

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 7

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách: Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	C	B	C	A	B	B	C	C	D	A

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- A. $y^2 + 8x - 2022 = 0$. B. $3x + 6 = 0$. C. $3x - 2y - 9 = 0$. D. $2x^2 - 4 = 0$.

Phương phápPhương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$).**Lời giải**Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$).Do đó $3x + 6 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.**Đáp án B****Câu 2:** Gọi x (km) là chiều dài quãng đường AB. Biểu thức biểu thị vận tốc một xe đạp đi từ A đến B trong 5 giờ là

- A. $\frac{x}{5}$. B. $5 + x$. C. $5 - x$. D. $5x$.

Phương phápSử dụng công thức liên hệ giữa vận tốc, thời gian và quãng đường: $v = \frac{S}{t}$.**Lời giải**Biểu thức biểu thị vận tốc của xe đạp đi từ A đến B là: $\frac{x}{5}$.**Đáp án A****Câu 3:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

A. $y = x^2 + 1$.

B. $y = 2\sqrt{x} + 1$.

C. $y = \frac{2}{3} - 2x$.

D. $y = 1 - \frac{1}{x}$.

Phương pháp

Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2}{3} - 2x$ là hàm số bậc nhất.

Đáp án C

Câu 4: Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = ax + 3$ là hai đường thẳng song song. Khi đó hệ số a bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Phương pháp

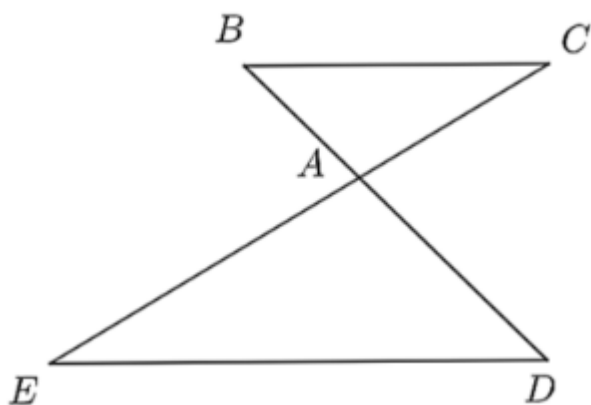
Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau nếu $a = a', b \neq b'$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = ax + 3$ là hai đường thẳng song song nên hệ số $a = 2$ và $1 \neq 3$.

Đáp án B

Câu 5: Cho hình vẽ bên, biết $BC \parallel ED$.



Chọn khẳng định sai trong các khẳng định dưới đây.

A. $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$.

B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

C. $\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{DE}$.

D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

Phương pháp

Sử dụng định lý Thalès để kiểm tra.

Lời giải

Vì $BC \parallel ED$ nên theo định lý Thalès, ta được:

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ nên D đúng.

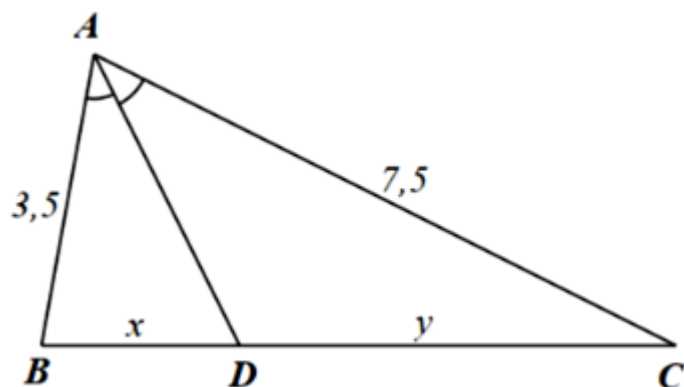
Suy ra $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ nên A đúng.

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ nên B đúng.

Vậy khẳng định C sai.

Đáp án C

Câu 6: Cho hình vẽ dưới đây.



Tỉ số $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{15}{7}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Phương pháp

Áp dụng tính chất của đường phân giác trong tam giác.

