

ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 8

MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm): Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

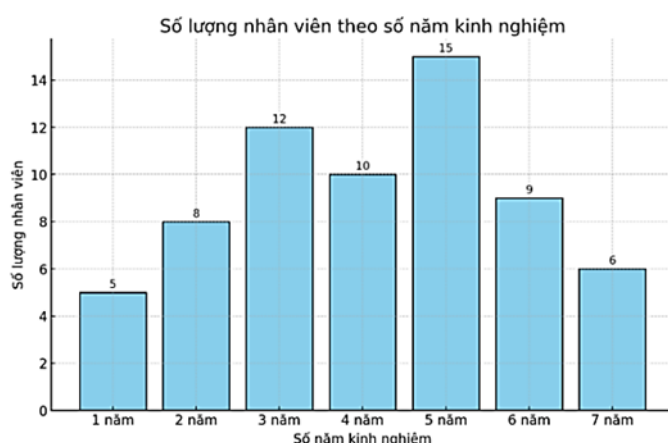
a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Bạn An đang thiết kế một chiếc cầu có hình dạng giống đồ thị của hàm số $y = 2x^2$, bạn cần xác định những điểm trên cầu có độ cao bằng 2 mét so với mặt đất. Hãy tìm các tọa độ đó để bạn An hoàn thành bản vẽ.**Câu 2 (1 điểm):** Cho phương trình bậc hai $\sqrt{3}x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$

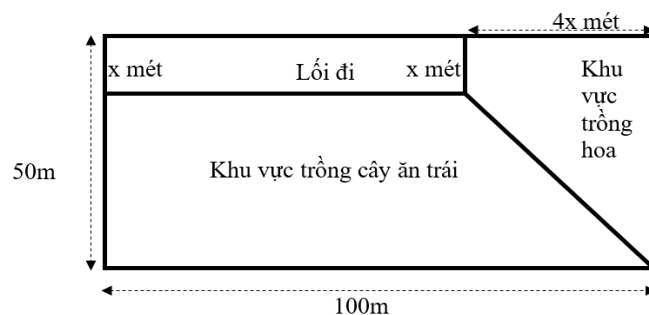
a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

b) Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức: $C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}(x_1 - x_2)$.**Câu 3 (1,5 điểm):**

a) Biểu đồ dưới đây thống kê số lượng nhân viên trong một công ty theo số năm kinh nghiệm làm việc của họ. Dựa vào biểu đồ trên, hãy cho biết tổng số nhân viên của công ty là bao nhiêu?



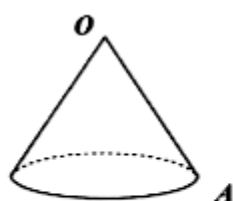
b) Một quản lý của công ty có 4 phần thưởng khác nhau A, B, C, D và sẽ trao cho hai nhóm nhân viên, mỗi nhóm được nhận 2 phần thưởng. Tính xác suất để nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C.

Câu 4 (1 điểm): Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài 100m, chiều rộng 50m. Người ta làm một lối đi có dạng hình chữ nhật, khu vực trồng hoa có dạng hình thang vuông, còn lại là khu vực trồng cây ăn trái với kích thước như hình vẽ bên dưới.a) Viết biểu thức S biểu diễn theo x ($0 < x < 50$) diện tích phần đất của khu vực trồng cây ăn trái?b) Tìm giá trị của x biết phần đất của khu vực trồng cây ăn trái có diện tích là 4608 m^2 ?

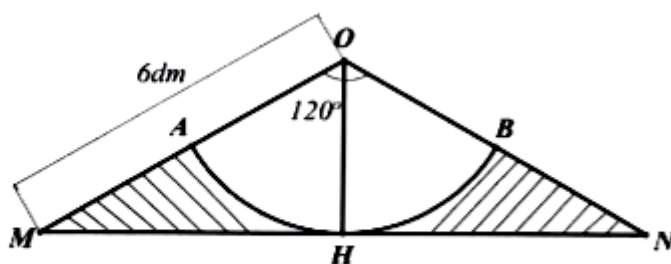
Câu 5 (1 điểm): Để làm một cái gàu tát nước có dạng hình nón (hình 1), bác An dùng một tấm tôn hình $\triangle OMN$ cân tại O có cạnh bên $OM = 6\text{dm}$, $\angle MON = 120^\circ$ (hình 2). Bác xác định trung điểm H của MN, vẽ cung tròn tâm O bán kính OH cắt các cạnh OM, ON lần lượt tại A, B. Sau đó bác cắt bỏ phần gạch sọc, cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu (giả sử phần diện tích của mép nối không đáng kể). (lấy $\pi \approx 3,14$)

