ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 3

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** C	**3)** C	**4)** D	**5)** A	**6)** B
7) B	**8)** D	**9)** A	**10)** D	**11)** A	**12)** C

Câu 1. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

A. $20x^3 - 12x + C$

B. $x^5 - 2x^3 + x + C$

C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$

D. $\dfrac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa: $\int x^\alpha dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Lời giải chi tiết:

$$\int (5x^4 - 6x^2 + 1)dx = 5.\frac{x^5}{5} - 6.\frac{x^3}{3} + x + C = x^5 - 2x^3 + x + C.$$

Đáp án B.

Câu 2. Hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên khoảng K nếu

A. F'(x) = -f(x), $\forall x \in K$

B. f'(x) = F(x), $\forall x \in K$

C. F'(x) = f(x), $\forall x \in K$

D. $f'(x) = -F(x),\ \forall x \in K$

Phương pháp giải:

Áp dụng định nghĩa nguyên hàm.

Lời giải chi tiết:

Hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x),\ \forall x \in K$.

Đáp án C.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$ là

A. $3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x} + C$

B. $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{9} + 2\sqrt{x} + \dfrac{9x\sqrt{x}}{4} + C$

C. $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x} + C$

D. $\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + x\sqrt{x} + C$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa: $\int x^\alpha dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Lời giải chi tiết:

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}}.$$

$$\int f(x)dx = \int\left(\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)dx = \frac{1}{3}.3x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}.\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 + C$$

$$= \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + \left(\sqrt{x}\right)^3 + C = \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x} + C.$$

Đáp án C.

Câu 4. Cho f(x) là hàm số liên tục trên đoạn [a;b] và F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x). Tích phân từ a đến b của hàm số f (x) được kí hiệu là

A. $\int\limits_a^b F(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(a) - f(b)$

B. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$

C. $\int\limits_a^b F(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$

D. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Phương pháp giải:

Dựa vào định nghĩa tích phân.

Lời giải chi tiết:

Cho f(x) là hàm số liên tục trên đoạn [a;b] và F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x). Tích phân từ a đến b của hàm số f (x) được kí hiệu là $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Đáp án D.

Câu 5. Tính $\int_{-1}^{3} x^2dx$ được kết quả là

A. $\frac{28}{3}$

B. $\frac{26}{3}$

C. $\frac{25}{3}$

D. $\frac{29}{3}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Áp dụng định nghĩa tích phân $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Lời giải chi tiết:

$$\int_{-1}^{3} x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{3} = \frac{3^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = 9 + \frac{1}{3} = \frac{28}{3}.$$

Đáp án A.

Câu 6. Cho $I = \int_{-1}^{3} |2x-4|dx$. Chọn khẳng định đúng.

A. $I = \left|\int_{-1}^{3}(2x-4)dx\right|$

B. $I = -\int_{-1}^{2}(2x-4)dx + \int_{2}^{3}(2x-4)dx$

C. $I = \int_{-1}^{2}(2x-4)dx + \int_{2}^{3}(2x-4)dx$

D. $I = \int_{-1}^{2}(2x-4)dx - \int_{2}^{3}(2x-4)dx$

Phương pháp giải:

Khi f(x) < 0 thì |f(x)| = -f(x).

Khi f(x) > 0 thì |f(x)| = f(x).

Lời giải chi tiết:

$2x-4=0 \Leftrightarrow x=2$.

Khi $x<2 \Leftrightarrow 2x-4<0 \Rightarrow |2x-4|=-(2x-4)$.

Khi $x>2 \Leftrightarrow 2x-4>0 \Rightarrow |2x-4|=2x-4$.

$$I=\int_{-1}^{3}|2x-4|dx=\int_{-1}^{2}|2x-4|dx+\int_{2}^{3}|2x-4|dx=-\int_{-1}^{2}(2x-4)dx+\int_{2}^{3}(2x-4)dx.$$

Đáp án B.