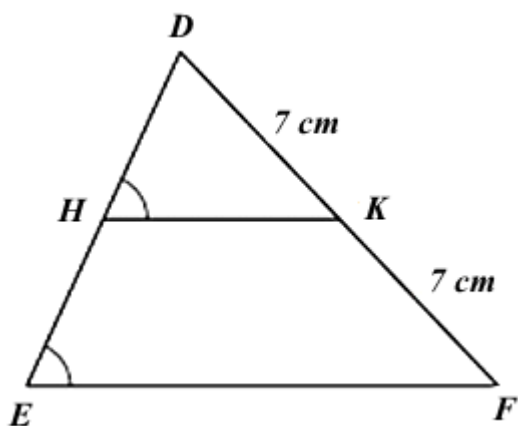
Lời giải

Xét $\triangle ABC$ có AD là tia phân giác của BAC nên ta có: $\frac{x}{y} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3,5}{7,5} = \frac{7}{15}$ (tính chất đường phân giác)

Suy ra $\frac{x}{y} = \frac{7}{15}$.

Đáp án A

Câu 7: Cho hình vẽ bên. Biết $DE = 13$ cm, độ dài đoạn thẳng HE là



A. 5,5 cm.

B. 6,5 cm.

C. 7 cm.

D. 8 cm.

Phương pháp

Chứng minh $HK \parallel EF$ và K là trung điểm của DF nên H là trung điểm của DE và tính được HE.

Lời giải

Vì $\angle DHK = \angle DEF$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK \parallel EF$.

Mà $DK = KF = 7 \text{ cm}$ nên K là trung điểm của DF.

Xét $\triangle DEF$ có $HK \parallel EF$ (cmt) và K là trung điểm của DF nên H là trung điểm của DE.

$$\text{Do đó } HE = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2} \cdot 13 = 6,5(\text{cm})$$

Đáp án B

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $A = 50^\circ, B = 60^\circ, D = 50^\circ, E = 70^\circ$ thì

A. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.B. $\triangle ABC \sim \triangle DFE$.C. $\triangle ABC \sim \triangle EDF$.D. $\triangle ABC \sim \triangle FED$.**Phương pháp**

Sử dụng định lý tổng ba góc trong tam giác để tính C.

Từ đó chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc – góc.

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $A + B + C = 180^\circ$ suy ra $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có:

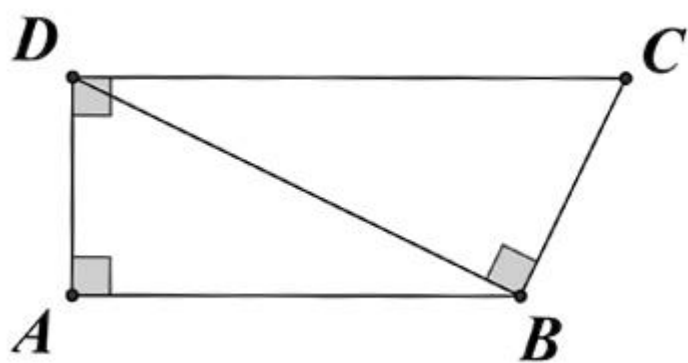
$$A = D (= 50^\circ)$$

$$C = E (= 70^\circ)$$

nên $\triangle ABC \sim \triangle DFE (g.g)$

Đáp án B

Câu 9: Cho hình thang vuông ABCD ($AB \parallel CD$) có đường chéo BD vuông góc với cạnh BC tại B.



Chọn khẳng định đúng.

- A. $\triangle DBC \sim \triangle DAB$. B. $\triangle CBD \sim \triangle DBA$. C. $\triangle ABD \sim \triangle BDC$. D. $\triangle BAD \sim \triangle BCD$.

Phương pháp

Từ hai đường thẳng song song suy ra hai góc so le trong bằng nhau.

Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc – góc.

Lời giải

Vì $AB \parallel CD$ nên $\angle ABD = \angle BDC$ (hai góc so le trong)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle BDC$ có:

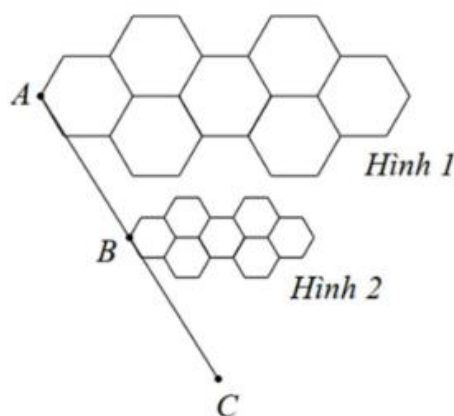
$$\angle DAB = \angle CBD (= 90^\circ)$$

$$\angle ABD = \angle BDC \text{ (cmt)}$$

Do đó $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ (g.g)

Đáp án C

Câu 10: Cho hình sau. Biết Hình 1 đồng dạng phối cảnh với Hình 2 với tỉ số đồng dạng là 2. Khi đó tỉ số nào sau đây là đúng?