- a) Tính diện tích tôn cần dùng để làm chiếc gàu? (kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân)
b) Hỏi khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được bao nhiêu lít nước? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, trong đó h là chiều cao hình nón, r là bán kính mặt đáy hình nón.



Hình 1



Hình 2

Câu 6 (1 điểm): Một bài thi trắc nghiệm gồm 20 câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời sai thì bị trừ 2 điểm, nếu bỏ qua câu trả lời thì được 0 điểm.

- a) Bạn An tham dự bài thi và được 47 điểm. Biết An bỏ qua 5 câu. Hỏi An trả lời đúng mấy câu và trả lời sai mấy câu?
b) Bạn Hoa tham dự bài thi và được 59 điểm. Hỏi Hoa trả lời đúng mấy câu, trả lời sai mấy câu và bỏ qua bao nhiêu câu?

Câu 7 (3 điểm): Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB (A, B là 2 tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB. Vẽ cát tuyến MDC và (O), C nằm ngoài M và D. Gọi N là trung điểm CD.

- a) Chứng minh $MO \perp AB$ và $MA^2 = MO.MH$.
b) Chứng minh O, A, M, B, N cùng thuộc đường tròn đường kính OM và MN là tia phân giác của $\angle ANB$.
c) Giả sử $OA = R$, $OM = 2R$. Tính $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}}$.

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm): Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Bạn An đang thiết kế một chiếc cầu có hình dạng giống đồ thị của hàm số $y = 2x^2$, bạn cần xác định những điểm trên cầu có độ cao bằng 2 mét so với mặt đất. Hãy tìm các tọa độ đó để bạn An hoàn thành bản vẽ.

Phương pháp

a) Lập bảng giá trị, vẽ đồ thị hàm số trên hệ trục tọa độ.

b) Thay $y = 2$ vào (P) để xác định các giá trị x tương ứng.

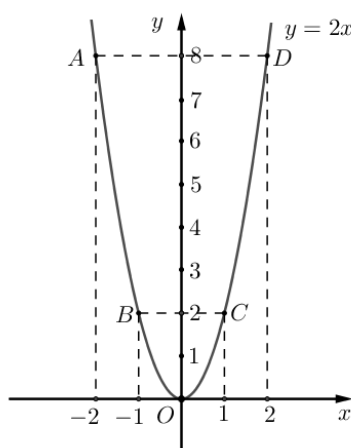
Lời giải

a) Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-2;8)$; $B(-1;2)$; $C(1;2)$; $D(2;8)$

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = 2x^2$ như sau:



b) Những điểm trên cầu có độ cao bằng 2 mét so với mặt đất là các điểm có tung độ $y = 2$.

Thay $y = 2$ vào (P) ta được:

$$2 = 2x^2$$

$$x^2 = 1$$

suy ra $x = 1$ hoặc $x = -1$

Vậy bạn An cần xác định những điểm $(1; 2)$ và $(-1; 2)$.

Câu 2 (1 điểm): Cho phương trình bậc hai $\sqrt{3}x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

b) Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức: $C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}(x_1 - x_2)$.

Phương pháp

a) Sử dụng $ac < 0$ để chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng định lý Viète và biến đổi P để xuất hiện tổng và tích của hai nghiệm.

$$\text{Định lý Viète: } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Lời giải

a) Phương trình $\sqrt{3}x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$ có $a = \sqrt{3}$; $b = -2$; $c = -\sqrt{3}$

