ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 7

MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: ***(1,5 điểm)***

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: cm) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	Tổng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối của nhóm [30;40).

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của biến cố X: "Trong hai điểm được chọn ra có điểm A".

Phương pháp

1) Xác định tần số của nhóm [30;40).

Tần số tương đối của nhóm bằng: tần số của nhóm : tổng . 100%.

2) Xác định không gian mẫu của phép thử, tính số phần tử của không gian mẫu.

Tính số kết quả thuận lợi của biến cố.

Xác suất của biến cố = số kết quả thuận lợi của biến cố : số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

1) Tần số ghép nhóm của nhóm [30;40) là 27.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30;40) là $\frac{27}{60}.100\% = 45\%$.

2) Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{AC; AD; AE; BC; BD; BE\}$. Do đó, $n(\Omega) = 6$.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố X là AC; AD; AE.

Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 2: ***(1,5 điểm)*** Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \ge 0$, $x \ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.

2) Chứng minh $B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B}\ge \frac{x}{4}+5$.

Phương pháp

1) Kiểm tra điều kiện của x. Nếu thỏa mãn, thay x = 9 vào A.

2) Kết hợp các tính chất của căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức.

3) Rút gọn $\frac{A}{B}$ rồi giải $\frac{A}{B}\ge \frac{x}{4}+5$ để tìm x.

Lời giải

1) Thay x = 9 (thỏa mãn điều kiện) vào A, ta được:

$$A=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1}=\frac{7}{2}.$$

Vậy khi x = 9 thì $A=\frac{7}{2}$.

2) $B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$ (với $x\ge 0,\ x\ne 1$)

$$=\frac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}-1}.$$

Vậy $B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0,\ x\ne 1$.

3) $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}:\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}.\left(\sqrt{x}-1\right)=\sqrt{x}+4$ (với $x\ge 0,\ x\ne 1$).

Để $\frac{A}{B}\ge \frac{x}{4}+5$ thì:

$$\sqrt{x}+4\ge \frac{x}{4}+5$$

$\frac{x}{4}-\sqrt{x}+1\le 0$

$x-4\sqrt{x}+4\le 0$

$\left(\sqrt{x}-2\right)^2\le 0$.

Mà $\left(\sqrt{x}-2\right)^2\ge 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định nên:

$\sqrt{x}-2=0$

$\sqrt{x}=2$

$x=4$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy để $\frac{A}{B}\ge \frac{x}{4}+5$ thì x = 4.

Câu 3: ***(2,5 điểm)***

1) Có hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20%, trộn hai dung dịch acid đó để được 0,5 kg dung dịch có nồng độ acid là 16%. Hỏi cần dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch acid nói trên?

2) Xe máy thứ nhất đi quãng đường từ Hà Nội về Nam Định hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai là 3 km. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội về Nam Định.

3) Cho phương trình $x^2-4\sqrt{3}x+8=0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $Q=x_1^3+x_2^3$.

Phương pháp

1) Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 10%, nồng độ 20% cần dùng lần lượt là x, y (0 < x, y < 500; đơn vị: gam).

Biểu diễn khối lượng dung dịch theo hai biến x, y.

Lập hệ phương trình, giải hệ để tìm x, y.

2) Gọi x là vận tốc của xe máy thứ nhất (x > 0, đơn vị: km/h).

Biểu diễn quãng đường di chuyển của hai xe máy theo x.

Vì cả hai xe cùng di chuyển từ Hà Nội về Nam Định (cùng quãng đường) nên ta lập được phương trình.

Giải phương trình để tìm x, kiểm tra điều kiện và kết luận.

3) Kiểm tra sự tồn tại của x_1,x_2 dựa vào Δ.

Biến đổi biểu thức A và áp dụng định lí Viète: $S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}$; $P=x_1.x_2=\frac{c}{a}$.

Lời giải

1) Đổi: 0,5 kg = 500 g.

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 10% đem trộn là x (0 < x < 500, đơn vị: gam).

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 20% đem trộn là y (0 < y < 500, đơn vị: gam).

Vì trộn x (g) dung dịch acid nồng độ 10% với y (g) dung dịch acid nồng độ 20% được 500 g acid mới nên ta có phương trình: $x + y = 500$ (1)

Vì trộn hai dung dịch acid cùng loại có nồng độ lần lượt là 10% và 20% được 500 g dung dịch có nồng độ 16% nên ta có phương trình: $10\%.x + 20\%.y = 16\%.500$, rút gọn được $0,1x + 0,2y = 80$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ: $\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,1x + 0,2y = 80 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, được x = 200 và y = 300 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy ta cần lượng dung dịch acid loại có nồng độ 10% là 200 g, lượng dung dịch acid loại có nồng độ 20% là 300 g.