- A. $\frac{AB}{BC} = 2$. B. $\frac{AB}{AC} = 2$. C. $\frac{AC}{AB} = 2$. D. $\frac{BC}{AB} = 2$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự): Nếu với mỗi điểm M thuộc hình $\mathcal{K}$, lấy điểm M' thuộc tia OM sao cho $OM' = k \cdot OM$ (hay thì các điểm M' đó tạo thành hình $\mathcal{K}'$. Hình $\mathcal{K}'$ đồng

dạng phối cảnh với hình $\mathcal{K}$ theo tỉ số đồng dạng (vị tự) k . Khi đó, điểm O là tâm phối cảnh và với mỗi điểm M thuộc hình $\mathcal{K}$, lấy điểm M' thuộc tia OM sao cho $\frac{OM'}{OM} = k$.

Lời giải

Vì Hình 1 đồng dạng phối cảnh với Hình 2 với tỉ số đồng dạng là 2 nên ta có: $\frac{AC}{AB} = 2$.

Đáp án C

Câu 11: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có một chữ số. Số kết quả có thể xảy ra là:

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Phương pháp

Liệt kê các số tự nhiên có một chữ số, ta được số kết quả có thể xảy ra.

Lời giải

Có 10 số tự nhiên có một chữ số là: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Vậy có 10 kết quả có thể xảy ra.

Đáp án D

Câu 12: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Gọi B là biến cố: “Gieo được mặt có số chấm là số chẵn”. Xác suất của biến cố B là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Phương pháp

Xác định số kết quả có thể.

Xác định các mặt có số chấm chẵn, ta được số các kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với tổng số kết quả có thể (tổng số thể).

Lời giải

Xúc xắc có 6 mặt: 1; 2; 3; 4; 5; 6 nên có 6 kết quả có thể khi gieo con xúc xắc.

Các mặt có số chấm chẵn là: 2; 4; 6 nên có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B .

Xác suất của biến cố B là $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Đáp án A

Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Đúng	b) Sai
c) Đúng	c) Đúng
d) Sai	d) Sai

Câu 1: Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AM, N là trung điểm của AC. Kẻ Ax // BC, cắt MN tại E.

a) M là trung điểm của BC.

b) ME // AB.

c) AE = MC.

d) $\triangle AEN \sim \triangle CNM$.

Phương pháp

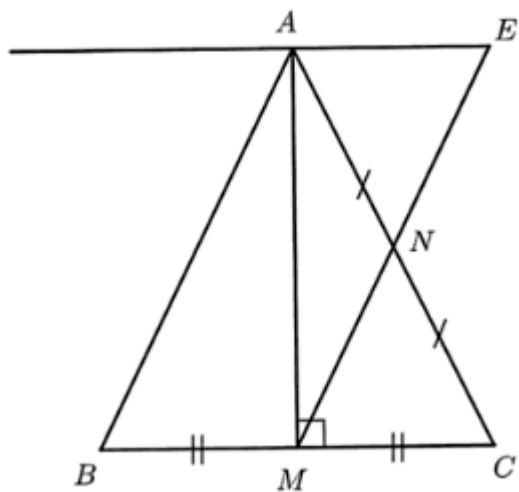
a) Tam giác ABC cân tại A nên đường cao từ đỉnh A đồng thời là đường trung tuyến, suy ra trung điểm của BC.

b) Chứng minh MN là đường trung bình của tam giác ABC để kiểm tra hai đường thẳng song song.

c) Chứng minh AEMB là hình bình hành nên hai cạnh đối bằng nhau.

d) Sử dụng định lý tam giác đồng dạng để chứng minh.