Vì $a.c = \sqrt{3}.(-\sqrt{3}) = -9 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

$$b) C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}(x_1 - x_2)$$

$$\text{Áp dụng Viète, ta có: } x_1 + x_2 = -\frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}; x_1.x_2 = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1$$

$$\text{Ta có: } C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}(x_1 - x_2)$$

$$C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}x_1 + \sqrt{3}x_2$$

$$C = \sqrt{3}x_1 + \sqrt{3}x_2 - (x_1^2 + x_2^2)$$

$$C = \sqrt{3}(x_1 + x_2) - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]$$

$$C = \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} - \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 - 2.(-1) \right]$$

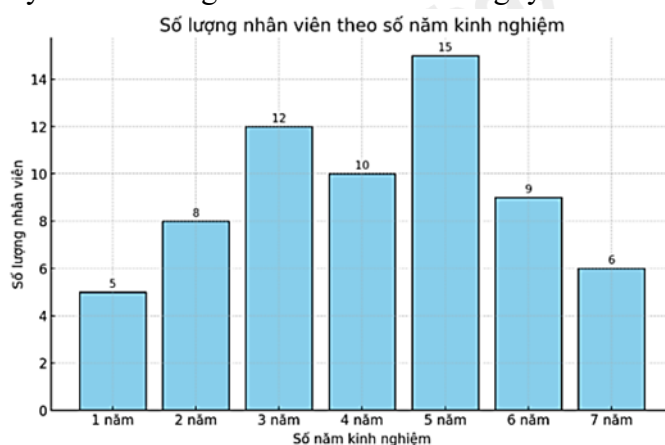
$$C = 2 - \frac{4}{3} - 2$$

$$C = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy } C = -\frac{4}{3}.$$

Câu 3 (1,5 điểm):

a) Biểu đồ dưới đây thống kê số lượng nhân viên trong một công ty theo số năm kinh nghiệm làm việc của họ. Dựa vào biểu đồ trên, hãy cho biết tổng số nhân viên của công ty là bao nhiêu?



b) Một quản lý của công ty có 4 phần thưởng khác nhau A, B, C, D và sẽ trao cho hai nhóm nhân viên, mỗi nhóm được nhận 2 phần thưởng. Tính xác suất để nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C.

Phương pháp

a) Tính tổng số nhân viên = tổng số lượng nhân viên theo số năm kinh nghiệm.

b) Xác định số phần tử của không gian mẫu.

Xác định số kết quả thuận lợi của nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C.

Xác suất để nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi với số phần tử của không gian mẫu.

Lời giải

a) Từ biểu đồ trên, ta có tổng số nhân viên là:

$$5 + 8 + 12 + 10 + 15 + 9 + 6 = 65 \text{ (nhân viên)}$$

Vậy tổng số nhân viên của công ty là 65 nhân viên.

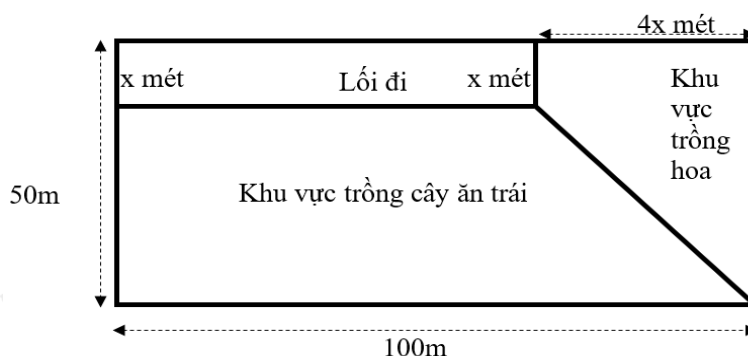
b) Không gian mẫu là: $\Omega = \{(AB, CD), (AC, BD), (AD, BC), (BC, AD), (BD, AC), (CD, AB)\}$.

Không gian mẫu có 6 phần tử.

Nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C là: (AC, BD) nên có 1 kết quả thuận lợi.

Vậy xác suất để nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C là $\frac{1}{6}$.

Câu 4 (1 điểm): Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài 100m, chiều rộng 50m. Người ta làm một lối đi có dạng hình chữ nhật, khu vực trồng hoa có dạng hình thang vuông, còn lại là khu vực trồng cây ăn trái với kích thước như hình vẽ bên dưới.



a) Viết biểu thức S biểu diễn theo x ($0 < x < 50$) diện tích phần đất của khu vực trồng cây ăn trái?

b) Tìm giá trị của x biết phần đất của khu vực trồng cây ăn trái có diện tích là 4608 m^2 ?