2) Đổi: 3 giờ 20 phút = $\frac{10}{3}$ giờ, 3 giờ 40 phút = $\frac{11}{3}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất là x (km/h), khi đó vận tốc của xe máy thứ hai là x – 3 (km/h).

Điều kiện: x > 3.

Xe máy thứ nhất đi từ Hà Nội về Nam Định với tốc độ x (km/h) trong thời gian $\frac{10}{3}$ (giờ); xe máy thứ hai đi cùng quãng đường với tốc độ x – 3 (km/h) trong thời gian $\frac{11}{3}$ (giờ). Do đó, quãng đường từ Hà Nội đến Nam Định là:

$\frac{10}{3}x = \frac{11}{3}(x - 3)$

$\frac{10}{3}x = \frac{11}{3}x - 11$

$10x = 11x - 33$

$x = 33$ (thỏa mãn).

Vậy tốc độ của xe máy thứ nhất là 33 km/h, tốc độ của xe máy thứ hai là 30 km/h, quãng đường từ Hà Nội về Nam Định là $\frac{10}{3}.33 = 110$ km.

3) Phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có $\Delta' = \left(-2\sqrt{3}\right)^2 - 1.8 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.

Áp dụng hệ thức Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8 \end{cases}$

$Q = {x_1}^3 + {x_2}^3$

$= (x_1 + x_2)\left({x_1}^2 - x_1x_2 + {x_2}^2\right)$

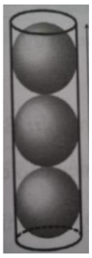
$= (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right]$

$= \left(4\sqrt{3}\right)\left[\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 3.8\right] = 96\sqrt{3}$.

Vậy $Q = x_1^3 + x_2^3 = 96\sqrt{3}$.

Câu 4: ***(4 điểm)***

1) Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính 6 cm.



a) Tính thể tích hộp đựng.

b) Tính thể tích phần khoảng không trong hộp.

2) Từ điểm A nằm ngoài (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của (O).

a) Chứng minh BD // AO.

b) AD cắt (O) tại E (A, E, D theo thứ tự). Chứng minh rằng $AB^2 = AE.AD$.

c) Vẽ $BH \perp DC$ tại H. Gọi I là trung điểm của BH. Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.

Phương pháp

1)

a) Tính chiều cao, bán kính của hộp dựa vào số các quả bóng vừa khít trong hộp.

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h$.

b) Tính thể tích 3 quả bóng trong hộp.

Lấy thể tích hộp trừ đi thể tích 3 quả bóng, ta được thể tích phần trống trong hộp.

2)

a) Chứng minh OA và BD cùng vuông góc với BC, suy ra OA // BD.

b) Chứng minh $\Delta AEC \backsim \Delta ACD$, suy ra $AC^2 = AE.AD$, mà AB = AC nên $AB^2 = AE.AD$.

c) Chứng minh $\Delta HDB \backsim \Delta COA$, suy ra $\dfrac{HD}{CD} = \dfrac{HI}{AC}$.

Từ đó, chứng minh $\Delta HDI \backsim \Delta CDA$, suy ra hai tia DI và DA trùng nhau.

Kết luận A, I, D thẳng hàng.

Lời giải

1)

a) Chiều cao của hộp là: 6.3 = 18 (cm).

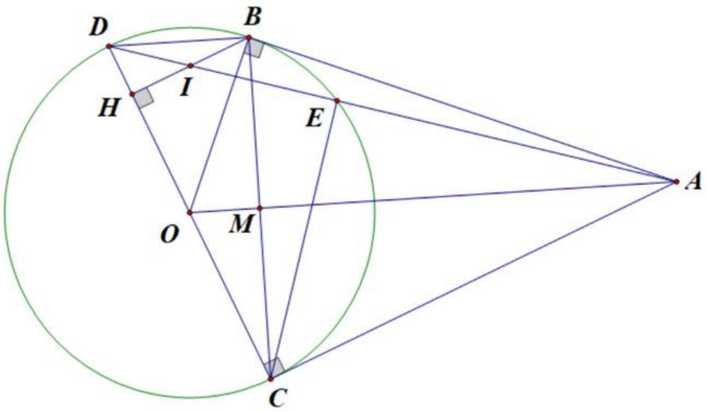
Bán kính của đáy hộp là: 6 : 2 = 3 (cm).

