ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 9

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- *Ôn tập lý thuyết học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 11.*
- *Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.*
- *Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì II – chương trình Toán 11.*

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** B	**3)** D	**4)** A	**5)** D	**6)** C
7) B	**8)** A	**9)** D	**10)** B	**11)** C	**12)** C

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{5}}.\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$

B. $P = x^{\frac{17}{30}}$

C. $P = x^{\frac{1}{15}}$

D. $P = x^{\frac{17}{15}}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $x^a.x^b = x^{a+b}$ và $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$.

Lời giải chi tiết:

$P = x^{\frac{2}{5}}.\sqrt[6]{x} = x^{\frac{2}{5}}.x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{2}{5}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{17}{30}}$.

Đáp án B.

Câu 2. Cho $a > 0$ và $a \ne 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. 3

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$ và $\log_x x^{\alpha} = \alpha$.

Lời giải chi tiết:

$\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

Đáp án B.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $(-\infty;+\infty)$

B. $[0;+\infty)$

C. $(-\infty;0)$

D. $(0;+\infty)$

Phương pháp giải:

Áp dụng lí thuyết về tập xác định của hàm số logarit.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là $(0;+\infty)$.

Đáp án D.

Câu 4. Chọn mệnh đề sai.

A. (u.v)’ = u’.v’

B. (u – v)’ = u’ – v’

C. (u.v)’ = u’.v – u.v’

D. (u + v)’ = u’ + v’

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

Lời giải chi tiết:

Ta có (u.v)’ = u’.v – u.v’ là công thức đúng và (u.v)’ = u’.v’ là sai.

Đáp án A.

Câu 5. Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = 3x$

B. $y' = 2 + x$

C. $y' = x^2 + x$

D. $y' = 2x + 1$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $(x^\alpha)' = \alpha.x^{\alpha-1}$.

Lời giải chi tiết:

$y' = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1$.

Đáp án D.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = -5^x \ln 5$

B. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$

C. $y' = 5^x \ln 5$

D. $y' = \frac{-5^x}{\ln 5}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức đạo hàm $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$.

Lời giải chi tiết:

$y'=\left(5^x\right)'=5^x\ln 5$.

Đáp án C.

Câu 7. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là

A. -4 | **B.** 4

C. 2 | **D.** -2

Phương pháp giải:

Tính f'(2).

Lời giải chi tiết:

$f'(x)=\left(x^2\right)'=2x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là f'(2) = 2.2 = 4.

Đáp án B.

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Gọi A biến cố "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số chẵn". Biến cố A xung khắc với biến cố nào sau đây?

A. "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số lẻ"

B. "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số chia hết cho 3"

C. "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số chia hết cho 6"

D. "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số chia hết cho 4"

Phương pháp giải:

Hai biến cố được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

Lời giải chi tiết:

Biến cố xung khắc của A là "Số chấm xuất hiện của con xúc xắc là số lẻ".

Đáp án A.

Câu 9. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. P(A) = 0,4, P(B) = 0,3. Khi đó P(AB) bằng

A. 0,1 | **B.** 0,58

C. 0,7 | **D.** 0,12

Phương pháp giải:

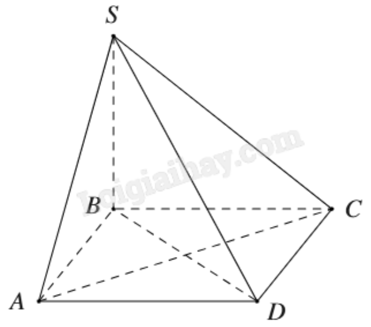
Áp dụng quy tắc nhân xác suất cho hai biến cố độc lập: P(AB) = P(A).P(B).

Lời giải chi tiết:

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên P(AB) = P(A).P(B) = 0,4.0,3 = 0,12.

Đáp án D.