Câu 7. Cho mặt phẳng (α) vuông góc với giá của $\vec{a}=(-4;2;6)$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$

B. $\overrightarrow{n_2}=(-2;1;3)$

C. $\overrightarrow{n_3}=(4;-2;6)$

D. $\overrightarrow{n_4}=(4;2;-6)$

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện để hai vecto cùng phương: $\vec{a}=k\vec{b}$.

Lời giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của (α) cùng phương với $\vec{a}=(-4;2;6)$.

Mà $\overrightarrow{n_2}=(-2;1;3)=\frac{1}{2}\vec{a}$ nên $\overrightarrow{n_2}=(-2;1;3)$ là một vecto pháp tuyến của (α).

Đáp án B.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;2;3) và B(1;-4;1). Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $-6y-2z-18=0$

B. $3y+z+1=0$

C. $-6y-2z-22=0$

D. $3y+z-9=0$

Phương pháp giải:

Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vecto pháp tuyến.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng qua A(1;2;3) và vuông góc với đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(1-1;-4-2;1-3)=(0;-6;-2)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình là:

$0(x-1)-6(y-2)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow -6y-2z+18=0 \Leftrightarrow 3y+z-9=0$.

Đáp án D.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): x + y – 3z – 4 = 0. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. A(0;4;0)

B. B(1;-6;-3)

C. C(2;2;0)

D. D(2;2;1)

Phương pháp giải:

Thay tọa độ các điểm vào phương trình, nếu thỏa mãn thì điểm đó thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng, thấy chỉ có tọa độ điểm A(0;4;0) thỏa mãn phương trình mặt phẳng, do: 1.0 + 1.4 – 3.0 – 4 = 0.

Vậy A(0;4;0) thuộc (P).

Đáp án A.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, đường thẳng d đi qua điểm M(1;1;1) có vecto chỉ phương $\vec{u} = (1;2;3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Phương pháp giải:

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có vecto chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ có phương trình là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Lời giải chi tiết:

d đi qua điểm M(1;1;1) có vecto chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$ có phương trình là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Đáp án D.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm M(1;4;-7) đến (P): 2x – y + 2z + 7 = 0 là

A. 3

B. 5

C. 7

D. 12

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

$$d\left(M,(P)\right)=\frac{\left|2.1-1.4+2.(-7)+7\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{9}{3}=3.$$

Đáp án A.

Câu 12. Góc giữa hai mặt phẳng (P): x + 2y + z – 1 = 0 và (Q): -x + y + 2z + 2 = 0 bằng

A. 30^o

B. 45^o

C. 60^o

D. 90^o

Phương pháp giải:

Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P), (Q) tương ứng có các vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(A;B;C\right),\vec{n}'=\left(A';B';C'\right)$. Khi đó, góc giữa (P) và (Q), kí hiệu là ((P), (Q)) được tính theo công thức:

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{\left|AA'+BB'+CC'\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}.$$

Lời giải chi tiết:

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{\left|1.(-1)+2.1+1.2\right|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+2^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\left((P),(Q)\right)=60^o.$$

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) ĐSSS	**2)** ĐĐSS

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=x^2-4x$.

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số y = f(x) và Ox là nghiệm của phương trình f(x) = 0.

b) $x^2-4x\ge 0$, $\forall x\in[0;4]$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số y = f(x) và Ox được tính theo công thức $\int_4^0 |x^2-4x|dx$.

d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số y = f(x) và Ox có diện tích là 32.

Phương pháp giải:

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị y = f(x) với đồ thị y = g(x) là nghiệm của phương trình f(x) = g(x).

b) Áp dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai.

c, d) Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S=\int_a^b |f(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Trục Ox có phương trình y = 0 nên hoành độ giao điểm của đồ thị y = f(x) với trục hoành là nghiệm của phương trình y = f(x).

b) Sai. $x^2-4x\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 0 \\ x\ge 4 \end{array}\right.$ và $x^2-4x\le 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 4$.

c) Sai. Phần diện tích giới hạn bởi đồ thị y = f(x) với trục Ox có hoành độ thuộc đoạn [0;4], được tính bởi công thức $\int_0^4 |x^2-4x|dx$.

d) Sai. Trên đoạn [0;4], ta có $x^2-4x\le 0$ nên $|x^2-4x|=4x-x^2$.

