ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 1

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì II – chương trình Toán 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** D	**3)** C	**4)** A	**5)** D	**6)** A
7) C	**8)** A	**9)** D	**10)** B	**11)** C	**12)** C

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số y = sinx + 2cosx là

A. cosx – 2sinx + C
B. -cosx + 2sinx + C
C. cosx + 2sinx + C
D. -cosx – 2sinx + C

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lượng giác $\int \cos x dx = \sin x + C$, $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Lời giải chi tiết:

$\int (\sin x + 2\cos x)dx = -\cos x + 2\sin x + C$.

Đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số f(x) liên tục trên đoạn [a;b]. Hãy chọn mệnh đề sai dưới đây.

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

B. $\int_a^b kdx = k(b-a)$, $\forall k \in \mathbb{R}$

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, $c \in [a;b]$

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất của tích phân.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ nên $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$ sai.

Đáp án D.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 8x^3 - 6x$ là

A. $F(x) = 5x^4 - 4x^4 - 2x^2 + C$

B. $F(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^2 + C$

C. $F(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C$

D. $F(x) = x^5 - x^4 - x^2 + C$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Lời giải chi tiết:

$$\int f(x)dx = \int\left(5x^4 - 8x^3 - 6x\right) = 5.\frac{x^5}{5} - 8.\frac{x^4}{4} - 6.\frac{x^2}{2} + C = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C.$$

Đáp án C.

Câu 4. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx$.

A. $I = 7$

B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$

C. $I = 3$

D. $I = 5 + \pi$

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất tích phân và công thức nguyên hàm của hàm số lượng giác.

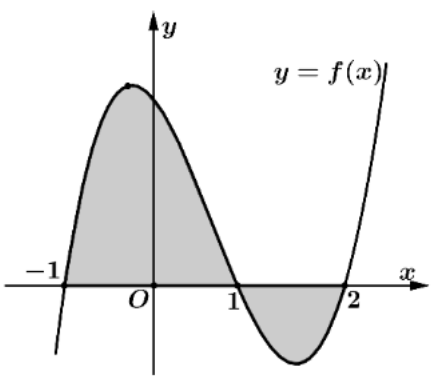
Lời giải chi tiết:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx = I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin xdx = 5 - 2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 5 - 2\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) = 5 - 2(0-1) = 7.$$

Đáp án A.

Câu 5. Cho hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường y = f(x), x = -1, x = 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{2}f(x)dx$

B. $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{2}f(x)dx$

C. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{2}f(x)dx$

D. $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{2}f(x)dx$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng: $S=\int_{a}^{b}|f(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

$S=\int_{-1}^{2}|f(x)|dx=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{2}f(x)dx$.

Đáp án D.

Câu 6. Trong không gian Oxyz, cho A(1;1;-2), B(2;0;3), C(-2;4;1). Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x-2y+z+2=0$

B. $x+y-2z-6=0$

C. $x+y-2z+2=0$

D. $2x+2y+z-2=0$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vecto pháp tuyến.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng qua A(1;1;-2) và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-4;4;-2)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình là:

$-4(x-1)+4(y-1)-2(z+2)=0\Leftrightarrow -4x+4y-2z-4=0\Leftrightarrow 2x-2y-z+2=0$.

Đáp án A.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d đi qua điểm M(2;-1;5) và nhận vecto $\vec{u}=(2;3;1)$ làm vecto chỉ phương. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=3-t\\z=1+5t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

B. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3-t\\z=-1+5t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

C. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=5+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

D. $\begin{cases}x=2-2t\\y=-1-3t\\z=5-t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

Phương pháp giải:

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ có phương trình là $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải chi tiết:

d đi qua điểm M(2;-1;5) có vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=5+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Đáp án C.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu có phương trình $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. I(-3;1;-2); R = 3
B. I(3;-1;2); R = 9
C. I(-3;1;-2); R = 9
D. I(3;-1;2); R = 3

Phương pháp giải:

Mặt cầu phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm I(a;b;c), bán kính R.

Lời giải chi tiết:

Mặt cầu phương trình $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ có tâm I(-3;1;-2), bán kính R = 3.

Đáp án A.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng d: $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và d’: $\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{1}$. Góc giữa d và d’ bằng

A. 45^o
B. 30^o
C. 60^o
D. 90^o

Phương pháp giải:

Hai đường thẳng d, d’ có vecto chỉ phương lần lượt là $\vec{u},\vec{u}'$ có $\cos(d,d')=\frac{|\vec{u}.\vec{u}'|}{|\vec{u}|.|\vec{u}'|}$.

