

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



 Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 12.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì II – chương trình Toán 12.



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) D	2) B	3) A	4) D	5) D	6) C
7) D	8) B	9) C	10) A	11) D	12) C

Câu 1. Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a là

- A.** 125 **B.** 25
C. 1 **D.** 5

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$ và định nghĩa tích phân.

Lời giải chi tiết:

$$\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 1 = \ln 5.$$

Đáp án D.

Câu 2. Cho $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng

- A. 0** **B. -4**
C. 12 **D. 2**

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất của tích phân.

Lời giải chi tiết:

$$\int_0^2 [-4 + f(x)] dx = -\int_0^2 4 dx + \int_0^2 x^3 dx = -8 + 4 = -4.$$

Đáp án B.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là

A. $\frac{3^{2x+1}}{2 \ln 3} + C$

B. $3^{2x+1} \cdot \ln 3 + C$

C. $\frac{3^{2x+1} \cdot \ln 3}{2} + C$

D. $3^{2x+1} + C$

Phương pháp giải:

Đưa $y = 3^{2x+1}$ về dạng $y = a^x$ rồi áp dụng công thức nguyên hàm $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Lời giải chi tiết:

$$\int 3^{2x+1} dx = \int (3^2)^x \cdot 3 dx = 3 \int 9^x dx = 3 \cdot \frac{9^x}{\ln 9} + C = \frac{(3^2)^x \cdot 3}{\ln 3^2} + C = \frac{3^{2x+1}}{2 \ln 3} + C.$$

Đáp án A.

Câu 4. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Lời giải chi tiết:

Ta có $2x^2 + 1 > 0$ với mọi x , suy ra $|2x^2 + 1| = 2x^2 + 1$.

$$S = \int_0^1 |2x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$$

Đáp án D.

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Lời giải chi tiết:

Đường thẳng $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$.

Đáp án D.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm A(1;2;-3) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$

B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$

D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng đi qua điểm A(1;2;-3) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ có phương trình là

$$1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Đáp án C.

Câu 7. Trong không gian Oxy, cho điểm M(1;2;3) và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $2x - 2y + 3z - 7 = 0$

B. $x + 2y + 3z - 3 = 0$

C. $2x - y + z + 3 = 0$

D. $2x - y + z - 3 = 0$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng cần tìm đi qua M, nhận vectơ chỉ phương của Δ làm vectơ pháp tuyến.

Lời giải chi tiết:

Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; -1; 1)$, đồng thời cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.

Phương trình mặt phẳng đi qua M, nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến là:

$$2(x-1) - 1(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 3 = 0.$$

Đáp án D.

Câu 8. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$$

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$

Phương pháp giải:

Biểu diễn t theo x, y, z rồi viết phương trình chính tắc.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x-1}{2} \\ t = \frac{y}{3} \\ t = z + 2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}.$$

Đáp án B.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu có tâm I(7;6;-5) và bán kính 9?

A. $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 81$

B. $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 9$

C. $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 81$

D. $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 9$

Phương pháp giải:

Mặt cầu tâm I(a;b;c), bán kính R có phương trình là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Lời giải chi tiết:

Phương trình của mặt cầu tâm I(7;6;-5), bán kính bằng 9 là $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 81$.

Đáp án C.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu có tâm I(0;1;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 3 = 0$.

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{3}$

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{1}{6}$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{2}{3}$

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{1}{6}$

Phương pháp giải:

Viết phương trình mặt cầu tâm I, bán kính $R = d(I, (P))$.

Lời giải chi tiết:

Bán kính mặt cầu là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P).

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 1 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Phương trình mặt cầu tâm $I(0;1;3)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{2}{3}}$ là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{3}$.

Đáp án A.

Câu 11. Cho $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4}$. Giá trị của $P(B\bar{A})$ là

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{4}{19}$

C. $\frac{4}{21}$

D. $\frac{3}{20}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nhân xác suất: $P(AB) = P(A).P(B|A)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Áp dụng công thức nhân xác suất: $P(B\bar{A}) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.

