

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	A	B	D	D	A	C	A	B	C

Câu 1. Cho hàm số $y = (-2m + 1)x^2$. Tìm giá trị của m để đồ thị đi qua điểm $A(-2; 4)$.

A. $m = 0$.B. $m = 1$.C. $m = 2$.D. $m = -2$.

Phương pháp

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2; 4)$ nên ta thay tọa độ điểm A vào hàm số để tìm m .

Lời giải

Để đồ thị đi qua điểm $A(-2; 4)$ thì điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = (-2m + 1)x^2$.

Thay $x = -2; y = 4$ vào hàm số $y = (-2m + 1)x^2$, ta được:

$$4 = (-2m + 1) \cdot (-2)^2$$

$$4 = 4(-2m + 1)$$

$$-2m + 1 = 1$$

$$-2m = 0$$

$$m = 0$$

Vậy $m = 0$ thì đồ thị đi qua điểm $A(-2; 4)$.

Đáp án A

Câu 2. Phương trình $x^2 - 2\sqrt{11}x + 3 = 0$ có Δ' bằng

A. 8.

B. 7.

C. 9.

D. 10.

Phương pháp

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) với $b' = \frac{b}{2}$ có hệ thức $\Delta' = b'^2 - ac$.

Lời giải

Phương trình $x^2 - 2\sqrt{11}x + 3 = 0$ có $a = 1; b' = \frac{-2\sqrt{11}}{2} = -\sqrt{11}; c = 3$ nên hệ thức

$$\Delta' = (-\sqrt{11})^2 - 1.3 = 11 - 3 = 8.$$

Đáp án A

Câu 3. Cho phương trình $x^2 + 7x - 15 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Khi đó giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$

A. 79.

B. 94.

C. - 94.

D. -79.

Phương pháp

Xét sự tồn tại nghiệm của hai phương trình theo a, c .

Sử dụng định lý Viète để biểu diễn $x_1 + x_2; x_1 \cdot x_2$ theo hệ số a, b, c .

Biến đổi biểu thức $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ để xuất hiện $x_1 + x_2; x_1 \cdot x_2$ rồi tính giá trị của biểu thức.

Lời giải

Phương trình $x^2 + 7x - 15 = 0$ có $a \cdot c = 1 \cdot (-15) = -15 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-7}{1} = -7; x_1 \cdot x_2 = \frac{-15}{1} = -15$.

Ta có:

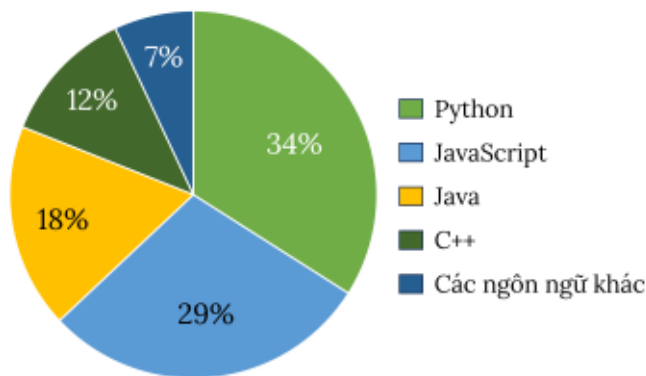
$$\begin{aligned} & x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 \\ &= (-7)^2 - 3 \cdot (-15) \\ &= 49 + 45 = 94 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 94$$

Đáp án B

Câu 4. Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.

Tần số tương đối
của các ngôn ngữ lập trình



Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó:

- A. Python. B. JavaScript. C. C++. D. Java.

Phương pháp

Số sánh tần số tương đối của các loại ngôn ngữ lập trình.

Lời giải

Ta có: $34\% > 29\% > 18\% > 12\% > 7\%$ nên ngôn ngữ lập trình được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó là Python (34%).

Đáp án A

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{1; 0; 5; 6\}$. Bạn Mai dùng 2 chữ số khác nhau từ A để tạo thành số có 2 chữ số.

Xác suất của biến cố “Số tạo thành chia hết cho 5” là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{1}{3}$.

