

ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 4

Môn: Toán học

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải chương trình Toán THPT.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$
- B. $3x^2 + C$
- C. $x^4 + C$
- D. $\frac{1}{4}x^4 + C$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là

- A. $f'(2) = 3$
- B. $f'(x) = 2$
- C. $f'(x) = 3$
- D. $f'(3) = 2$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. -3
- B. -1
- C. -2

D. 1

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$

B. $y = 4$

C. $y = 1$

D. $y = -1$

Câu 5. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ABCD) bằng

A. $\frac{a}{2}$

B. a

C. 2a

D. 3a

Câu 6. Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

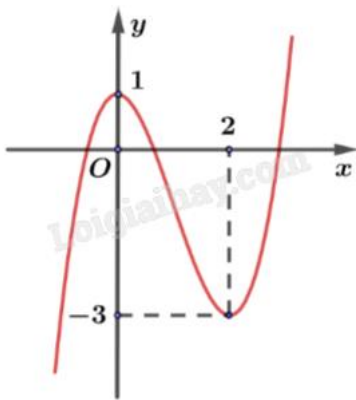
A. 200

B. 20

C. 30

D. 10

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình như hình.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-3; 1)$

D. $(0; 2)$

Câu 8. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$

B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$

D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Phương pháp giải:

$$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ có một vectơ chỉ phương là } \vec{u} = (a; b; c).$$

Câu 9. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là

A. $v(t) = -3\sin t$

B. $v(t) = -3\cos t$

C. $v(t) = 3\cos t$

D. $v(t) = 3\sin t$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là

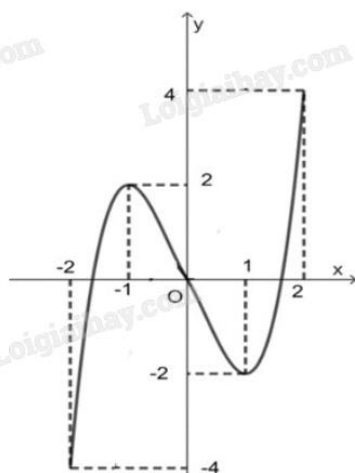
A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -2$
- B. $x = -1$
- C. $x = 1$
- D. $x = 0$

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 52
- B. 42
- C. 53
- D. 54

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

- a) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
- c) Đồ thị có hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 3.

Câu 2. Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng 1 giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10 + 30$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong thời gian t (s) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t$ (m).
- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m).
- d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m).

Câu 3. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 4. Hệ thống phòng không "Vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "Vòm sắt" hoạt động được chính xác, người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ Oxyz, một hệ thống "Vòm sắt" đang ở vị trí $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-91;-75;0)$.

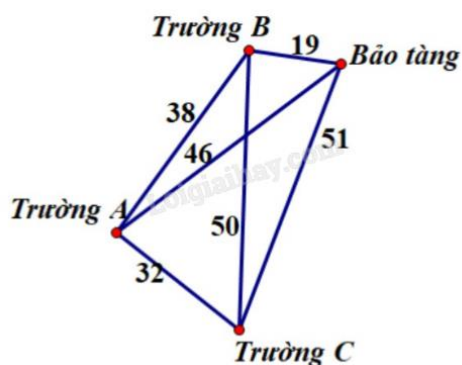


- a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 417$.
- b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên.
- c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa. Khi đó, vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình Radar là $B(415;-40;-8)$.
- d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "Vòm sắt" đến quả tên lửa là xấp xỉ 190 km.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

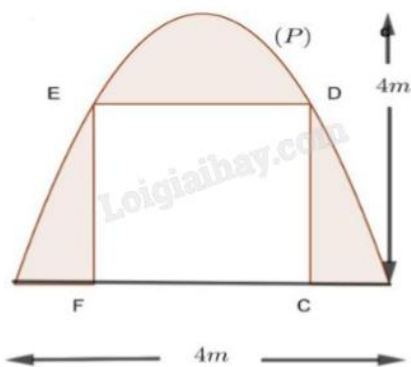
Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình vuông cạnh bằng I, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2. Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên.