Đáp án D.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B. Biết rằng $P(B) = 0,4$, $P(A|B) = 0,8$, $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(A)$.

A. 0,4

B. 0,65

C. 0,62

D. 0,48

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần.

Lời giải chi tiết:

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$.

$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,8 + 0,6.0,5 = 0,62$.

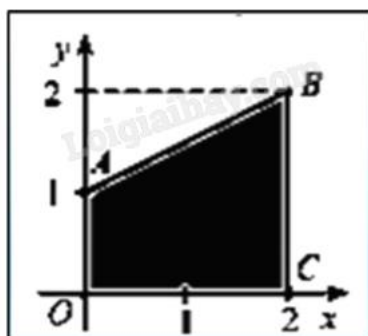
Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) ĐSSĐ

2) SĐĐS

Câu 1. Cho hình phẳng (H) được tô màu trong hình bên dưới.



a) Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 1$, Ox, Oy, $x = 2$.

b) Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox được tính bằng công thức

$$V = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx.$$

c) Hình phẳng (H) có diện tích bằng 4 (đvdt).

d) Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox bằng $\frac{14\pi}{3}$ (đvdt).

Phương pháp giải:

Áp dụng tích phân tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$ ($a > 0$), đi qua A(0;1) và B(2;2).

$$\text{Ta có } \begin{cases} 1 = a \cdot 0 + b \\ 2 = a \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Vậy hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x + 1$, Ox, Oy, $x = 2$.

b) **Sai.** Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là $V = \pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx$.

c) **Sai.** Diện tích hình phẳng (H) là $V = \int_0^2 \left| \frac{1}{2}x + 1 \right| dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx = 3$ (đvdt).

d) **Đúng.** Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là $V = \pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx = \frac{14\pi}{3}$ (đvdt).

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tâm I(-2;1;5), bán kính bằng 3. Cho các điểm A(10;1;2), B(0;1;4), C(0;3;4).

a) Phương trình mặt cầu (S) là $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3$.

b) Điểm A ngoài mặt cầu (S).

c) Đường thẳng AB cắt mặt cầu (S).

d) Mặt phẳng (ABC) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

Phương pháp giải:

a) Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I(-2;1;5), bán kính bằng 3.

b) Tính IA và so sánh với bán kính mặt cầu.

c) Tính IB, nhận xét vị trí của A, B so với mặt cầu rồi kết luận.

d) Vậy (S) cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $\sqrt{R^2 - d^2(I, (ABC))}$.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Phương trình mặt cầu (S) tâm I(-2;1;5), bán kính bằng 3 là:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3^2 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9.$$

b) Đúng. $IA = \sqrt{(10+2)^2 + (1-1)^2 + (2-5)^2} = 3\sqrt{17} > 3$ nên điểm A nằm ngoài mặt cầu.

c) Đúng. $IB = \sqrt{(0+2)^2 + (1-1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{5} < 3$ nên điểm B nằm trong mặt cầu.

Vì A nằm ngoài mặt cầu, B nằm trong mặt cầu nên đường thẳng AB cắt mặt cầu (S).

d) Sai. Ta có $\overline{AB} = (-10; 0; 2)$, $\overline{AC} = (-10; 2; 2)$.

Mặt phẳng (ABC) có vecto pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -10 \\ 2 & -10 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ -10 & 2 \end{vmatrix} = (-4; 0; -20).$$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $-4(x-0) + 0(y-1) - 20(z-4) = 0$

$$\Leftrightarrow -4x - 20z + 80 = 0 \Leftrightarrow x + 5z - 20 = 0.$$

$$\text{Ta có } d(I, (ABC)) = \frac{|1 \cdot (-2) + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 5 - 20|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 5^2}} = \frac{3\sqrt{26}}{26}.$$