Phương pháp

a) Sử dụng công thức tính diện tích hình chữ nhật để tính diện tích khu vườn, lối đi:

Shình chữ nhật = chiều dài.chiều rộng.

Sử dụng công thức tính diện tích hình thang để tính diện tích khu vực trồng hoa:

Shình thang = $\frac{1}{2}$.chiều cao.tổng hai đáy.

Diện tích phần đất của khu vực trồng cây ăn trái = diện tích khu vườn – diện tích lối đi – diện tích khu vực trồng hoa.

b) Giải phương trình bậc hai một ẩn $S = 4608$ để tìm x .

Lời giải

a) Diện tích khu vườn hình chữ nhật là:

$$50 \cdot 100 = 5000 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích lối đi là:

$$(100 - 4x) \cdot x = 100x - 4x^2 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích khu vực trồng hoa là:

$$\frac{1}{2} \cdot 4x \cdot (x + 50) = 2x^2 + 100x \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy biểu thức S biểu diễn theo x ($0 < x < 50$) diện tích phần đất của khu vực trồng cây ăn trái là:

$$S = 5000 - (100x - 4x^2) - (2x^2 + 100x)$$

$$S = 5000 - 100x + 4x^2 - 2x^2 - 100x$$

$$S = 2x^2 - 200x + 5000$$

b) Vì phần đất của khu vực trồng cây ăn trái có diện tích là 4608 m^2 nên ta có phương trình:

$$2x^2 - 200x + 5000 = 4608$$

$$2x^2 - 200x + 392 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 98$ (không thỏa mãn điều kiện) hoặc $x = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x = 2$ là giá trị cần tìm.

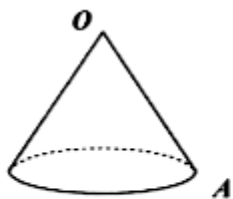
Câu 5 (1 điểm): Để làm một cái gàu tát nước có dạng hình nón (hình 1), bác An dùng một tấm tôn hình

$\triangle OMN$ cân tại O có cạnh bên $OM = 6\text{dm}$, $\angle MON = 120^\circ$ (hình 2). Bác xác định trung điểm H của MN , vẽ cung tròn tâm O bán kính OH cắt các cạnh OM , ON lần lượt tại A , B . Sau đó bác cắt bỏ phần gạch sọc, cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu (giả sử phần diện tích của mép nối không đáng kể). (lấy $\pi \approx 3,14$)

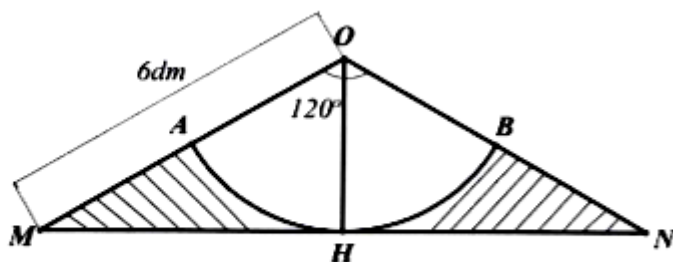
a) Tính diện tích tôn cần dùng để làm chiếc gàu? (kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân)

b) Hỏi khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được bao nhiêu lít nước? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, trong đó h là chiều cao hình nón, r là bán kính mặt đáy hình nón.



Hình 1



Hình 2

Phương pháp

a) Diện tích tôn cần dùng chính là diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l$.

Để tính diện tích xung quanh, ta cần có r và l .

Chứng minh OH là đường phân giác đồng thời là đường cao để tính được OH theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông.

Từ đó ta tính được độ dài cung tròn AB nhỏ: $l_{AB} = \frac{\pi R n}{180}$, chính là chu vi đường tròn đáy của hình nón.

Dùng công thức tính chu vi đường tròn để tính bán kính đáy r của hình nón.

Đường sinh l của hình nón chính là độ dài đoạn OA .

Tính diện tích xung quanh hình nón, chính là diện tích tôn cần dùng.