Lời giải chi tiết:

Vecto chỉ phương của d, d’ lần lượt là $\vec{u}=(1;-1;2)$ và $\vec{u}'=(-1;1;1)$.

$$\cos(d,d')=\frac{|\vec{u}.\vec{u}'|}{|\vec{u}|.|\vec{u}'|}=\frac{|1.(-1)+(-1).1+2.1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=0.$$

Vậy góc giữa d và d’ bằng 90^o.

Đáp án D.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, đường thẳng d: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2-3t \\ z=t \end{cases}$ và điểm A(2;3;1). Mặt phẳng (P) đi qua điểm A vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. 2x + 3y + z + 6 = 0
B. x – 3y + z + 6 = 0
C. x – 3y + z – 6 = 0
D. -x + 3y – z + 5 = 0

Phương pháp giải:

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là vecto chỉ phương của đường thẳng d.

Lời giải chi tiết:

d có vecto chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; 1)$, đồng thời là vecto pháp tuyến của (P).

Do đó (P): $1(x-2) - 3(y-3) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + z + 6 = 0$.

Đáp án B.

Câu 11. Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với P(A) = 0,1997, P(B) = 0,1994. Tính P(A|B).

A. 0,1963
B. 0,1972
C. 0,1997
D. 0,1994

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

Lời giải chi tiết:

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên P(AB) = P(A).P(B).

Áp dụng công thức: $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{0,1997.0,1994}{0,1994} = 0,1997$.

Đáp án C.

Câu 12. Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau:

Giới tính / Thị lực	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn có tật khúc xạ" và B là biến cố "Học sinh được chọn là nữ". Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$ bằng

A. 0,5
B. 0,4
C. 0,3
D. 0,24

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần.

Lời giải chi tiết:

Có 18 + 12 = 30 học sinh bị tật khúc xạ nên $P(A) = \dfrac{30}{100} = 0,3$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = P(A) = 0,3$.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) ĐSĐS	2) SSĐĐ

Câu 1. Trong không gian Oxyz, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí A(4;0;0). Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

a) Điểm M(4;2;2) thuộc vùng phủ sóng.

b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+y^2+z^2=4$.

c) Một bức tường được xây gần đó có phương trình (P): x + y – z = 6 sẽ chắn sóng của thiết bị.

d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là hình tròn có bán kính bằng 4.

Phương pháp giải:

a) Áp dụng biểu thức tính khoảng cách giữa hai điểm. Nếu khoảng cách đó nhỏ hơn bán kính phủ sóng thì điểm M thuộc vùng phủ sóng.

b) Áp dụng quy tắc lập phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính.

c) Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (P). Nếu khoảng cách đỏ nhỏ nhỏ hơn bán kính phủ sóng thì bức tường chắn được sóng của thiết bị.

d) Áp dụng định lí Pythagore.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $AM=\sqrt{(4-4)^2+(2-0)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{2}<4$.

Khoảng cách từ M đến A nhỏ hơn bán kính phủ sóng nên M thuộc vùng phủ sóng.

b) Sai. Vùng phủ sóng là mặt cầu tâm A(4;0;0), bán kính R = 4 nên có phương trình:

$(x-4)^2+y^2+z^2=16$.

c) Đúng. $d(A,(P))=\dfrac{|1.4+1.0-1.0-6|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}<4$.

Vì khoảng cách từ bức tường tới thiết bị phát sóng nhỏ hơn bán kính phủ sóng nên bức tường đó chắn được sóng của thiết bị.

d) Sai. Bán kính vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là $\sqrt{4^2-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$.

Câu 2. Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn ttham gia câu lạc bộ cầu lông”.

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng”.

a) P(A) = 0,4.

b) P(B) = 0,625.

c) P(A|B) = 0,75.

d) Xác suất học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng, biết rằng học sinh đó đã tham gia câu lạc bộ cầu lông là 0,48.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất có điều kiện: $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Có 25 trong tổng số 40 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông nên $P(A)=\frac{25}{40}=0,625$.

b) Sai. Có 16 trong tổng số 40 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng nên $P(B)=\frac{16}{40}=0,4$.

c) Đúng. Xác suất chọn được học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ là $P(AB)=\frac{12}{40}=0,3$.