Diện tích hình phẳng đó là $\int_0^4 |x^2-4x|dx=\int_0^4 (4x-x^2)dx=\left(2x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4=2.4^2-\frac{4^3}{3}=\frac{32}{3}$.

Câu 2. Đặt một quả bóng ở góc nhà, biết trên quả bóng có một điểm M cách hai bức tường 5 cm và cách sàn nhà 6 cm. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho góc nhà là góc phần tư thứ nhất và sàn nhà là mặt phẳng Oxy.

a) M(5;5;6).

b) Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là y = 0 và x = 0.

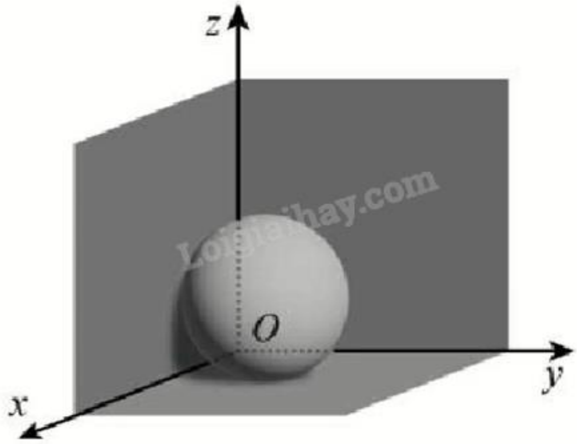
c) Chỉ có một quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Bán kính của quả bóng thuộc (5;11) cm).

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc xác định tọa độ điểm và công thức tính khoảng cách giữa hai điểm trong không gian.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. M(5;5;6).

b) Đúng. Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là x = 0 và y = 0.

c) Sai. Gọi I là tâm của quả bóng. Vì bóng được đặt ở góc nhà (tiếp xúc với hai mặt tường và sàn nhà) nên I cách ba mặt phẳng trên đúng một khoảng bằng bán kính r. Khi đó I(r;r;r).

Vì M là một điểm trên bề mặt quả bóng nên $IM = r \Leftrightarrow (5-r)^2 + (5-r)^2 + (6-r)^2 = r^2$

$\Leftrightarrow 86 - 32r + 2r^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r_1 = 8 + \sqrt{21} \approx 12,58 \\ r_2 = 8 - \sqrt{21} \approx 3,42 \end{array}\right.$.

Vậy có hai quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Sai. Bán kính của quả bóng có thể là $r_1 \approx 12,58$ (cm) hoặc $r_2 \approx 3,42$ (cm) nên không thuộc (5;11) (cm).

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 4,5	**2)** 10,7	**3)** 5	**4)** 20

Câu 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 18 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -36t + 18 (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Phương pháp giải:

Tìm thời gian t_0 để xe dừng hẳn từ lúc hãm phanh.

Tính $\int_0^{t_0} v(t)dt$.

Lời giải chi tiết:

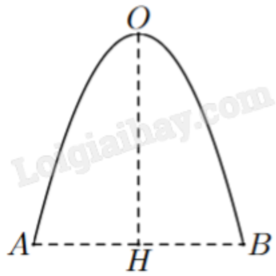
Khi ô tô dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -36.t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 0,5$ (s).

Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là:

$$s(0,5) = \int_0^{0,5} v(t)dt = \int_0^{0,5} (-36t + 18)dt = \left(-18t^2 + 18t\right)\Big|_0^{0,5} = -18.0,5^2 + 18.0,5 = 4,5 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 4,5.

Câu 2. Mặt cắt đứng của một cái cổng có dạng một đường parabol với chiều cao OH = 4 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là AB = 4 m (hình bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ phù hợp. Dựa vào tọa độ các điểm thuộc parabol để tìm phương trình của parabol. Từ đó ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ sao cho H trùng với gốc tọa độ, A và B nằm trên trục hoành và B có hoành độ dương. O nằm trên trục tung.

Cổng parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + bx + c$ với a < 0 vì bề lõm hướng xuống dưới.