Phương pháp

Xác định số phần tử của không gian mẫu.

Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố.

Khi đó xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố và số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{10; 15; 16; 51; 50; 56; 61; 60; 65\}$$

Không gian mẫu có 9 phần tử.

Kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tạo thành chia hết cho 5” là: 10; 15; 50; 60; 65.

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Vậy xác suất của biến cố “Số tạo thành chia hết cho 5” là: $\frac{5}{9}$.

Đáp án B

Câu 6. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có độ dài cạnh góc vuông 2 cm và nội tiếp đường tròn (O) . Bán kính của đường tròn (O) là

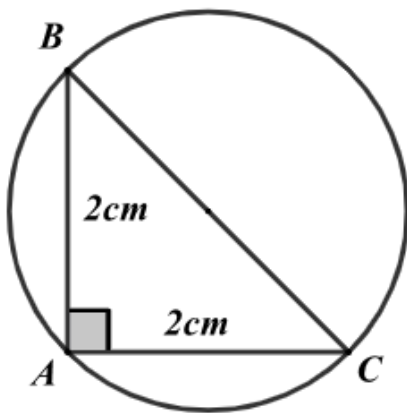
- A. 2 cm. B. 4 cm. C. $2\sqrt{2}$ cm. D. $\sqrt{2}$ cm.

Phương pháp

Tính cạnh huyền của tam giác bằng định lí Pythagore.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông bằng một nửa cạnh huyền.

Lời giải



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông cân tại A, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \text{ suy ra } BC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

Do đó độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Đáp án D

Câu 7. Cho hình vuông nội tiếp đường tròn (O; 5cm). Tính diện tích của hình vuông đó.

- A. 10cm^2 . B. 30cm^2 . C. 40cm^2 . D. 50cm^2 .

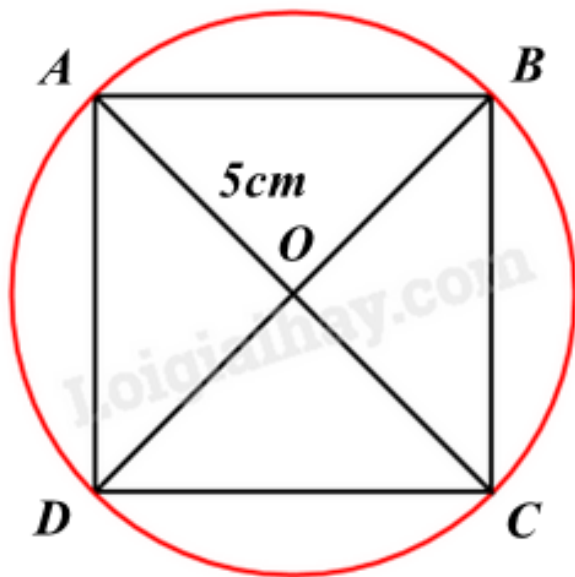
Phương pháp

- Đường tròn ngoại tiếp của hình vuông có tâm là giao điểm của hai đường chéo và bán kính bằng một nửa độ dài đường chéo.

Ta tính được đường kính đường tròn = đường chéo của hình vuông.

- Sử dụng định lí Pythagore suy ra diện tích hình vuông: $S = \text{cạnh} \cdot \text{cạnh}$.

Lời giải



Vì bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là 5cm nên độ dài AC là: $5 \cdot 2 = 10(\text{cm})$.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B , ta có:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$2AB^2 = 10^2$$

$$2AB^2 = 100$$

$$AB^2 = 50$$

Mà $S_{\text{h.v.}} = AB^2$ nên diện tích hình vuông $ABCD$ là 50cm^2 .

Đáp án D

Câu 8. Trong các hình ảnh sau, hình nào có cấu trúc dạng hình phẳng đều?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1, 2, 3.

B. Hình 1, 2, 3, 4.

C. Hình 2, 3, 4.

D. Hình 1, 3, 4.

Phương pháp

Đa giác đều là một đa giác lồi có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau.