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông và SB vuông góc với mặt phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AC \perp (SCD)$

B. $AC \perp (SBD)$

C. $AC \perp (SBC)$

D. $AC \perp (SAB)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

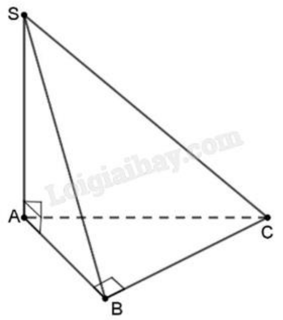
Vì ABCD là hình vuông nên $AC \perp BD$.

Mặt khác $SB \perp (ABCD)$ nên $SB \perp AC$.

Do đó $AC \perp (SBD)$.

Đáp án B.

Câu 11. Cho hình chóp S.ABC, đáy là tam giác ABC vuông tại B, cạnh $SA \perp (ABC)$. Chọn khẳng định đúng.



A. $d\left(C,(SAB)\right) = CS$

B. $d\left(A,(SBC)\right) = AB$

C. $d\left(C,(SAB)\right) = CB$

D. $d\left(S,(SBC)\right) = SA$

Phương pháp giải:

Khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng là khoảng cách từ điểm đó đến hình chiếu của nó trên mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $d\left(C,(SAB)\right) = CB$;

$d\left(A,(SBC)\right)$ là khoảng cách từ A đến chân đường vuông góc hạ xuống SB;

$d\left(S,(SBC)\right) = 0$.

Đáp án C.

Câu 12. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$

B. $2a^3$

C. $6a^3$

D. $2a^3\sqrt{3}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ V = Bh.

Lời giải chi tiết:

$V = Bh = a^2\sqrt{3}.2a\sqrt{3} = 6a^3$.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) SĐĐS	**2)** ĐĐSS

Câu 1. Một chất điểm chuyển động trong 60 giây đầu tiên có phương trình $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - \frac{2}{3}t^3 + 6t^2 + 7t$, trong đó t > 0 và tính bằng giây (s), s(t) tính bằng mét (m).

a) Vận tốc chuyển động $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 12t + 7$.

b) Gia tốc chuyển động $a(t) = v'(t) = t^2 - 4t + 12$.

c) Tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng $\frac{77}{3}$ m/s.

d) Vận tốc chuyển động tại thời điểm t = 1 là $v(t) = \frac{32}{3}$ m/s.

Phương pháp giải:

a) v(t) = s'(t).

b) a(t) = v'(t).

c) Tìm t_0 sao cho gia tốc nhỏ nhất. Tính $v(t_0)$.

d) Tính v(1).

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $v(t) = s'(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 12t + 7$.

b) Đúng. $a(t) = v'(t) = t^2 - 4t + 12$.

c) Đúng. Gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = -\frac{-4}{2.1} = 2$.

Khi đó $v(2) = \frac{1}{3}.2^3 - 2.2^2 + 12.2 + 7 = \frac{77}{3}$ (m/s).

d) Sai. $v(1)=\frac{1}{3}.1^3-2.1^2+12.1+7=\frac{52}{3}$ (m/s).

Câu 2. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A được chế tạo cân đối. Đồng xu B được chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa.

a) Xác suất đồng xu A xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất đồng xu B xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{1}{4}$.

c) Khi gieo hai đồng xu một lần thì xác suất cả hai đều ngửa bằng $\frac{1}{12}$.

d) Khi gieo hai đồng xu hai lần thì xác suất cả hai đồng xu đều ngửa bằng $\frac{1}{32}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc nhân xác suất và tính xác suất của biến cố đối.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Xác suất đồng xu A ngửa bằng $\frac{1}{2}$.

b) Đúng. Xác suất đồng xu B ngửa là x, xác suất đồng xu B sấp là 1 – x.

Vì xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa nên ta có $1-x=3x$, suy ra $x=\frac{1}{4}$.