Khi đó H(0;0), A(-2;0), B(2;0) và O(0;4).

Vì A, B, H thuộc parabol nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 0 = a.2^2 + b.2 + c \\ 0 = a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 4 = a.0^2 + b.0 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 4a + 2b \\ -4 = 4a - 2b \\ 4 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 + 4.$$

Trên đoạn [-2;2], ta thấy parabol nằm phía trên trục hoành nên $-x^2 + 4 \ge 0 \Leftrightarrow \left|-x^2 + 4\right| = -x^2 + 4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đoạn AB là:

$$\int_{-2}^{2} \left|-x^2 + 4\right| dx = \int_{-2}^{2} \left(-x^2 + 4\right) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x\right)$$

$$\Bigg|_{-2}^{2} = \left(-\frac{2^3}{3} + 4.2\right) - \left[-\frac{(-2)^3}{3} + 4.(-2)\right] = \frac{16}{3} - \left(-\frac{16}{3}\right) = \frac{32}{3} \approx 10,7 \ (m^2).$$

Đáp án: 10,7.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(2;4;1); B(−1;1;3) và mặt phẳng (P): x – 3y + 2z – 5 = 0. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng ax + by + cz – 11 = 0. Tính a + b + c.

Phương pháp giải:

Cặp vecto chỉ phương của (Q) là vecto pháp tuyến của (P) và $\overrightarrow{AB}$.

Áp dụng biểu thức tọa độ của tích có hướng để tìm vecto pháp tuyến của (Q) rồi lập phương trình.

Lời giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (1;-3;2)$.

Ta có $\overrightarrow{n_P} = (1;-3;2)$ và $\overrightarrow{AB} = (-1-2;1-4;3-1) = (-3;-3;2)$ là cặp vecto chỉ phương của (Q).

$\overrightarrow{AB} = (-1-2;1-4;3-1) = (-3;-3;2)$

Vecto pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{AB}\right] = (0;-8;-12)$.

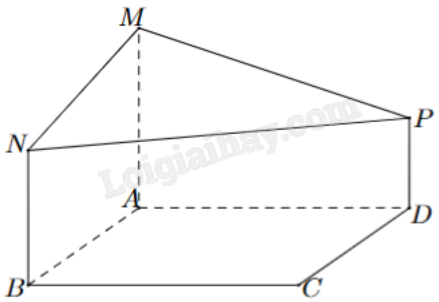
Mặt phẳng (Q) có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (0;-8;-12)$ và đi qua A(2;4;1) có phương trình là:

$0(x-2)-8(y-4)-12(z-1)=0 \Leftrightarrow -8y-12z+44=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Vậy a + b + c = 0 + 2 + 3 = 5.

Đáp án: 5.

Câu 4. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó ABCD là hình vuông cạnh 6 m, AM, BN, DP cùng vuông góc với (ABCD), AM = 4 m, BN = 3 m và DP = 2 m. Góc giữa hai mặt phẳng (ABCD) và (MNP) là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?



Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ phù hợp. Lập phương trình mặt phẳng (ABCD) và (MNP) rồi áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho A trùng với gốc tọa độ, B thuộc tia Ox, D thuộc tia Oy và M thuộc tia Oz. Khi đó: A(0;0;0), M(0;0;4), N(6;0;3), P(0;6;2) và mặt phẳng (ABCD) trùng với mặt phẳng (Oxy), hay (ABCD) có phương trình tổng quát z = 0.

$\overrightarrow{MN} = (6;0;-1)$; $\overrightarrow{MP} = (0;6;-2)$.

Vecto pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right] = (6;12;36)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

$6(x-0)+12(y-0)+36(z-0)=0 \Leftrightarrow 6x+12y+36z=0 \Leftrightarrow x+2y+6z=0$.