Thể tích hộp là: $V_h = \pi r^2 h = \pi.3^2.18 = 162\pi \ \left(cm^3\right)$.

b) Thể tích 3 quả bóng là: $V_b = 3.\frac{4}{3}\pi r^3 = 3.\frac{4}{3}\pi.3^3 = 108\pi \ \left(cm^3\right)$.

Tính thể tích phần khoảng không trong hộp là: $V = V_h - V_b = 162\pi - 108\pi = 54\pi \ \left(cm^3\right)$.

2)



a) Gọi M là giao điểm của OA và BC.

Vì B thuộc (O) có đường kính CD nên $CBD = 90^o$, hay $BD \perp BC$ (1)

Vì AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên OA là tia phân giác của BOC.

Mà ΔBOC cân tại O (do OB = OC), suy ra OM vừa là đường phân giác, vừa là đường cao của ΔBOC.

Do đó $OA \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra OA // BD (cùng vuông góc với BC).

b) Vì E thuộc (O) có đường kính CD nên $CED = 90^o$, hay $CE \perp AD$.

Xét ΔAEC và ΔACD:

+ $AEC = ACD = 90^o$;

+ A chung.

Suy ra $\Delta AEC \backsim \Delta ACD$ (g.g), do đó $\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AD}$, suy ra $AC^2 = AE.AD$.

Mà AB = AC nên $AB^2 = AE.AD$.

c) Vì BD // AO (chứng minh trên) nên $HDB = COA$ (góc đồng vị).

Xét ΔHDB và ΔCOA:

+ $DHB = OCA = 90^o$;

+ $HDB = COA$ (chứng minh trên).

Suy ra $\Delta HDB \backsim \Delta COA$ (g.g), do đó $\frac{HD}{OC} = \frac{BH}{AC}$, vì vậy $\frac{HD}{2OC} = \frac{BH}{2AC}$.

Mà CD = 2OC, BH = 2HI (vì O, I lần lượt là trung điểm của CD, BH).

Suy ra $\frac{HD}{CD}=\frac{2HI}{2AC}$, do đó $\frac{HD}{CD}=\frac{HI}{AC}$.

Xét ΔHDI và ΔCDA:

+ $DHI = DCA = 90^{o}$;

+ $\frac{HD}{CD}=\frac{HI}{AC}$ (chứng minh trên).

Suy ra $\Delta HDI \backsim \Delta CDA$ (c.g.c), khi đó $HDI = CDA$, tức hai tia DI, DA trùng nhau.

Vậy ba điểm A, I, D thẳng hàng.

Câu 5: ***(0,5 điểm)*** Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích 54π $\left(m^3\right)$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 nghìn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Phương pháp

Gọi bán kính đáy bồn chứa là r (mét, r > 0), chiều cao bồn chứa là h (mét, h > 0).

Tính h theo r. Lập công thức tính diện tích toàn phần của bồn chứa theo r.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương để tìm diện tích xung quanh nhỏ nhất của bồn chứa.

Tính giá tiền ứng với diện tích xung quanh nhỏ nhất vừa tìm được.

Lời giải

Gọi bán kính đáy bồn chứa là r (mét, r > 0), chiều cao bồn chứa là h (mét, h > 0).

Thể tích bồn chứa là $V=\pi r^2h=54\pi$, suy ra $h=\frac{54\pi}{\pi r^2}=\frac{54}{r^2}$ (m).

Diện tích toàn phần của bồn chứa là:

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+2\pi r.\frac{54}{r^2}=2\pi r^2+\frac{108\pi}{r}=2\pi r^2+\frac{54\pi}{r}+\frac{54\pi}{r}\ \left(m^2\right).$$

Để chi phí xây dựng thấp nhất thì diện tích toàn phần của bồn phải nhỏ nhất.

Ta có:

$S=2\pi r^2+\frac{54\pi}{r}+\frac{54\pi}{r}\ge 3\sqrt[3]{2\pi r^2.\frac{54\pi}{r}.\frac{54\pi}{r}}$ (bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương)

$S\ge 3\sqrt[3]{2.54.54.\pi^3}$

$S\ge 54\pi$.

Dấu "=" xảy ra khi $2\pi r^2=\frac{54\pi}{r}$

$2r^3=54$

$r=3$.

Khi đó số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả là $54\pi.500000\approx 84823002$ (đồng).