Vậy xác suất đồng xu B ngửa bằng $\frac{1}{4}$.

c) Sai. Xác suất cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{2}.\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$.

d) Sai. Xác suất cả hai đồng xu đều ngửa khi tung hai lần là $\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{64}$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 220	**2)** 0,04	**3)** 1	**4)** 60

Câu 1. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi của kỳ trước được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp) với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gửi tiền vào ngân hàng bằng bao nhiêu triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

Phương pháp giải:

- Tính số tiền có được sau 6 tháng đầu.

- Tính số tiền có được sau 1 năm gửi tiếp.

Sử dụng công thức lãi kép không kì hạn $T = A(1+r)^N$.

Lời giải chi tiết:

Số tiền người đó có sau 6 tháng = 2 quý: $T_1 = 100(1+2\%)^2 = 104,04$ triệu đồng.

Số tiền người đó có ngay sau khi gửi thêm 100 triệu là: $104,04 + 100 = 204,04$ triệu đồng.

Số tiền người đó có sau 1 năm = 4 quý nữa là: $T_2 = 204,04(1+2\%)^4 \approx 220$ triệu đồng.

Đáp án: 220.

Câu 2. Hai đội công nhân trong một nhà máy sản xuất có xác suất tạo ra sản phẩm tốt lần lượt là 0,75 và 0,85. Tính xác suất phế phẩm mà nhà máy đó tạo ra bởi cả hai đội (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc nhân và tính xác suất của biến cố đối.

Lời giải chi tiết:

Xác suất phế phẩm mà nhà máy đó tạo ra bởi cả hai đội là $(1-0,75)(1-0,85) = 0,0375 \approx 0,04$.

Đáp án: 0,04.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^2e^{-2x}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Phương pháp giải:

Tìm TXĐ. Tính f'(x) và giải phương trình f'(x) = 0.

Lời giải chi tiết:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

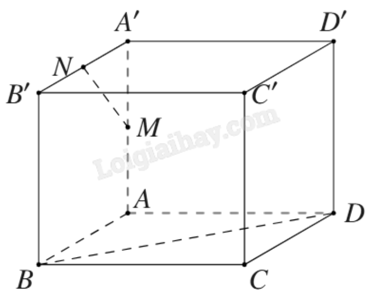
$f'(x) = (x^2)'e^{-2x} + x^2(e^{-2x})' = 2xe^{-2x} - 2x^2e^{-2x} = 2xe^{-2x}(1-x)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2xe^{-2x}(1-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình f'(x) = 0 là 0 + 1 = 1.

Đáp án: 1.

Câu 4. Công ty sản xuất đồ chơi Electric X giao cho nhân viên thiết kế một mô hình khối hình hộp ABCD.A'B'C' D' có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng 2024 (cm) như hình vẽ. Giả sử M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA′ và A′ B′. Để ghi các thông số kĩ thuật thì công ty yêu cầu nhân viên tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD trước khi sản xuất hàng loạt. Hỏi số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD là bao nhiêu độ?

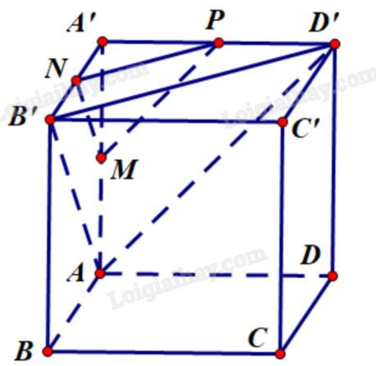


Phương pháp giải:

Gọi P là trung điểm của A’D’.

Tính $(MN,BD)=(MN,NP)=MNP$.

Lời giải chi tiết:



Gọi P là trung điểm của A’D’.

Dễ thấy NP // B’D’ // BD. Do đó, $(MN,BD)=(MN,NP)=MNP$.

Ta có độ dài đường chéo các mặt của khối lập phương là $AB'=AD'=B'D'=2024\sqrt{2}$.

Vì MN là đường trung bình tam giác A’B’A nên $MN=\dfrac{AB'}{2}=\dfrac{2024\sqrt{2}}{2}=1012\sqrt{2}$.