Góc giữa hai mặt phẳng (ABCD) và (MNP) là:

$$\cos\left((ABCD),(MNP)\right) = \frac{|1.0+2.0+6.1|}{\sqrt{1^2+2^2+6^2}.\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{6\sqrt{41}}{41} \Rightarrow \left((ABCD),(MNP)\right) \approx 20^\circ.$$

Đáp án: 20.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

1) 2	2) 36,7	3) 24

Câu 1. Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số y = 2x + 3 và các đường thẳng y = 0, x = 0, x = m bằng 10 là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S=\int_a^b |f(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

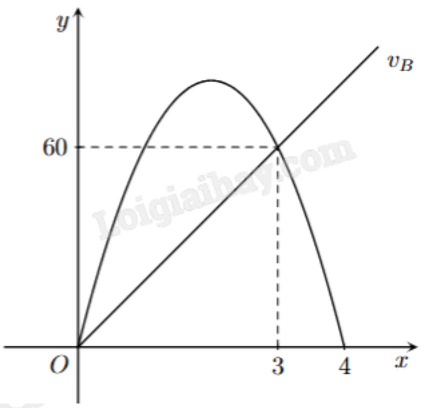
Với m > 0, diện tích hình phẳng là $\int_0^m |2x+3|dx=10 \Leftrightarrow \int_0^m (2x+3)dx=10 \Leftrightarrow \left(x^2+3x\right)\Big|_0^m=10$

$\Leftrightarrow m^2+3m=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Vì m dương nên loại m = -5. Vậy m = 2 là giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án: 2.

Câu 2. Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của hai xe A và B khởi hành cùng một lúc và cùng vạch xuất phát, đi cùng chiều trên một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của xe A là một đường parabol và đồ thị biểu diễn vận tốc của xe B là một đường thẳng như hình vẽ bên. Hỏi sau 5 giây kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách giữa hai xe là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục và biết rằng xe A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0)?



Phương pháp giải:

Lập phương trình parabol và đường thẳng biểu diễn vận tốc. Áp dụng tích phân để tính quãng đường từ các hàm vận tốc vừa tìm.

Lời giải chi tiết:

Gọi parabol v_A biểu diễn vận tốc xe A có phương trình $y=a_Ax^2+b_Ax+c$ và đường thẳng v_B biểu diễn vận tốc xe B có phương trình $y=a_Bx+b_B$.

Parabol v_A di qua ba điểm O(0;0), M(3;60) và N(4;0) nên ta có:

$$\begin{cases} 0 = a_A.0^2 + b_A.0 + c \\ 60 = a_A.3^2 + b_A.3 + c \\ 0 = a_A.4^2 + b_A.4 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_A = -20 \\ b_A = 80 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -20x^2 + 80x.$$

v_B là đường thẳng đi qua hai điểm O(0;0) và M(3;60) nên $\begin{cases} 0 = a_B.0 + b_B \\ 60 = a_B.3 + b_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_B = 0 \\ a_B = 20 \end{cases} \Rightarrow y = 20x$.

Quãng đường xe A đi được sau 4 giây là $\int_0^4 \left(-20x^2 + 80x\right)dx = \frac{640}{3}$. Khi x = 4 thì $v_A = 0$ nên xe dừng sau 4 giây, đi được quãng đường bằng $\frac{640}{3}$.

Quãng đường xe B đi được sau 5 giây là $\int_0^5 20x dx = 250$.

Khoảng cách giữa hai xe sau 5 giây là $250 - \frac{640}{3} = \frac{110}{3} \approx 36,7$.

Đáp án: 36,7.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho (P): x − y + z − 3 = 0 và A(5;6;7). Gọi H(a;b;c) là hình chiếu vuông góc của A trên (P). Tính a + 2b + c.

Phương pháp giải:

Lập phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

H là giao điểm của d và (P).

Lời giải chi tiết:

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Khi đó, d giao (P) tại H.

d là đường thẳng đi qua A(5;6;7) và nhận $\vec{u} = (1;-1;1)$ làm vecto chỉ phương nên phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 6 - t \\ z = 7 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

H là giao điểm của d và (P) nên ta có $5 + t - (6 - t) + 7 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow 3 + 3t = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy H(4;7;6), suy ra a + 2b + c = 4 + 7.2 + 6 = 24.

Đáp án: 24.