Câu 3. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc 50 km và về phía Tây 20 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4. Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng 4 m. Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật CDEF sao cho chiều cao cửa đi là $CD = 2\text{m}$, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phân tô đậm là 1,5 triệu đồng/ m^3 . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 5. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 6. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1) D	2) A	3) C	4) B	5) B	6) C
7) D	8) C	9) A	10) D	11) C	12) A

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$

B. $3x^2 + C$

C. $x^4 + C$

D. $\frac{1}{4}x^4 + C$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa: $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Lời giải chi tiết:

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Đáp án D.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là

A. $f'(2) = 3$

B. $f'(x) = 2$

C. $f'(x) = 3$

D. $f'(3) = 2$

Phương pháp giải:

Áp dụng định nghĩa đạo hàm $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Lời giải chi tiết:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3.$$

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

- A. -3
B. -1
C. -2
D. 1

Phương pháp giải:

Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên, thấy $f(x) \geq -2$ với mọi x thuộc $[-1;1]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-1;1]$ là -2.

Đáp án C.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$
B. $y = 4$
C. $y = 1$
D. $y = -1$

Phương pháp giải:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là $y = \frac{a}{c}$.

Lời giải chi tiết:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là $y = 4$.

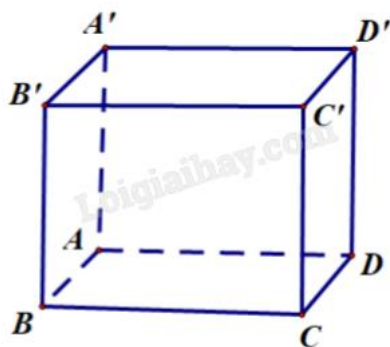
Đáp án B.

Câu 5. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ABCD) bằng

- A. $\frac{a}{2}$
B. a
C. 2a
D. 3a

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ và tính khoảng cách từ A' đến hình chiếu đó.

Lời giải chi tiết:

Ta có $AA' \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = AA' = a$.

Đáp án B.

Câu 6. Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 200
- B. 20
- C. 30
- D. 10

Phương pháp giải:

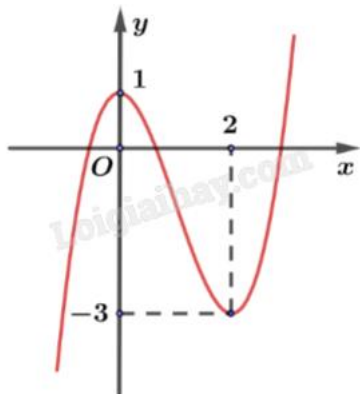
Sử dụng quy tắc cộng.

Lời giải chi tiết:

Có $10 + 20 = 30$ cách chọn 1 học sinh.

Đáp án C.

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình như hình.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$
- B. $(2; +\infty)$
- C. $(-3; 1)$

D. (0;2)

Phương pháp giải:

Hàm số nghịch biến trên khoảng đồ thị đi xuống từ trái sang.

Lời giải chi tiết:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng (0;2).

Đáp án D.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$

B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$

D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Phương pháp giải:

$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Lời giải chi tiết:

$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.

Đáp án C.

Câu 9. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là

A. $v(t) = -3\sin t$

B. $v(t) = -3\cos t$

C. $v(t) = 3\cos t$

D. $v(t) = 3\sin t$

Phương pháp giải:

Theo ý nghĩa vật lí của đạo hàm, ta có $v(t) = s'(t)$.

Lời giải chi tiết:

$v(t) = s'(t) = (3\cos t)' = -3\sin t$.