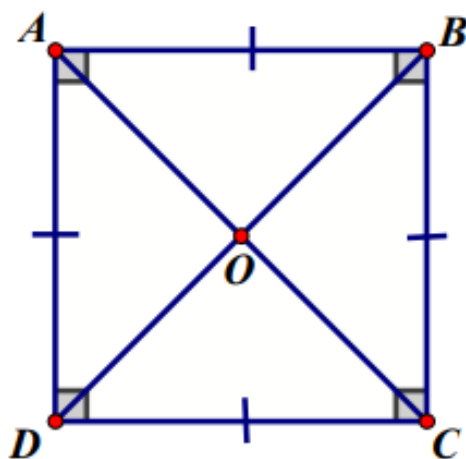
Lời giải

Hình 1, 2, 3 là các hình có cấu trúc dạng hình phẳng đều là hình lục giác đều.

Hình 4 không có cấu trúc dạng hình phẳng đều.

Đáp án A

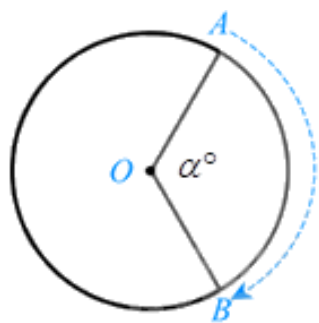
Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O . Phép quay thuận chiều kim đồng hồ 180° tâm O biến điểm A thành điểm nào?



- A. Điểm A . B. Điểm B . C. Điểm C . D. Điểm D .

Phương pháp

Phép quay thuận chiều α° tâm O biến điểm A thành điểm B .



Lời giải

Phép quay thuận chiều kim đồng hồ 180° tâm O biến điểm A thành điểm đối xứng với nó qua O (quay một góc 180°) nên là điểm C .

Đáp án C

Câu 10. Một hình trụ có chu vi đường tròn đáy bằng $4\pi a$, chiều cao a . Thể tích của hình trụ này bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. $16\pi a^3$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Phương pháp

Dựa vào chu vi đường tròn đáy để tính r .

Sử dụng công thức tính thể tích hình trụ: $V = \pi r^2 h$.

Giải

Vì chu vi đường tròn đáy của hình trụ bằng $4\pi a$ nên $2\pi r = 4\pi a$, suy ra $r = 2a$.

Lại có $h = a$ nên thể tích của hình trụ là:

$$V = \pi r^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$

Đáp án A

Câu 11. Cho hình nón có bán kính đáy $\pi = \sqrt{3}cm$, độ dài đường sinh $l = 4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó?

- A. $\sqrt{39}\pi (cm^2)$. B. $4\sqrt{3}\pi (cm^2)$. C. $12\pi (cm^2)$. D. $8\sqrt{3}\pi (cm^2)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi (cm^2)$$

Đáp án B

Câu 12. Cho hình cầu có thể tích là $V = 972\pi cm^3$. Tính đường kính của hình cầu.

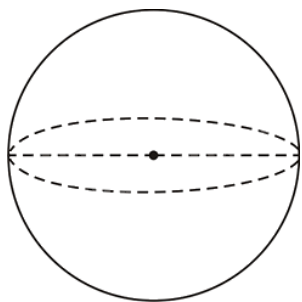
- A. 18cm. B. 12cm. C. 9cm. D. 16cm.

Phương pháp

Dựa vào công thức tính thể tích của hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ để tính bán kính r của hình cầu.

Từ đó suy ra đường kính của hình cầu: $d = 2r$.

Lời giải



Vì hình cầu có thể tích là $972\pi cm^3$ nên ta có: $972\pi = \frac{4}{3}\pi r^3$.

$$\text{Do đó } r^3 = \frac{972\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 729 \text{ suy ra } r = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ (cm)}$$

Đáp án C

Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Đúng	b) Sai
c) Sai	c) Đúng
d) Sai	d) Đúng

Câu 1. Người ta hòa tan $8kg$ chất lỏng loại 1 với $6kg$ chất lỏng loại 2 thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng là $700kg / m^3$. Biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 là $200kg / m^3$.

(Biết công thức tính khối lượng riêng: $D = \frac{m}{V}$).