Lời giải



a) Đúng

Vì tam giác ABC cân tại A có AM là đường cao nên AM đồng thời là đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Suy ra M là trung điểm của BC.

b) Đúng

Vì M là trung điểm của BC, N là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình của tam giác ABC, do đó $MN \parallel AB$ hay $ME \parallel AB$.

c) Đúng

Ta có: $AE \parallel BC$ và $ME \parallel AB$ nên AEMB là hình bình hành.

Do đó $AE = MC$.

d) Sai

Ta có: $AE \parallel BC$ nên $AE \parallel MC$.

Do đó $\triangle AEN \sim \triangle CMN$ (định lý tam giác đồng dạng)

Đáp án: ĐĐDS

Câu 2: Đề chuẩn bị cho buổi thi đua văn nghệ nhân ngày Tết thiếu nhi, cô giáo đã chọn ra 10 học sinh gồm: 4 học sinh nữ là Hoa, Mai, Linh, My; 6 học sinh nam là Cường, Hùng, Nguyễn, Kiên, Phúc, Hoàng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm các học sinh tập múa trên.

a) Các kết quả có thể xảy ra là 10.

b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ”.

c) Xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam” là 0,6.

d) Xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H” là 0,2.

Phương pháp

a) Kết quả có thể là tổng số học sinh.

b) Kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ” là số các bạn học sinh nữ.

c) Kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam” là số các bạn học sinh nam.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

d) Xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H”.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

a) Đúng

Có 10 kết quả có thể xảy ra khi chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm tập, đó là: Hoa, Mai, Linh, My, Cường, Hùng, Nguyễn, Kiên, Phúc, Hoàng.

b) Sai

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ” là 4 gồm Hoa, Mai, Linh, My.

c) Đúng

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam” là 6.

Do đó, xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam” là: $\frac{6}{10} = 0,6$.

d) Sai

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H” là 2, đó là: Hùng; Hoàng.

Do đó xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bằng đầu bằng chữ H” là: $\frac{2}{10} = 0,2$.

Đáp án: ĐSĐS

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4
Chọn	1	1	5,6	0,04

Câu 1. Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm A (1;2) và B (3;4).

Phương pháp

Gọi đường thẳng cần tìm là $(d): y = ax + b (a \neq 0)$.

Thay lần lượt toạ độ của A, B vào hàm số và chuyển b sang 1 vế.

Từ đó ta được một phương trình bậc nhất ẩn a.

Giải phương trình ẩn a để tìm a.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là $(d): y = ax + b (a \neq 0)$.

Vì $A(1;2) \in (d)$ nên $2 = a + b$, suy ra $b = 2 - a$ (1).

Vì $B(3;4) \in (d)$ nên $4 = 3a + b$, suy ra $b = 4 - 3a$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

$$2 - a = 4 - 3a$$

$$3a - a = 4 - 2$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đó là 1.

Đáp án: 1

Câu 2. Tìm giá trị của x, biết: $x^3 - 1 + (1 - x)(x - 5) = 0$.

Phương pháp

Sử dụng hằng đẳng thức hiệu hai lập phương rồi đặt nhân tử chung để tìm x.

Lời giải

$$x^3 - 1 + (1 - x)(x - 5) = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) - (x - 1)(x - 5) = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1 - x + 5) = 0$$

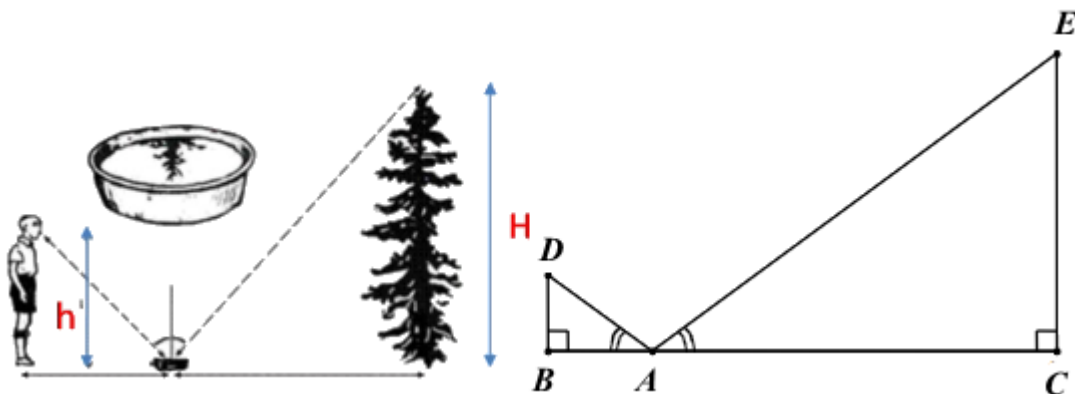
$$(x - 1)(x^2 + 6) = 0$$

Vì $x^2 + 6 > 0$ với mọi x nên $x - 1 = 0$ hay $x = 1$.