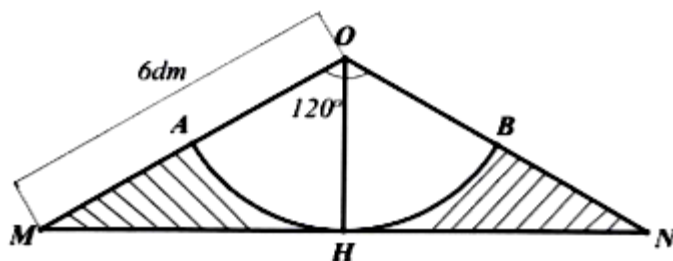
b) Áp dụng công thức liên hệ giữa bán kính, đường sinh và đường cao để tính đường cao: $l^2 = r^2 + h^2$.

Từ đó tính thể tích gàu nước.

Đổi về lít: $1\text{dm}^3 = 1\text{ lít}$.

Lời giải

a)



Vì OH là trung tuyến tam giác $\triangle OMN$ (gt) và $\triangle OMN$ cân tại O (gt) nên OH đồng thời là phân giác của $\angle MON$ và đường cao của tam giác $\triangle OMN$.

Do đó $\angle MOH = \frac{\angle MON}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ và $OH \perp MN$ tại H .

Trong tam giác MOH vuông tại H , ta có:

$$\cos MOH = \frac{OH}{OM} \text{ suy ra } OH = OM \cdot \cos MOH = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3 \text{ (dm)}$$

Do đó độ dài cung tròn AB nhỏ là:

$$l_{AB} = \frac{\pi R n}{180} \approx \frac{3,14 \cdot 3 \cdot 120}{180} = 6,28 \text{ (dm)}$$

Vì cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu nên độ dài cung tròn AB nhỏ là chu vi của miệng chiếc gàu (chu vi hình tròn) nên $6,28 = 2 \cdot r \cdot 3,14$ suy ra

$$r = \frac{6,28}{2 \cdot 3,14} = 1 \text{ (dm)}$$

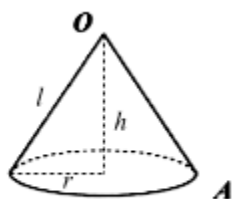
Diện tích tôn cần dùng để làm chiếc gàu chính là diện tích xung quanh hình nón.

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l \approx 3,14 \cdot 1 \cdot 3 = 9,42 \approx 9,4 \text{ (dm}^2\text{)} \text{ (vì đường sinh } l = OA = 3 \text{ dm)}$$

Vậy diện tích tôn cần dùng để làm chiếc gàu khoảng $9,4 \text{ dm}^2$.

b)



$$\text{Ta có: } l^2 = r^2 + h^2$$

$$3^2 = 1^2 + h^2$$

$$9 = 1 + h^2$$

$$h^2 = 8$$

$$\text{suy ra } h = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ (dm)}$$

Thể tích gàu nước:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^2 \cdot 2\sqrt{2} \approx 3 \text{ (dm}^3\text{)} = 3 \text{ lít}$$

Vậy khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được khoảng 3 lít nước.

Câu 6 (1 điểm): Một bài thi trắc nghiệm gồm 20 câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời sai thì bị trừ 2 điểm, nếu bỏ qua câu trả lời thì được 0 điểm.

a) Bạn An tham dự bài thi và được 47 điểm. Biết An bỏ qua 5 câu. Hỏi An trả lời đúng mấy câu và trả lời sai mấy câu?

b) Bạn Hoa tham dự bài thi và được 59 điểm. Hỏi Hoa trả lời đúng mấy câu, trả lời sai mấy câu và bỏ qua bao nhiêu câu?

Phương pháp

a) Gọi x là số câu An trả lời đúng, y là số câu sai ($x, y \in \mathbb{N}; x, y < 20$).

Lập phương trình biểu diễn tổng số câu, tổng số điểm bạn An đạt được, từ đó ta có hệ phương trình.

Giải hệ phương trình để tính số câu bạn An làm đúng, sai, bỏ qua.

b) Gọi x là số câu đúng, y là số câu sai, z là số câu bỏ qua của bạn Hoa ($x, y, z \in \mathbb{N}; x, y, z < 20$).

Lập phương trình tổng số câu của bạn Hoa, từ đó ta có bất phương trình $x + y \leq 20$.

