[\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2\right]\\
&=1.\left[1^2-3.\left(-10\right)\right]\\
&=1+30\\
&=31
\end{aligned}$$

Vậy $x_1^3+x_2^3=31$.

Câu 2 *(1,5 điểm)*. Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường cao AD của ΔABC và đường kính AE của đường tròn (O). Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ B đến AE.

a) Chứng minh tứ giác ABDF nội tiếp.

b) Chứng minh: AB.AC = AD.AE.

c) Chứng minh: DF $\perp$ AC.

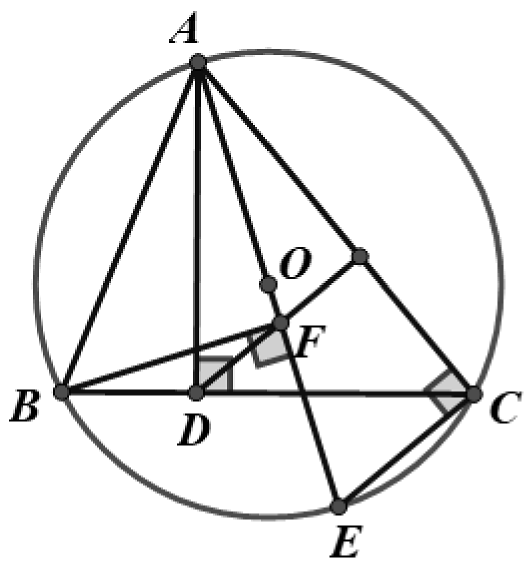
Phương pháp

a) Chứng minh ΔABD và ΔABF nội tiếp đường tròn đường kính AB nên bốn điểm A, B, D, F cùng thuộc 1 đường tròn đường kính AB hay tứ giác ABDF nội tiếp đường tròn đường kính AB.

b) Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta ACE$ (g.g) suy ra $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AB}{AE}$ nên AD.AE = AC.AB

c) Chứng minh $DFE = AEC$ suy ra DF // EC và EC ⊥ AC nên DF ⊥ AC

Lời giải



a) Xét ΔABD vuông tại D $\left(AD \perp BD\right)$ nên ΔABD nội tiếp đường tròn đường kính AB, suy ra A, B, D thuộc đường tròn đường kính AB.

Xét ΔABF vuông tại F $\left(AF \perp BF\right)$ nên ΔABF nội tiếp đường tròn đường kính AB, suy ra A, B, F thuộc đường tròn đường kính AB.

Do đó A, B, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính AB hay tứ giác ABDF nội tiếp đường tròn đường kính AB.

b) Vì $ACE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên ΔAEC vuông tại C.

Xét ΔABD và ΔAEC có:

$ADB = ACE\left(= 90^\circ\right)$

$ABD = AEC$ (hai góc nội tiếp chắn cung AC)

nên $\Delta ABD \backsim \Delta AEC\left(g.g\right)$

suy ra $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AC}{AE}$ nên $AD.AE = AC.AB$.

c) Vì ABDF là tứ giác nội tiếp nên $AFD + ABD = 180^\circ$ (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp)

Mà $AFD + DFE = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $ABD = DFE$

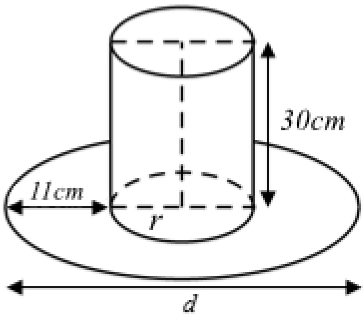
Kết hợp với $ABD = AEC$ (hai góc nội tiếp chắn cung AC)

Suy ra $DFE = AEC$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên DF // CE.

Mà $EC \perp AC$ ($ACE = 90^\circ$) nên $DF \perp AC$.

(VD) Câu 3 *(0,5 điểm)*. Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật gia gồm phần dạng hình trụ (có tổng diện tích vải là S_1) và phần dạng hình vành khuyên (có tổng diện tích vải là S_2 với các kích thước như hình vẽ). Tính tổng r + d sao cho biểu thức $P = 3S_2 - S_1$ đạt giá trị lớn nhất. (không kể viền, mép, phần thừa)



Phương pháp

Biểu diễn d bằng biểu thức chứa r.

Tính diện tích vải để may phần dạng hình trụ:

S_1 = diện tích xung quanh hình trụ + diện tích 1 đáy của hình trụ.

Tính diện tích vải để may phần dạng hình vành khuyên:

$S_2 = S_{vk} = \pi\left(R^2 - r^2\right)\left(R > r\right)$

Khi đó ta viết được biểu thức P.

Biến đổi biểu thức về dạng $P = \pi\left[A - f\left(x\right)^2\right] \le A\pi$. Khi đó giá trị lớn nhất của P là A khi $f\left(x\right) = 0$.

Lời giải

Ta có: $d = 2.11 + 2r = 2r + 22\left(cm\right)$

Diện tích vải để may phần dạng hình trụ là:

$$S_1 = 2\pi rh + \pi r^2 = 2.30.\pi r + \pi r^2 = 60\pi r + \pi r^2\left(cm^2\right)$$

Diện tích vải để may phần dạng hình vành khuyên là:

$$S_2 = \pi\left[\left(r + 11\right)^2 - r^2\right] = \pi\left(22r + 121\right)\left(cm^2\right)$$

Khi đó biểu thức P là:

$P = 3S_2 - S_1$

$= 3\pi\left(22r + 121\right) - 60\pi r - \pi r^2$

$= 66\pi r + 363\pi - 60\pi r - \pi r^2$

$= 363\pi + 6\pi r - \pi r^2$

$= \pi\left(363 + 6r - r^2\right)$

$= \pi\left[-r^2 + 6r - 9 + 372\right]$

$= \pi\left[-\left(r - 3\right)^2 + 372\right] \le 372\pi$

Dấu "=" xảy ra khi $r - 3 = 0$ suy ra $r = 3$. Khi đó P đạt giá trị lớn nhất.

Suy ra $d = 2.3 + 22 = 6 + 22 = 28\left(cm\right)$.

Vậy tổng $r + d = 3 + 28 = 31$ thì P đạt giá trị lớn nhất là 372π.