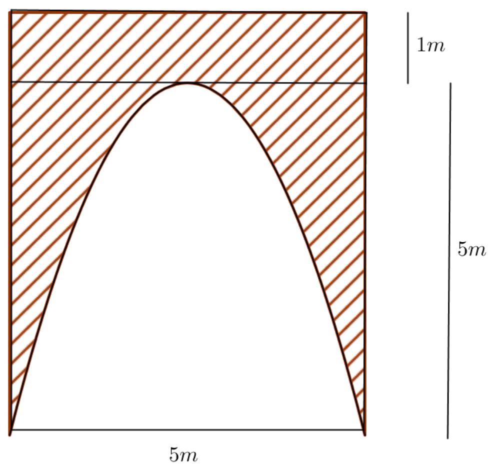
Ta có $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,3}{0,4}=0,75$.

d) Đúng. Ta có $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0,3}{0,625}=0,48$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 16	**2)** 0,29	**3)** 28	**4)** 6

Câu 1. Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi ông Hải cần bao nhiêu tiền (đơn vị: triệu đồng) để trang trí, biết giá thành trang trí là 1200000 đồng/m^2?

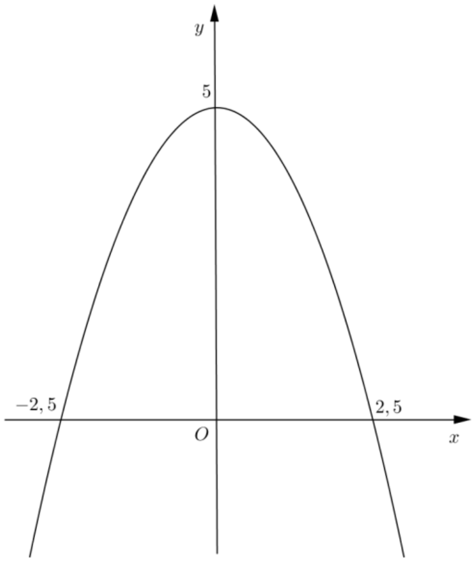


Phương pháp giải:

Gắn hệ trục tọa độ phù hợp. Từ các điểm thuộc đồ thị, tìm phương trình của parabol rồi áp dụng công thức tính diện tích bằng tích phân.

Lời giải chi tiết:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình.



Giả sử parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ (a < 0).

Vì parabol đi qua các điểm (0;5), (-2,5;0), (2,5;0) nên ta có:

$$\begin{cases} 5 = a.0^2 + b.0 + c \\ 0 = a.2,5^2 + b.2,5 + c \\ 0 = a.(-2,5)^2 + b.(-2,5) + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{4}{5} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{4}{5}x^2 + 5.$$

Diện tích lối vào giới hạn bởi cổng là: $S_1 = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{4}{5}x^2 + 5\right)dx = \frac{50}{3}\ \left(m^2\right)$.

Diện tích toàn bộ hình chữ nhật là 6.6 = 30 $\left(m^2\right)$.

Diện tích phần gạch chéo là: $S_2 = S - S_1 = 30 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3}\ \left(m^2\right)$.

Số tiền cần để trang trí là $\frac{40}{3}.1200000 = 16000000$ đồng = 16 triệu đồng.

Đáp án: 16.

Câu 2. Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A})$.

Lời giải chi tiết:

A: "Người đó nghiện thuốc lá". P(A) = 25% = 0,25.

$\overline{A}$: "Người đó không nghiện thuốc lá". P($\overline{A}$) = 1 – 25% = 75% = 0,75.

B: "Người đó mắc bệnh phổi".

Có 72% số người hút thuốc lá bị bệnh phổi nên P(B|A) = 72% = 0,72.

Có 86% số người không hút thuốc lá không bị bệnh phổi nên số người không hút thuốc lá bị bệnh phổi là 1 – 86% = 14% = 0,14, khi đó $P(B|\overline{A}) = 0,14$.

Áp dụng công thức: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285 \approx 0,29$.

Đáp án: 0,29.

Câu 3. Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1^oC. Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút $(0 \le t \le 5)$ được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ (^oC/phút). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số f(t). Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

Phương pháp giải:

Tính F(3) với $F(t) = \int f(t)dt$.

Lời giải chi tiết:

Nhiệt độ của bình là: $F(t) = \int f(t)dt = \int 3t^2dt = t^3 + C$.

Vì người ta bắt đầu truyền nhiệt cho bình nuôi cấy từ 1^oC nên:

$F(0) = 1 \Leftrightarrow 0^3 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$.

Suy ra $F(t) = t^3 + 1$.

Vậy nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt là $F(3) = 3^3 + 1 = 28$ (^oC).

Đáp án: 28.