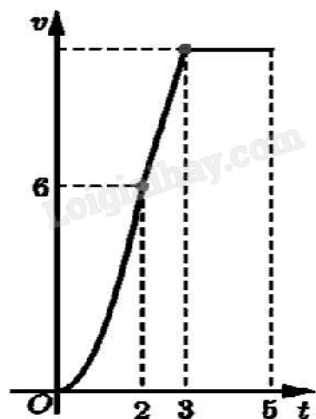
Vậy (S) cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính:

$$\sqrt{R^2 - d^2(I, (ABC))} = \sqrt{9 - \frac{9}{26}} = \frac{15\sqrt{26}}{26}.$$

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 320	2) 328	3) 8	4) 0,42
--------	--------	------	---------

Câu 1. Một chiếc xe đua F1 đạt tới vận tốc lớn nhất là 360 km/h. Đồ thị bên biểu thị vận tốc v của xe trong 5 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát. Đồ thị trong 2 giây đầu là một phần của một parabol đỉnh tại gốc tọa độ O , giây tiếp theo là đoạn thẳng và sau đúng ba giây thì xe đạt vận tốc lớn nhất. Biết rằng mỗi đơn vị trục hoành biểu thị 1 giây, mỗi đơn vị trục tung biểu thị 10 m/s và trong 5 giây đầu xe chuyển động theo đường thẳng. Hỏi trong 5 giây đó xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu mét?



Phương pháp giải:

Lập phương trình 3 đồ thị biểu diễn vận tốc của xe rồi áp dụng tích phân tính quãng đường.

Lời giải chi tiết:

Đổi: $360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$.

Gọi parabol biểu diễn vận tốc trong 2 giây đầu là $y = at^2 + bt + c$ ($a > 0$).

Parabol đi qua điểm có tọa độ $(0;0)$, $(2;60)$ và đỉnh có tọa độ $(0;0)$, do đó ta có hệ:

$$\begin{cases} 0 = a.0^2 + b.0 + c \\ 60 = a.2^2 + b.2 + c \\ -\frac{b}{2a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = c \\ 60 = 4a + 2b + c \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = c \\ a = 15 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow y = v(t) = 15t^2.$$

Gọi đường thẳng biểu diễn tốc độ từ giây thứ 2 đến giây thứ 3 là $y = mt + n$ ($m > 0$).

Đường thẳng đi qua các điểm có tọa độ $(2;60)$ và $(3;100)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 60 = m.2 + n \\ 100 = m.3 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 40 \\ n = -20 \end{cases} \Rightarrow y = v(t) = 40t - 20.$$

Đường thẳng biểu diễn tốc độ từ giây thứ 3 đến giây thứ 5 là $y = v(t) = 100$.

Vậy trong 5 giây đầu, xe đi được quãng đường là:

$$S = \int_0^2 15t^2 dt + \int_2^3 (40t - 20) dt + \int_3^5 100 dt = 320 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 320.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1;-1;2)$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và đường thẳng d :

$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng

MN . Phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x+9}{a} = \frac{y-y_0}{3} = \frac{z-z_0}{b}$ với $ab \neq 0$. Tính $a^2 + b^2 + y_0^2 + z_0^2$.

Phương pháp giải:

Tìm tọa độ của M, N theo tham số t . Tìm t , vectơ chỉ phương và một điểm Δ đi qua để lập phương trình Δ .

Lời giải chi tiết:

Phương trình của d viết dưới dạng chứa tham số là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Vì M thuộc d nên $M(-1+2t; t; 2+t)$.

Mặt khác, A là trung điểm của MN nên ta có:

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_A = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_A = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 2.1 - (-1 + 2t) = 3 - 2t \\ y_N = 2y_A - y_M = 2.(-1) - t = -2 - t \\ z_N = 2z_A - z_M = 2.2 - (2 + t) = 2 - t \end{cases} \Rightarrow N(3-2t; -2-t; 2-t).$$

Vì N thuộc mặt phẳng (P) nên thay tọa độ N vào phương trình của (P) , ta được:

$$(3-2t) + (-2-t) - 2(2-t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Do đó $M(3; 2; 4)$, $N(-1; -4; 0)$, $\overrightarrow{MN} = (-1-3; -4-2; 0-4) = (-4; -6; -4)$.