Tương tự, ta có $NP=MP=1012\sqrt{2}$.

Do đó, tam giác MNP là tam giác đều, suy ra $MNP=60^{o}$.

Vậy góc giữa MN và BD bằng 60^{o}.

Đáp án: 60.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng d: y = x – 2.

Phương pháp giải:

Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d, giải tìm nghiệm x_0.

Phương trình tiếp tuyến của f(x) tại x_0 là $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y'=\left(\dfrac{x-2}{2x+1}\right)'=\dfrac{(x-2)'(2x+1)-(x-2)(2x+1)'}{(2x+1)^2}$

$=\dfrac{1.(2x+1)-(x-2).2}{(2x+1)^2}=\dfrac{2x+1-2x+4}{(2x+1)^2}=\dfrac{5}{(2x+1)^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$\frac{x-2}{2x+1}=x-2\Leftrightarrow(2x+1)(x-2)=x-2\Leftrightarrow 2x^2-4x=0\Leftrightarrow 2x(x-2)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.

Với $x_0=2$, ta có $y'(x_0)=y'(2)=\frac{5}{(2.2+1)^2}=\frac{1}{5}$; $y(x_0)=y(2)=\frac{2-2}{2.2+1}=0$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=\frac{1}{5}(x-2)+0\Leftrightarrow y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$.

Với $x_0=0$, ta có $y'(x_0)=y'(0)=\frac{5}{(2.0+1)^2}=5$; $y(x_0)=y(0)=\frac{0-2}{2.0+1}=-2$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=5(x-0)-2\Leftrightarrow y=5x-2$.

Câu 2. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>0$.

Phương pháp giải:

Tìm ĐKXĐ và giải bất phương trình.

Lời giải chi tiết:

ĐKXĐ: $\begin{cases}\log_2\left(2-x^2\right)>0\\2-x^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-x^2>2^0\\x^2<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2<1\\x^2<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<x<1\\-2<x<2\end{cases}\Leftrightarrow -1<x<1$.

Khi đó $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>0\Leftrightarrow\log_2\left(2-x^2\right)<\left(\frac{1}{2}\right)^0\Leftrightarrow\log_2\left(2-x^2\right)<1$

$\Leftrightarrow 2-x^2<2^1\Leftrightarrow x^2>0\Leftrightarrow x\neq 0$.

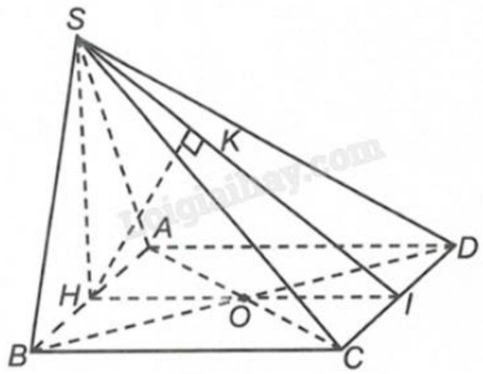
Kết hợp ĐK, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-1;0)\cup(0;1)$.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = 1, AD = $\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Xác định đoạn thẳng thể hiện khoảng cách giữa AB và SC. Từ đó, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tìm chiều cao khối chóp và tính thể tích.

Lời giải chi tiết:



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD. Kẻ $HK \perp SI$.

SH vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của tam giác cân SAB, suy ra $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$.

Ta có $\begin{cases} SH \perp CD \\ HI \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHI) \Rightarrow CD \perp HK$.

Mặt khác $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp CD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

Vì CD // AB nên $d\left(AB, DC\right) = d\left(AB, (SCD)\right) = d\left(H, (SCD)\right) = HK$.

Ta có $HK = \dfrac{3}{2}$, $HI = AD = \sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SHI vuông tại H có đường cao HK:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HS^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow HS = 3.$$

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ACBD} = \dfrac{1}{3}.SH.AB.AD = \dfrac{1}{3}.3.1.\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,73$.