Lập phương trình biểu diễn số điểm của bạn Hoa, từ đó biểu diễn y theo x .

Từ phương trình trên, ta xác định được điều kiện bổ sung của x là $5x \geq 59$.

Thay y vào bất phương trình $x + y \leq 20$, giải để tìm x .

Từ đó thay các giá trị thỏa mãn của x và tìm các giá trị y, z tương ứng.

Kiểm tra lại điều kiện và kết luận.

Lời giải

a) Gọi x là số câu An trả lời đúng, y là số câu sai ($x, y \in \mathbb{N}; x, y < 20$).

Vì An bỏ qua 5 câu nên ta có phương trình: $x + y + 5 = 20$ suy ra $x + y = 15$ (1)

Mỗi câu đúng được 5 điểm, mỗi câu sai bị trừ 2 điểm và An được 47 nên ta có phương trình:

$$5x - 2y = 47 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 5x - 2y = 47 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta có:
$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 4 \end{cases} \quad (\text{TM}).$$

Vậy An trả lời đúng 11 câu, trả lời sai 4 câu, bỏ qua 5 câu.

b) Gọi x là số câu đúng, y là số câu sai, z là số câu bỏ qua của bạn Hoa ($x, y, z \in \mathbb{N}; x, y, z < 20$).

Khi đó $x + y + z = 20$ nên $x + y \leq 20$ (1)

Vì Hoa được 59 điểm nên ta có phương trình:

$$5x - 2y = 59$$

$$2y = 5x - 59$$

$$y = \frac{5x - 59}{2} \quad (2)$$

$$\text{Vì } y \geq 0 \text{ nên } \frac{5x - 59}{2} \geq 0$$

$$\text{suy ra } 5x - 59 \geq 0 \text{ nên } x \geq \frac{59}{5} \approx 11,8.$$

$$\text{Do đó } x \geq 12 \quad (3)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$x + \frac{5x - 59}{2} \leq 20$$

$$\frac{7x - 59}{2} \leq 20$$

$$7x - 59 \leq 40$$

$$7x \leq 99$$

$$x \leq \frac{99}{7} \approx 14,14$$

$$x \leq 14 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $12 \leq x \leq 14$

$$+ \text{ Với } x = 14 \text{ thì } y = \frac{5 \cdot 14 - 59}{2} = 5,5 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

$$+ \text{ Với } x = 13 \text{ thì } y = \frac{5 \cdot 13 - 59}{2} = 3 \text{ (thỏa mãn), suy ra } z = 20 - x - y = 20 - 13 - 3 = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \text{ Với } x = 12 \text{ thì } y = \frac{5 \cdot 12 - 59}{2} = \frac{1}{2} \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy Hoa trả lời đúng 13 câu, trả lời sai 3 câu, bỏ qua 4 câu.

Câu 7 (3 điểm): Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB (A, B là 2 tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB. Vẽ cát tuyến MDC và (O), C nằm ngoài M và D. Gọi N là trung điểm CD.

a) Chứng minh $MO \perp AB$ và $MA^2 = MO \cdot MH$.

b) Chứng minh O, A, M, B, N cùng thuộc đường tròn đường kính OM và MN là tia phân giác của $\angle ANB$.

c) Giả sử $OA = R$, $OM = 2R$. Tính $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}}$.

Phương pháp

a) **Chứng minh $MO \perp AB$**

Chứng minh MO là đường trung trực của AB

Suy ra $MO \perp AB$

Chứng minh $MA^2 = MO.MH$

Chứng minh $\triangle AHM \sim \triangle OAM (g.g)$

suy ra $MA^2 = MO.MH$

b) **Chứng minh O, A, M, B, N cùng thuộc đường tròn đường kính OM**

Chứng minh $\triangle MAO, \triangle MBO, \triangle ONM$ cùng thuộc đường tròn đường kính OM nên O, N, A, M, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM .

Chứng minh MN là tia phân giác của $\angle ANB$

Dựa vào tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau để chứng minh $\angle AOM = \angle BOM$.

Suy ra $AM = BM$

nên $\angle ANM = \angle BNM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 2 cung bằng nhau)

Do đó NM là phân giác của $\angle ANB$.