Trong đó: D là khối lượng riêng (kg / m^3), m là khối lượng của vật (kg) và V là thể tích (m^3)).

a) Gọi khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $x(kg / m^3)$ thì điều kiện của x là $x > 200$.

b) Thể tích của hỗn hợp 2 loại chất lỏng khi hòa tan là $\frac{1}{50} m^3$.

c) Gọi khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $x(kg / m^3)$ thì phương trình với ẩn x là $\frac{8}{x} + \frac{6}{x+200} = \frac{1}{50}$.

d) Khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 là $800kg / m^3$.

Phương pháp

a) Xác định điều kiện của x theo đề bài.

b) Tính thể tích của hỗn hợp = số kg : khối lượng riêng.

c) Gọi khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $x(kg / m^3)(x > 200)$.

Biểu diễn khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 theo x .

Biểu diễn thể tích của chất lỏng loại 1 và thể tích của chất lỏng loại 2 theo x .

Vì thể tích của hỗn hợp trước và sau khi trộn không đổi nên ta lập được phương trình.

c) Giải phương trình trên, kiểm tra lại nghiệm.

Lời giải

a) Đúng

Vì khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng loại 2.

Mà khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 là $200kg / m^3$ nên nếu gọi khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $x(kg / m^3)$ thì $x > 200$.

b) Đúng

Vì người ta hòa tan $8kg$ chất lỏng loại 1 với $6kg$ chất lỏng loại 2 thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng là $700kg / m^3$ nên thể tích của hỗn hợp là: $\frac{8+6}{700} = \frac{14}{700} = \frac{1}{50}(m^3)$.

c) Sai

Gọi khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $x (kg / m^3) (x > 200)$.

khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 là $x - 200 (kg / m^3)$

Do đó thể tích của chất lỏng loại 1 là $\frac{8}{x} (m^3)$ và thể tích của chất lỏng loại 2 là $\frac{6}{x-200} (m^3)$ và thể tích của

hỗn hợp là: $\frac{8+6}{700} = \frac{14}{700} = \frac{1}{50} (m^3)$

Vì thể tích của hỗn hợp trước và sau khi trộn không đổi nên ta có phương trình:

$$\frac{8}{x} + \frac{6}{x-200} = \frac{1}{50}$$

d) Sai

Biến đổi phương trình về phương trình bậc hai một ẩn, ta được:

$$8.50(x-200) + 6.50x = x(x-200)$$

$$\text{suy ra } x^2 - 900x + 80000 = 0$$

Giải phương trình trên, ta được $x_1 = 800$ (TMĐK) và $x_2 = 100$ (loại)

Vậy khối lượng riêng của chất lỏng loại 1 là $800 kg / m^3$; khối lượng riêng của chất lỏng loại 2 là $800 - 200 = 600 (kg / m^3)$.

Đáp án: ĐĐSS

Câu 2. Một hình nón có bán kính đáy bằng $2 cm$, chiều cao hình nón là $h (cm)$.

a) Độ dài đường sinh của hình nón là $\sqrt{h^2 + 4} (cm)$.

b) Thể tích của hình nón là $4\pi h (cm^3)$.

c) Diện tích toàn phần của hình nón là $\pi.2.\sqrt{h^2 + 4} + \pi.2^2 (cm^2)$.

d) Chiều cao của hình nón trên bằng đường kính một hình cầu, diện tích toàn phần hình nón bằng diện tích mặt cầu. Chiều cao của hình nón là $2\sqrt{3} cm$.

Phương pháp

a) Sử dụng công thức liên hệ giữa đường sinh với bán kính đáy và chiều cao: $l = \sqrt{h^2 + r^2} (cm)$

b) Sử dụng công thức tính thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

c) Sử dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón.

d) Tính diện tích mặt cầu. Lập phương trình và giải phương trình tìm h .