Đáp án A.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương pháp giải:

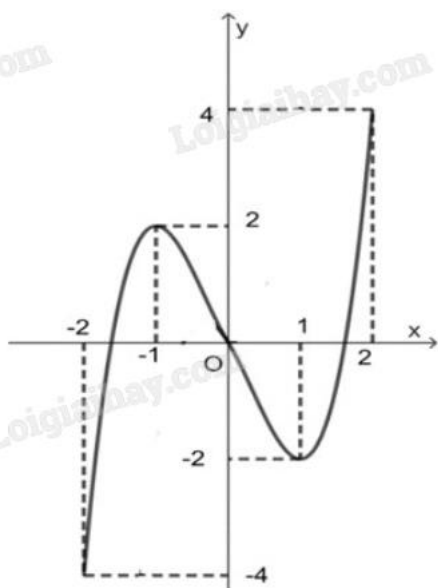
$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải chi tiết:

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đáp án D.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 1$

D. $x = 0$

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và nhận xét.

Lời giải chi tiết:

Theo đồ thị, hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Đáp án C.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 52
- B. 42
- C. 53
- D. 54

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$M_0 = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m).$$

Lời giải chi tiết:

Mốt M_0 chứa trong nhóm [40;60).

Do đó: $u_m = 40, u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20, n_{m-1} = 9, n_m = 12, n_{m+1} = 10.$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)} \cdot (60 - 40) = 52.$$

Đáp án A.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐSĐĐ	2) ĐSĐS	3) ĐĐSS	4) SSSS
---------	---------	---------	---------

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1.$

- a) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty).$
- b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
- c) Đồ thị có hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ bằng 3.

Phương pháp giải:

Tính đạo hàm, lập bảng biến thiên của hàm số rồi nhận xét.

Lời giải chi tiết:

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	↗ 3 ↘	-1	↗ $+\infty$

- a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- b) **Sai.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
- c) **Đúng.** Ta có $y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$ nên đồ thị có hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 .
- d) **Đúng.** $y(-2) = -1$; $y(-1) = 3$; $y(1) = -1$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 3 .

Câu 2. Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng 1 giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong thời gian t (s) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t$ (m).
- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m).
- d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m).

Phương pháp giải:

a) Sử dụng công thức $s(t) = \int_0^t v(t) dt$.

b) Khi xe ô tô dừng hẳn thì $v(t) = 0$. Giải phương trình tìm t .

c) Tính $s(3)$.

d) Tính tổng:

- Quãng đường ô tô di chuyển được trong 1 giây sau khi phát hiện chướng ngại vật.

- Quãng đường ô tô di chuyển được trong 3 giây kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 30) dt = -5t^2 + 30t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $s(t) = -5t^2 + 30t$ (m).

b) **Sai.** Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Vậy thời gian để xe dừng hẳn sau khi đạp phanh là 3 giây.

c) **Đúng.** Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là:

$$s(3) = -5 \cdot 3^2 + 30 \cdot 3 = 45 \text{ (m)}.$$

d) **Sai.** Ta có $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$.

Quãng đường ô tô di chuyển được trong 1 giây sau khi phát hiện chướng ngại vật là 30 m.

Quãng đường ô tô di chuyển được trong 3 giây kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 45 m.

Vậy tổng quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi dừng hẳn là $30 + 45 = 75$ m.

Câu 3. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính xác suất của biến cố đối, công thức xác suất toàn phần và công thức xác suất có điều kiện.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

b) **Đúng.** C: “Thắng thầu đúng 1 dự án”. Có $P(AB) = 0,4$.

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) \Leftrightarrow P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - 0,4 = 0,1.$$

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Leftrightarrow P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,4 = 0,2.$$

$$P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = 0,1 + 0,2 = 0,3.$$

c) **Sai.** $P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$.

d) **Sai.** $P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$.

Câu 4. Hệ thống phòng không "Vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "Vòm sắt" hoạt động được chính xác, người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ Oxyz, một hệ thống "Vòm sắt" đang ở vị trí $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-91; -75; 0)$.



a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 417$.

b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên.

c) Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa. Khi đó, vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình Radar là $B(415; -40; -8)$.

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là xấp xỉ 190 km.