Vậy giá trị của $x=1$.

Đáp án: 1

Câu 3. Để đo chiều cao của một cây xanh một bạn học sinh đã sử dụng một thau nước đặt giữa mình và cây xanh sao cho mắt của bạn học sinh đó khi nhìn vào thau nước thấy được ảnh của ngọn cây trong thau nước, theo như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng $\angle BAD = \angle CAE$, khoảng cách từ chân bạn học sinh đến thau nước là đoạn thẳng $AB = 2$ m; từ thau nước đến gốc cây là đoạn thẳng $AC = 7$ m, khoảng cách giữa chân bạn học sinh và mắt của mình là đoạn thẳng $BD = 1,6$ m. Chiều cao EC của cây là bao nhiêu mét?

Phương pháp

Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (g.g) suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$, thay số để tìm CE .

Lời giải

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có:

$$\angle BAD = \angle CAE \text{ (gt)}$$

$$\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$$

nên $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (g.g).

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\text{hay } \frac{2}{7} = \frac{1,6}{CE}$$

$$\text{suy ra } CE = \frac{7 \cdot 1,6}{2} = 5,6 \text{ (m)}$$

Vậy cây cao 5,6 m.

Đáp án: 5,6

Câu 4. Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ ghi một trong các số sau: 1; 2; 3; ...; 49; 50, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

(Kết quả ghi dưới dạng số thập phân)

Phương pháp

Xác định số kết quả có thể.

Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

+ Liệt kê các số là bình phương của một số.

+ Xác định các số chia hết cho 3 trong các số đó.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

Các kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp là 50.

Kết quả thuận lợi cho biến cố “Thẻ được rút ra là bình phương của một số” là: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.

Trong các số trên, các số chia hết cho ba là: 9; 36.

Suy ra, có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

Vậy xác suất của biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho

$$3” là: \frac{2}{50} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Đáp án: 0,04

Phần IV

Câu 1. (1 điểm) Một hợp tác xã thu hoạch thóc, dự định thu hoạch 20 tấn thóc mỗi ngày, nhưng khi thu hoạch đã vượt mức 6 tấn mỗi ngày nên không những đã hoàn thành kế hoạch sớm một ngày mà còn thu hoạch vượt mức 10 tấn. Tính số tấn thóc đã dự định thu hoạch.

Phương pháp

Gọi số tấn thóc thu hoạch theo dự định là x (tấn) ($x > 0$).

Biểu diễn số ngày thu hoạch hết số thóc theo dự định và số ngày thu hoạch hết số thóc thực tế, từ đó lập phương trình.

Giải phương trình, kiểm tra lại điều kiện và kết luận.

Lời giải

Gọi số tấn thóc thu hoạch theo dự định là x (tấn) ($x > 0$).

Khi đó số ngày thu hoạch hết số thóc theo dự định là: $\frac{x}{20}$ (ngày)

Số tấn thóc thực tế thu hoạch được là: $x + 10$ (tấn)

Số tấn thóc thực tế mỗi ngày thu hoạch được là $20 + 6 = 26$ (tấn)

Số ngày thu hoạch hết số thóc theo thực tế là: $\frac{x+10}{26}$ ngày

Vì hợp tác xã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{20} - 1 = \frac{x+10}{26}$$

Giải phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{x}{20} - 1 &= \frac{x+10}{26} \\ \frac{13x}{20} - \frac{260}{260} &= \frac{10(x+10)}{26} \\ \frac{13x-260}{260} &= \frac{10x+100}{260}\end{aligned}$$

$$13x - 260 = 10x + 100$$

$$13x - 10x = 100 + 260$$

$$3x = 360$$

$$x = 120 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số thóc theo dự định là 120 tấn.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ $AH \perp BD$ tại H.

a) Chứng minh rằng $\triangle ABD \sim \triangle HBA$.

b) Chứng minh rằng $BC^2 = BD \cdot DH$.

c) Kẻ DE là đường phân giác của tam giác ABD. Gọi I là giao điểm của DE và AH. Chứng minh $\triangle AIE$ cân và $AE^2 = IH \cdot EB$.