Lời giải

a) Đúng

Đường sinh của hình nón là:

$$l = \sqrt{h^2 + 2^2} = \sqrt{h^2 + 4} (cm).$$

b) Sai

Thể tích của hình nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi.2^2 h = \frac{4}{3} \pi h (cm^3)$$

c) Đúng

Diện tích toàn phần của hình nón là:

$$S_{\text{tp}} = \pi.Rl + \pi.R^2 = \pi.2.\sqrt{h^2 + 4} + \pi.2^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

d) Đúng

$$\text{Diện tích mặt cầu là: } 4\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \pi h^2$$

Theo đề bài ta có:

$$\pi.2.\sqrt{h^2 + 4} + \pi.2^2 = \pi h^2$$

$$2.\sqrt{h^2 + 4} + 4 = h^2$$

$$2.\sqrt{h^2 + 4} = h^2 - 4 \text{ (} h > 2 \text{)}$$

$$4.(h^2 + 4) = h^4 - 8h^2 + 16 \text{ (} h > 2 \text{)}$$

$$h^4 - 12h^2 = 0$$

$$h^2(h^2 - 12) = 0$$

$$h^2 = 0 \text{ hoặc } h^2 = 12$$

$$\text{suy ra } h = 0 \text{ (L); } h = -2\sqrt{3} \text{ (L); } h = 2\sqrt{3} \text{ (TM).}$$

Vậy chiều cao của hình nón là $2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Đáp án: ĐSĐĐ

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4
Chọn	1	2	0,4	5

Câu 1. Cho hàm số $y = (3m - 1)x^2$ (m là tham số, $m \neq 0,5$). Biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm có hoành độ bằng 1 và tung độ bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Phương pháp

Thay hoành độ bằng 1 và tung độ bằng 2 vào hàm số để tìm m .

Lời giải

Thay $x = 1; y = 2$ vào $y = (3m - 1)x^2$, ta được:

$$2 = 3m - 1$$

$$3m = 3$$

$$m = 1 \text{ (TM)}$$

Đáp án: 1

Câu 2. Kết quả kiểm tra môn Toán giữa học kì 1 của học sinh lớp 9A được cho trong bảng tần số sau:

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	0	0	1	2	6	7	8	5	6	1

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi so với các học sinh còn lại là $\frac{1}{a}$, giá trị của a là? (biết điểm giỏi là từ 8 điểm trở lên)

Phương pháp

Xác định tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi so với các học sinh còn lại.

Từ đó tính được giá trị của a.

Lời giải

Tổng số học sinh đạt điểm giỏi là:

$$5 + 6 + 1 = 12 \text{ (học sinh)}$$

Tổng số học sinh còn lại là:

$$0 + 0 + 1 + 2 + 6 + 7 + 8 = 24 \text{ (học sinh)}$$

Vậy tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi so với các học sinh còn lại là:

$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó giá trị của a là 2.}$$

Đáp án: 2

Câu 3. Một hộp đựng ba viên bi màu xanh (ký hiệu X1, X2, X3) và hai viên bi màu vàng (ký hiệu V1, V2). Các viên bi đồng chất, giống nhau về hình dáng, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thắng lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ trong hộp, các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng. Tính xác suất của biến cố A: “Bạn Thắng lấy được hai viên bi cùng màu”.

Phương pháp

Xác định số phần tử của không gian mẫu, số kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(X1, X2), (X1, X3), (X1, V1), (X1, V2), (X2, X3), (X2, V1), (X2, V2), (X3, V1), (X3, V2), (V1, V2)\}.$$

Số phần tử của không gian mẫu là 10.

Các kết quả thuận lợi của biến cố A: “Bạn Thắng lấy được hai viên bi cùng màu” là:

$$(X1, X2), (X1, X3), (X2, X3), (V1, V2).$$

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B.

$$\text{Do đó xác suất của biến cố B là: } P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Đáp án: 0,4

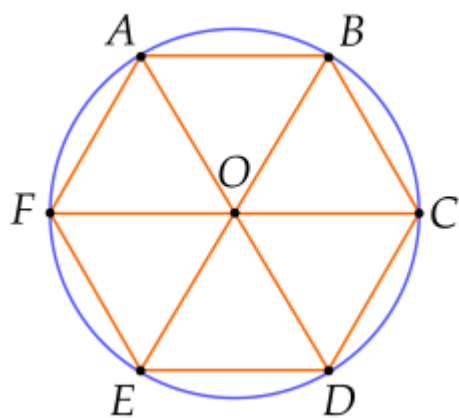
Câu 4. Cho lục giác đều ABCDEF nội tiếp đường tròn bán kính 5cm. Độ dài cạnh AB bằng bao nhiêu cm?