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ các phép toán trong không gian.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 417$ có phương trình là:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 417^2.$$

b) Sai. Khoảng cách từ Radar đến vị trí quả tên lửa được bắn lên là:

$$OA = \sqrt{688^2 + 185^2 + (-8)^2} = \sqrt{507633} \approx 721 \text{ (km)}.$$

Vì $OA > R$ nên vị trí quả tên lửa được bắn lên nằm ngoài vùng phủ sóng của Radar. Khi đó, Radar không phát hiện được.

c) Sai. Quỹ đạo tên lửa là đường thẳng d đi qua điểm $A(688; 185; -8)$, nhận $\vec{u} = (-91; -75; 0)$ làm vectơ chỉ

$$\text{phương nên có phương trình là } \begin{cases} x = 688 - 91t \\ y = 185 - 75t \\ z = -8 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Ta có $B(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$ là một điểm thuộc d .

Để B là giao điểm của của đường thẳng d với mặt cầu phủ sóng của Radar thì:

$$(688 - 91t)^2 + (185 - 75t)^2 + (-8)^2 = 417^2$$

$$\Leftrightarrow 15906t^2 - 152966t + 333744 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 3 \end{cases}$$

Với $t = 8$, ta có $B(-40; -415; -8)$, $AB = \sqrt{(-40 - 688)^2 + (-415 - 185)^2 + (-8 + 8)^2} = 943 \text{ (km)}$.

Với $t = 3$, ta có $B(415; -40; -8)$, $AB = \sqrt{(415 - 688)^2 + (-40 - 185)^2 + (-8 + 8)^2} = 354 \text{ (km)}$.

Vì $354 < 943$ nên vị trí đầu tiên quả tên lửa xuất hiện trên Radar có tọa độ $(415; -40; -8)$, vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên Radar có tọa độ $(-40; -415; -8)$.

d) Sai. Gọi $H(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$ là vị trí “Vòm sắt” gần quả tên lửa nhất.

Khi đó, H là hình chiếu của O trên d , hay $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0$

$$\Leftrightarrow (688 - 91t) \cdot (-91) + (185 - 75t) \cdot (-75) + (-8) \cdot 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{11}{2}.$$

$$\text{Suy ra } H\left(\frac{375}{2}; -\frac{455}{2}; -8\right).$$

Khoảng cách đó là $OH = \sqrt{\left(\frac{375}{2}\right)^2 + \left(-\frac{455}{2}\right)^2} + (-8) \approx 295$ (km).

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

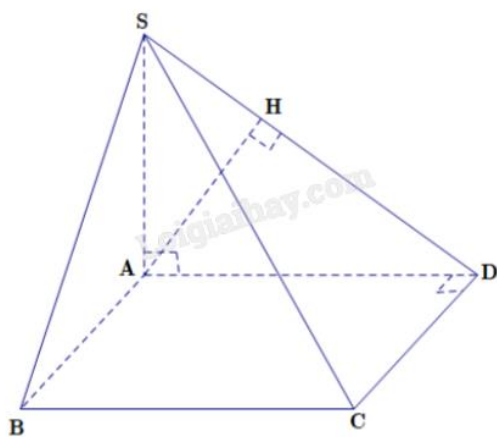
1) 0,5	2) 140	3) 53,9	4) 7,5	5) 106	6) 0,4
--------	--------	---------	--------	--------	--------

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình vuông cạnh bằng I, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu của A lên mặt phẳng (SCD) và tính khoảng cách từ điểm A đến hình chiếu đó.

Lời giải chi tiết:



Trong mặt phẳng (SAD), kẻ $AH \perp SD = \{H\}$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD \\ CD \perp AD \end{cases}$ suy ra $CD \perp (SAD)$, mà $AH \subset (SAD)$ nên $CD \perp AH$.