Gọi điểm thuộc Δ có hoành độ là 9 là $B(9; y_0; z_0)$.

Δ nhận $\vec{u} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = (2; 3; 2)$ làm vectơ chỉ phương và đi qua điểm $B(-9; y_0; z_0)$ có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = -9 + 2m \\ y = y_0 + 3m \\ z = z_0 + 2m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R}).$$

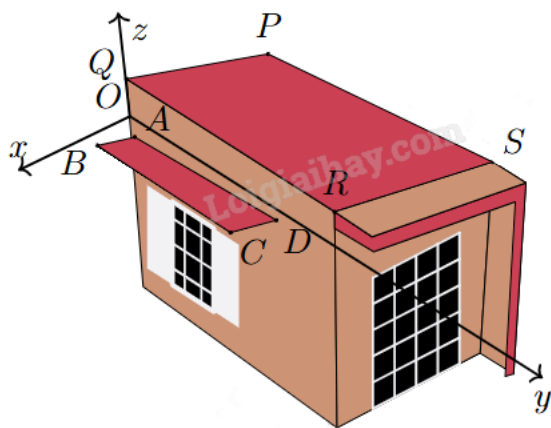
Vì $M(3; 2; 4)$ thuộc Δ nên $\begin{cases} 3 = -9 + 2m \\ 2 = y_0 + 3m \\ 4 = z_0 + 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ y_0 = -16 \\ z_0 = -8 \end{cases} \Rightarrow B(-9; -16; -8).$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+9}{2} = \frac{y+16}{3} = \frac{z+8}{2}$.

Ta có $2^2 + 2^2 + (-16)^2 + (-8)^2 = 328$.

Đáp án: 328.

Câu 3. Hình bên vẽ minh họa mái hiên ABCD song song với mái nhà PQRS trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (mái hiên và mái nhà đều phẳng) có $Q(-10; 0; 200)$, $P(-490; 0; 200)$, $R(0; 1600; 0)$ và $A(0; 0; -65)$. Mặt phẳng (ABCD) có phương trình $y + az + 65a = 0$. Tìm giá trị của a .



Phương pháp giải:

Tìm vectơ pháp tuyến của (PQRS) bằng cách tính tích có hướng $[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}]$.

Lập phương trình mặt phẳng (PQRS), từ đó lập phương trình (ABCD) song song với (PQRS) và đi qua A.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{PQ} = (-10 + 490; 0 - 0; 200 - 200) = (480; 0; 0)$;

$\overrightarrow{PR} = (0 + 490; 1600 - 0; 0 - 200) = (490; 1600; -200)$.

$$[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1600 & -200 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 480 \\ -200 & 490 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 480 & 0 \\ 490 & 1600 \end{pmatrix} = (0; 96000; 768000).$$

Suy ra một vectơ pháp tuyến của (PQRS) là $\overrightarrow{n_{PQRS}} = \frac{1}{96000} [\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}] = (0; 1; 8)$.

Phương trình mặt phẳng (PQRS) là $0(x-0) + 1(y-1600) + 8(z-0) = 0 \Leftrightarrow y + 8z - 1600 = 0$.

Vì (ABCD) // (PQRS) nên phương trình của (ABCD) có dạng $y + 8z + d = 0$.

A(0;0;-65) thuộc (ABCD) nên $0 + 8(-65) + d = 0 \Leftrightarrow d = 520$.

Vậy (ABCD): $y + 8z + 520 = 0$. Suy ra $a = 8$.

Đáp án: 8.

Câu 4. Trong một khoa cấp cứu của bệnh viện, người ta thống kê rằng 60% bệnh nhân bị chấn thương đầu là do tai nạn giao thông và còn lại là do tai nạn khác. Loại chấn thương đầu do tai nạn giao thông gây tử vong bệnh nhân chiếm 50% và loại chấn thương do tai nạn khác gây tử vong ở bệnh nhân chiếm 30%. Xác suất một bệnh án của bệnh nhân tử vong ở khoa cấp cứu đó bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần.