Phương pháp

Tính số đo mỗi góc ở tâm ứng với một cạnh: $\frac{360^\circ}{n}$ (với n là số cạnh của đa giác) suy ra tam giác AOB là tam giác đều.

Từ đó tính được độ dài AB.

Lời giải



Ta có mỗi góc ở tâm ứng với mỗi cạnh của lục giác đều là:

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOA = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

Mà $AO = OB$ nên tam giác AOB là tam giác cân có một góc bằng 60° nên là tam giác đều.

Suy ra $AB = 5\text{cm}$

Đáp án: 5

Phần IV

Câu 1 (1 điểm). a) Tìm các điểm thuộc $(P): y = -\frac{1}{4}x^2$ có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau và khác $(0;0)$

b) Cho phương trình $3x^2 + 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $M = (x_1 - 2x_2)(x_2 - x_1) + x_2^2$.

Phương pháp

a) Biểu diễn điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau.

Thay vào hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ để tìm các điểm thỏa mãn.

b) Dùng $ac < 0$ để xác định số nghiệm của phương trình.

Tính tổng và tích của hai nghiệm x_1, x_2 theo định lý Viète:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Biến đổi biểu thức M để xuất hiện tổng và tích của hai nghiệm.

Lời giải

a) Gọi tọa độ điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau là $(x_0; -x_0)$.

$$\text{Vì } y_0 = -x_0 \text{ nên } -x_0 = -\frac{1}{4}x_0^2$$

$$\frac{1}{4}x_0^2 - x_0 = 0$$

$$x_0\left(\frac{1}{4}x_0 - 1\right) = 0$$

$$x_0 = 0 \text{ hoặc } \frac{1}{4}x_0 - 1 = 0$$

$$x_0 = 0 \text{ hoặc } \frac{1}{4}x_0 = 1$$

$$x_0 = 0 \text{ hoặc } x_0 = 4$$

$$\text{suy ra } y_0 = 0 \text{ hoặc } y_0 = -4$$

Do đó ta được $(0; 0)$ (loại) và $(4; -4)$.

$$\text{Vậy điểm } (4; -4) \text{ thuộc } (P): y = -\frac{1}{4}x^2.$$

b) $3x^2 + 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức

$$M = (x_1 - 2x_2)(x_2 - x_1) + x_2^2.$$

Xét phương trình $3x^2 + 2x - 3 = 0$ ta có: $ac = 3 \cdot (-3) = -9 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x_1; x_2$.

$$\text{Áp dụng định lí Viète, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{2}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{3} = -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } M = (x_1 - 2x_2)(x_2 - x_1) + x_2^2$$

$$= x_1x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

$$= -x_1^2 + 3x_1x_2 - x_2^2$$

$$= -(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) + 5x_1x_2$$

$$= -(x_1 + x_2)^2 + 5x_1x_2$$

$$= -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 5 \cdot (-1)$$

$$= \frac{-49}{9}$$

$$\text{Vậy } M = \frac{-49}{9}.$$

Câu 2 (1,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O . Gọi I là trung điểm của OB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại E . Gọi H là giao điểm của AE và CD .

a) Chứng minh bốn điểm O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AH \cdot AE = 2R^2$ và $OA = 3 \cdot OH$.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle IOD$ và $\triangle IED$ nội tiếp đường tròn đường kính ID , do đó bốn điểm O, I, E, D thuộc đường tròn đường kính ID .

b) **Chứng minh** $AH \cdot AE = 2R^2$

Chứng minh $\triangle AHO \sim \triangle ABE$ (g.g) suy ra $\frac{AH}{AO} = \frac{AE}{AB}$, do đó $AH \cdot AE = AO \cdot AB$.