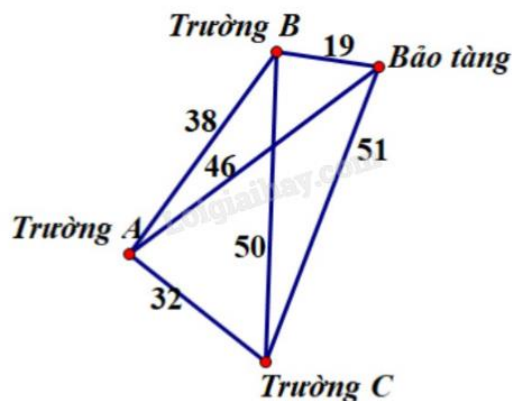
Mặt khác $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$ và AH cắt (SCD) tại H.

Xét tam giác SAD vuông tại A có đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 1^2}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Đáp án: 0,5.

Câu 2. Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong hình vẽ. Tìm thời gian đi ít nhất để thực hiện chu trình trên.

**Phương pháp giải:**

Xét từng địa điểm và con đường mất ít thời gian di chuyển nhất tới địa điểm đó.

Lời giải chi tiết:

Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường B là ngắn nhất: 19 phút.

Từ trường B, thời gian di chuyển đến trường A là ngắn nhất: 38 phút.

Từ trường A, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.

Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút.

Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường B, trường A, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là: $19 + 38 + 32 + 51 = 140$ (phút).

Đáp án: 140.

Câu 3. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc 50 km và về phía Tây 20 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

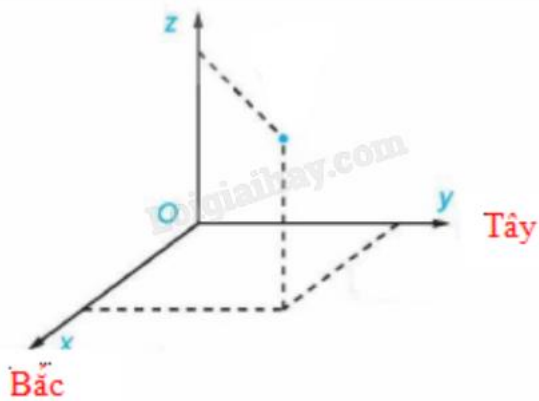
Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ ở vị trí phù hợp rồi áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai điểm:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}.$$

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo km (như hình vẽ).

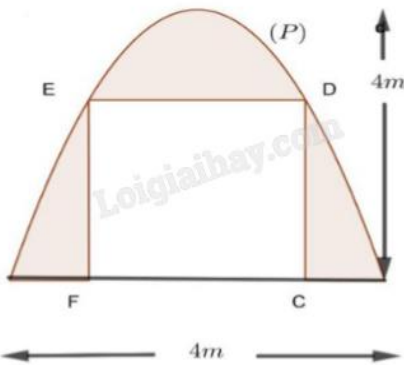


Chiếc máy bay có tọa độ (50;20;1).

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là: $\sqrt{50^2 + 20^2 + 1^2} \approx 53,9$ (km).

Đáp án: 53,9.

Câu 4. Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng 4 m. Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật CDEF sao cho chiều cao cửa đi là $CD = 2$ m, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phân tô đậm là 1,5 triệu đồng/ m^3 . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