Câu 4. Trong không gian với trục hệ tọa độ Oxyz, cho điểm H(1;2;3) là trực tâm của ΔABC với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng mx + ny + pz – 14 = 0 ($m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó m + n + p bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Lập phương trình mặt chắn (ABC), kết hợp với hệ $\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$ để tìm tọa độ ba điểm A, B, C.

Lời giải chi tiết:

Giả sử: A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c).

Ta có $\overrightarrow{AH}(1-a;2;3)$, $\overrightarrow{BH}(1;2-b;3)$, $\overrightarrow{BC}(0;-b;c)$, $\overrightarrow{AC}(-a;0;c)$.

Do H là trực tâm ΔABC nên ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 3c = 0 \\ -a + 3c = 0 \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và do $H \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -2b+3c=0 \\ -a+3c=0 \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ c=\dfrac{2b}{3} \\ \dfrac{1}{2b}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{9}{2b}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\dfrac{14}{3} \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Vậy m + n + p = 1 + 2 + 3 = 6.

Đáp án: 6.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Tính tích phân $A=\int_{-2}^{2}\left|x^2-1\right|dx$.

Phương pháp giải:

Xét dấu biểu thức để phá dấu trị tuyệt đối.

Lời giải chi tiết:

$A=\int_{-2}^{2}\left|x^2-1\right|dx$.

Xét $f(x)=x^2-1$ trên đoạn $[-2;2]$.

Cho $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-2;2] \\ x=1\in[-2;2] \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	-2		-1		1		2
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó: $A=\int_{-2}^{2}\left|x^2-1\right|dx=\int_{-2}^{-1}\left(x^2-1\right)dx+\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)dx+\int_{1}^{2}\left(x^2-1\right)dx$

$=\left(\dfrac{x^3}{3}-x\right)\Bigg|_{-2}^{-1}+\left(x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{1}+\left(\dfrac{x^3}{3}-x\right)\Bigg|_{1}^{2}=\left[\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right]+\left[\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right]+\left[\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right]=4.$

Câu 2. Trong không gian Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M(1;2;1), đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Phương pháp giải:

Gọi $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ lần lượt là các vecto chỉ phương của Δ_1, Δ_2.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua A(1;2;1) và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]$.

Lời giải chi tiết:

Δ_1 có một vecto chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;-1;1)$.

Δ_2 có một vecto chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1;2;-1)$.

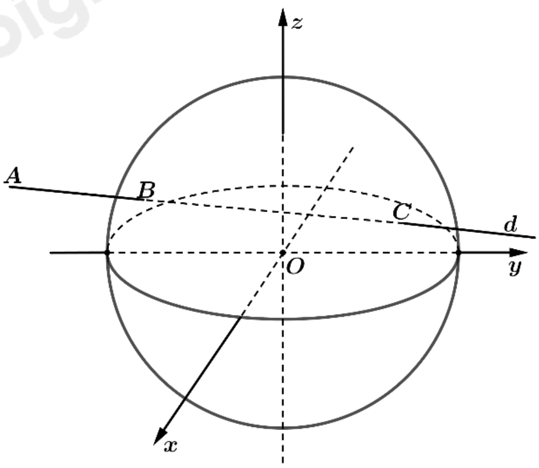
Ta có $\begin{cases} d \perp \Delta_1 \\ d \perp \Delta_2 \end{cases}$ nên d có một vecto chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.

Ta có $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) = (-1;2;3)$.

Vậy đường thẳng d đi qua A(1;2;1) và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (-1;2;3)$ có phương trình là

$\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ O(0;0;0), mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí A(-688;-185;8), chuyển động theo theo đường thẳng d có vecto chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Hãy xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.



Phương pháp giải:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}$.
- Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. B thuộc d nên tính tọa độ của B theo t.
- Để B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa thì OB = 417. Từ đó có phương trình theo ẩn t, giải phương trình tính t.
- Thay giá trị t tính được để tìm tọa độ B, so sánh giá trị và được ra kết luận.

Lời giải chi tiết:

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua A(-688;-185;8) và nhận $\vec{u} = (91;75;0)$ làm vecto chỉ phương

là $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$.

Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì $B \in d$ nên B(-688 + 91t; -185 + 75t; 8).

Vì B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa nên

$$OB = 417 \Leftrightarrow \sqrt{(-688+91t)^2+(-185+75t)^2+8^2} = 417$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=8 \end{array}\right.$$

Với t = 3 thì B(-415;408) suy ra $AB \approx 353,77$ km.

Với t = 8 thì B(-88;415;8) suy ra $AB \approx 848,53$ km.

Do 353,77 < 848,53 vị trí máy bay xuất hiện sớm nhất là B(-415;40;8).