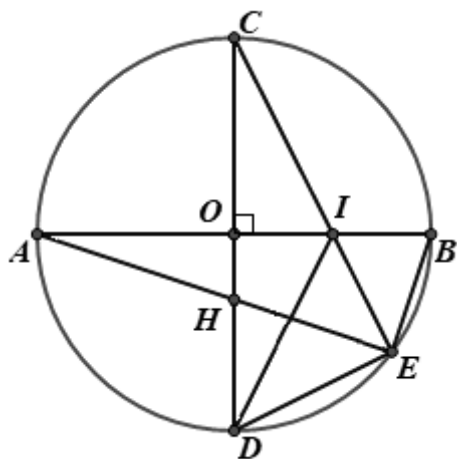
Thay bằng R để tính $AH \cdot AE$.

Chứng minh $OA = 3 \cdot OH$

Tính OI, AI theo R .

Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác ABE để tính $\frac{AE}{BE}$

Vì $\triangle AHO \sim \triangle ABE$ nên $\frac{OA}{OH} = \frac{AE}{BE}$ suy ra $\frac{OA}{OH} = \frac{AE}{BE}$, suy ra điều phải chứng minh.



Xét $\triangle IED$ vuông tại E ($\angle CED = 90^\circ$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $\triangle IED$ nội tiếp đường tròn đường kính ID, do đó I, E, D thuộc đường tròn đường kính ID.

b) Chứng minh $AH \cdot AE = 2R^2$

Xét $\triangle AHO$ và $\triangle ABE$ có:

$$AOH = AEB (= 90^\circ)$$

nên $\Delta AHO \sim \Delta ABE$ (g.g) suy ra $\frac{AH}{AO} = \frac{AB}{AE}$, do đó $AH \cdot AE = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$

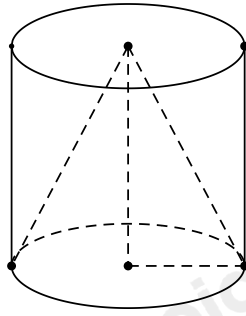
Chứng minh $OA = 3 \cdot OH$

Vì I là trung điểm của OB nên $OI = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}R$, suy ra $AI = R + \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R$

Vì EI là tia phân giác của góc AEB nên suy ra: $\frac{AE}{BE} = \frac{AI}{IB} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{1}{2}R} = 3$

Vì $\triangle AHO \sim \triangle ABE$ nên $\frac{OA}{OH} = \frac{AE}{BE}$ suy ra $\frac{OA}{OH} = 3$, do đó $OA = 3.OH$.

Câu 3 (0,5 điểm). Từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính là tổng hai nghiệm và chiều cao gấp 3 lần tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$ (biết đơn vị là cm). Người ta tiện thành một hình nón có chiều cao bằng chiều cao của hình trụ và bán kính đáy bằng bán kính đáy của hình trụ. Hỏi thể tích gỗ tiện bỏ đi bằng bao nhiêu? (lấy $\pi \approx 3,14$)



Phương pháp

Sử dụng Viète để tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$, suy ra bán kính và chiều cao của hình trụ.

Sử dụng công thức tính thể tích hình trụ và thể tích hình nón.

Thể tích gỗ tiện bỏ đi = thể tích hình trụ - thể tích hình nón.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$ ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.4 = 25 - 16 = 9 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng định lí Viète, ta được:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-5}{1} = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{1} = 4 \end{cases}$$

Do đó bán kính của hình trụ là 5 cm.

Chiều cao của hình trụ là: $3.4 = 12$ (cm).

Thể tích khúc gỗ có dạng hình trụ là:

$$V_1 = \pi r^2 h \approx 3,14.5^2.12 = 942 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích khúc gỗ có dạng hình nón là

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h \approx \frac{1}{3} . 3,14.5^2.12 = 314 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích gỗ tiện bỏ đi là

$$V = V_1 - V_2 \approx 942 - 314 = 628 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích gỗ tiện bỏ đi bằng khoảng 628 cm^3 .