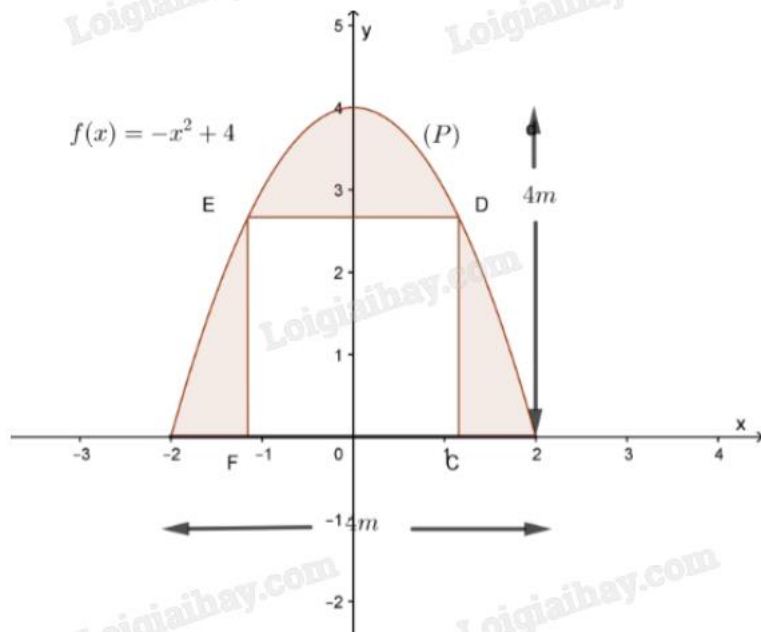


Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ phù hợp, từ đó tìm ra hàm số có đồ thị giới hạn phần diện tích cần tìm. Tính diện tích bằng cách sử dụng tích phân.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ:



Giả sử parabol (P) có phương trình là $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

(P) đi qua ba điểm $(0;4)$, $(-2;0)$ và $(2;0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ 0 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Vậy (P): $y = -x^2 + 4$.

Điểm D và E thuộc đồ thị có tung độ bằng 2 nên hoành độ hai điểm đó là nghiệm của phương trình $-x^2 + 4 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Theo đồ thị, $D(\sqrt{2}; 2)$ và $E(-\sqrt{2}; 2)$.

Chiều rộng cánh cửa là $DE = 2\sqrt{2}$ (m).

Diện tích cánh cửa là $S_{CDEF} = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ (m^2).

Diện tích phần đồ thị (P) tạo với trục hoành là $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4)dx = \frac{32}{3}$ (m^2).

Diện tích cần trang trí là $S_1 = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 4\sqrt{2} = \frac{32 - 12\sqrt{2}}{3}$ (m^2).

Chi phí để trang trí là $\frac{32 - 12\sqrt{2}}{3} \cdot 1,5 \approx 7,5$ (triệu đồng).

Đáp án: 7,5.

Câu 5. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Phương pháp giải:

Lập hàm số tính lợi nhuận theo x và tìm x để hàm số đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sỹ và BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m, suy ra $BC = 1$; $AB = 10$; $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 1^2} = 3\sqrt{11}$.

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là 1 đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi, hay $BD = x$ ($1 < x < 10$).

$$CD = \sqrt{x^2 - 1}; AD = AC - CD = 3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}.$$

$$\text{Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: } t = \frac{3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}}{3} + \frac{x}{1} = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x.$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x \text{ có } f'(x) = 1 - \frac{x}{3\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{4} \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	10
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất, hay $x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Vậy chiến sỹ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot 100 = 75\sqrt{2} \approx 106$ (m).

Đáp án: 106.

Câu 6. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức xác suất toàn phần.

Lời giải chi tiết:

A: “Lấy được quả bóng vàng từ hộp II”.

Vì lấy 4 trong số 5 quả bóng (3 trắng, 2 vàng) từ hộp I sang hộp II nên không thể xảy ra biến cố “không lấy được quả màu vàng nào từ hộp I” mà chỉ có 2 trường hợp xảy ra: Lấy được 1 hoặc 2 quả màu vàng.

Do đó, nếu gọi B: “Trong 4 quả bóng lấy từ hộp I chỉ có 1 quả màu vàng”, thì ta có \bar{B} : “Trong 4 quả bóng lấy từ hộp I có 2 quả màu vàng”.

* TH1: B xảy ra:

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{C_3^3 \cdot C_2^1}{C_5^4} = \frac{2}{5}.$$

Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II có 9 quả bóng trắng và 5 quả bóng vàng.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{5}{14}.$$

* TH2: \bar{B} xảy ra:

$$\text{Ta có } P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot C_2^2}{C_5^4} = \frac{3}{5}.$$

Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II có 8 quả bóng trắng và 6 quả bóng vàng.

$$\text{Do đó } P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} = 0,4.$$

Đáp án: 0,4.