Lời giải chi tiết:

Gọi các biến cố:

A: “Bệnh án của bệnh nhân bị chấn thương đầu do tai nạn giao thông”.

Suy ra $\bar{A}$: “Bệnh án của bệnh nhân bị chấn thương đầu do tai nạn khác”.

B: “Bệnh án của bệnh nhân tử vong”.

Vì 60% bệnh nhân chấn thương đầu do tai nạn giao thông nên $P(A) = 60\% = 0,6$, suy ra xác suất bệnh nhân chấn thương đầu do tai nạn khác là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Xác suất tử vong do chấn thương đầu vì tai nạn giao thông là 50%, do đó $P(B|A) = 50\% = 0,5$.

Xác suất tử vong do chấn thương đầu vì tai nạn khác là 30%, do đó $P(B|\bar{A}) = 30\% = 0,3$.

Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần, ta có xác suất một bệnh án của bệnh nhân tử vong ở khoa cấp cứu đó là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6.0,5 + 0,4.0,3 = 0,42.$$

Đáp án: 0,42.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5-x}$, $x \leq 5$, trục tung, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox (kết quả làm tròn tới hàng phần chục).

Phương pháp giải:

Tìm giao điểm của hàm số $y = \sqrt{5-x}$ với trục hoành.

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay bằng tích phân.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\sqrt{5-x} = 0 \Leftrightarrow x = 5$, do đó đồ thị hàm số $y = \sqrt{5-x}$ giao với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 0.

Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^5 (\sqrt{5-x})^2 dx = \pi \int_0^5 \sqrt{5-x} dx = \pi \left(5x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^5 = \frac{25\pi}{2}.$$

Câu 2. Trong không gian, có một chiếc máy bay không người lái tại điểm $M(3;-1;4)$. Cho biết quỹ đạo bay của máy bay này là đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $(-1;b;c)$ và biết rằng quỹ đạo phải song song với mặt đất (mặt phẳng (Oxy)) đồng thời vuông góc với hướng của một chiếc máy bay khác theo đường thẳng d:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}. \text{ Tính } b + c.$$

Phương pháp giải:

Gọi vectơ chỉ phương của d, Δ lần lượt là $\vec{u}_d$, $\vec{u}_\Delta$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{n}$.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} \vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \vec{u}_\Delta \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$$

Lời giải chi tiết:

Gọi vectơ chỉ phương của d, Δ lần lượt là $\vec{u}_d = (2;-1;3)$, $\vec{u}_\Delta = (-1;b;c)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{n} = (0;0;1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta // (Oxy) \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \vec{u}_\Delta \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}. \text{ Do đó } \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}] = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1;-2;0).$$

$$\text{Vậy } b + c = -2 + 0 = -2.$$

Câu 3. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố B: “Hai viên bi lấy ra có cùng màu”.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nhân xác suất.

Lời giải chi tiết:

Hộp 1		Hộp 2	
4 xanh	6 đỏ	5 xanh	4 đỏ

Gọi các biến cố:

X: “Viên bi lấy ra từ hộp 1 có màu xanh”.

Y: “Viên bi lấy ra từ hộp 2 có màu xanh”.

TH1: Lấy được 2 bi xanh:

$$+ \text{ Công đoạn 1: Lấy bi xanh trong hộp 1: } P(X) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

$$+ \text{ Công đoạn 2: Lấy bi xanh trong hộp 2 sau khi có thêm 1 bi xanh từ hộp 1: } P(Y | X) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

TH2: Lấy được 2 bi đỏ:

+ Công đoạn 1: Lấy bi đỏ trong hộp 1: $P(\bar{X}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

+ Công đoạn 2: Lấy bi đỏ trong hộp 2 sau khi có thêm 1 bi đỏ từ hộp 1: $P(\bar{Y} | \bar{X}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Vậy $P(B) = P(XY) + P(\bar{X}\bar{Y}) = P(X).P(Y | X) + P(\bar{X}).P(\bar{Y} | \bar{X}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0,54$.