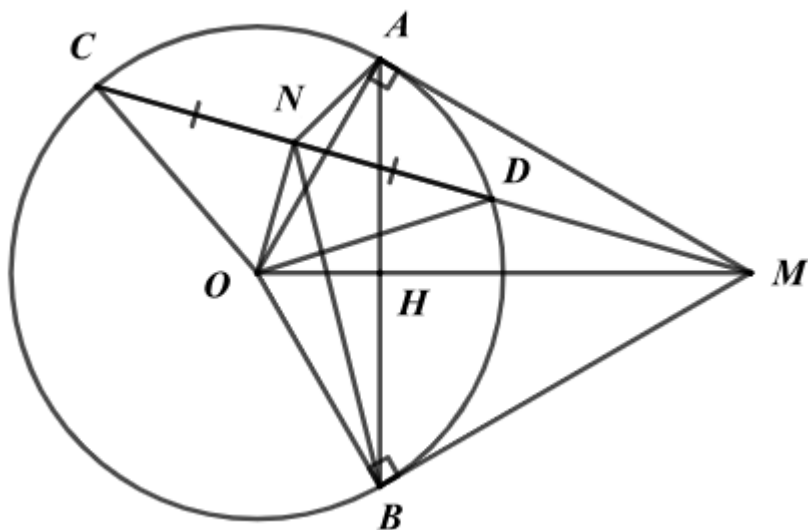
c) **Giả sử $OA = R, OM = 2R$. Tính $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}}$.**

Chứng minh $\triangle BHM \sim \triangle OBM (g.g)$, suy ra $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}} = \left(\frac{BM}{OM}\right)^2$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông OBM để tính BM .

Thay số để tính $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}}$.

Lời giải



a) **Chứng minh $MO \perp AB$**

Ta có:

$MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OB = R$

Suy ra MO là đường trung trực của AB

Suy ra $MO \perp AB$

Chứng minh $MA^2 = MO.MH$

Xét $\triangle AHM$ và $\triangle OAM$ có:

$$\angle AHM = \angle OAM = 90^\circ$$

$\angle OMA$ chung

nên $\triangle AHM \sim \triangle OAM (g.g)$

$$\text{suy ra } \frac{AM}{OM} = \frac{MH}{MA}, \text{ do đó } MA^2 = MO.MH$$

b) Chứng minh O, A, M, B, N cùng thuộc đường tròn đường kính OM

Vì $\triangle MAO$ vuông tại A (MA là tiếp tuyến) nên A, O, M cùng thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Vì $\triangle MBO$ vuông tại B (MB là tiếp tuyến) nên M, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM (2)

Xét $\triangle OCD$ cân tại O ($OD = OC = R$) có:

ON là đường trung tuyến (N là trung điểm của CD) nên $ON \perp CD$.

Vì $\triangle ONM$ vuông tại N nên O, N, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra O, N, A, M, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

Chứng minh MN là tia phân giác của $\angle ANB$

Vì MA và MB là hai tiếp tuyến nên OM là tia phân giác của $\angle AOB$, suy ra $\angle AOM = \angle BOM$.

Mà $\angle AOM$ là góc nội tiếp chắn cung AM, $\angle BOM$ là góc nội tiếp chắn cung BM của đường tròn đường kính OM nên $AM = BM$

suy ra $\angle ANM = \angle BNM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 2 cung bằng nhau)

Do đó NM là phân giác của $\angle ANB$.

c) Giả sử $OA = R$, $OM = 2R$. Tính $\frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}}$.

Xét $\triangle BHM$ và $\triangle OBM$ có:

$$\angle BHM = \angle OBM = 90^\circ$$

$\angle OMB$ chung

$$\text{nên } \triangle BHM \sim \triangle OBM (g.g), \text{ suy ra } \frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}} = \left(\frac{BM}{OM} \right)^2$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông OBM, ta có:

$$OB^2 + BM^2 = OM^2, \text{ suy ra } BM^2 = OM^2 - OB^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2, \text{ suy ra } BM = R\sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } \frac{S_{\triangle BHM}}{S_{\triangle OBM}} = \left(\frac{BM}{OM} \right)^2 = \left(\frac{R\sqrt{3}}{2R} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}.$$