Phương pháp

a) Chứng minh $\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ$

Từ đó chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle HBA$ (g.g)

b) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (g.g) suy ra $\frac{AD}{DH} = \frac{BD}{AD}$ hay $AD^2 = BD \cdot DH$

Kết hợp đặc điểm của hình chữ nhật ta có $AD = BC$

Do đó $BC^2 = BD \cdot DH$ (đpcm)

c) **Chứng minh $\triangle AIE$ cân tại A**

Sử dụng tính chất tia phân giác cho DE và từ $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ suy ra $\angle DBA + \angle EDB = \angle HAD + \angle EDA$

Sử dụng tính chất góc ngoài cho $\triangle AID$ và $\triangle DEB$ để có $\angle AIE = \angle HAD + \angle EDA$ và $\angle AEI = \angle EBD + \angle BDE$

Suy ra $\angle AIE = \angle AEI$ nên $\triangle AIE$ cân tại A.

Chứng minh $AE^2 = IH \cdot EB$

Từ $\triangle AIE$ cân tại A có $AE = AI$

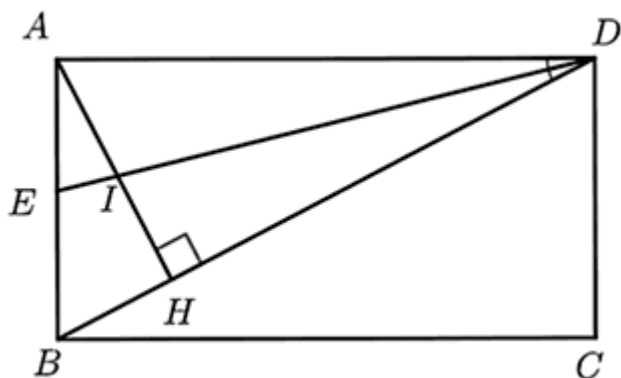
Kết hợp tính chất đường phân giác DI của tam giác $\triangle ADH$ suy ra $\frac{IH}{IA} = \frac{DH}{DA}$ nên $\frac{IH}{AE} = \frac{DH}{DA}$

Chứng minh $\frac{DH}{AD} = \frac{AD}{BD}$ suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AD}{BD}$

Kết hợp tính chất đường phân giác DE của tam giác $\triangle ADB$ suy ra $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{BD}$

Suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AE}{EB}$, do đó $AE^2 = IH \cdot EB$.

Lời giải



a) Vì ABCD là hình chữ nhật nên $\angle BAD = 90^\circ$.

Vì $AH \perp BD$ tại H nên ta có: $\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ$.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HBA$ có:

$$\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$\angle ABD$ chung

nên $\triangle ABD \sim \triangle HBA$ (g.g) (đpcm)

b) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HAD$ có:

$$\angle BAD = \angle AHD = 90^\circ$$

$\angle BDA$ chung

nên $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (g.g)

$$\text{suy ra } \frac{AD}{DH} = \frac{BD}{AD} \text{ hay } AD^2 = BD \cdot DH$$

Mà $AD = BC$ (do ABCD là hình chữ nhật)

$$\text{Do đó } BC^2 = BD \cdot DH \text{ (đpcm)}$$

c) **Chứng minh $\triangle AIE$ cân tại A**

Vì DE là đường phân giác của tam giác ABD nên $\angle ADE = \angle EDB$

Vì $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (cmt) nên $\angle DBA = \angle HAD$ (hai góc tương ứng)

$$\text{suy ra } \angle DBA + \angle EDB = \angle HAD + \angle EDA \quad (1)$$

$$\text{Xét } \triangle AID \text{ có } \angle AIE = \angle IAD + \angle IDA = \angle HAD + \angle EDA \text{ (tính chất góc ngoài)} \quad (2)$$

$$\text{Xét } \triangle DEB \text{ có } \angle AEI = \angle EBD + \angle BDE \text{ (tính chất góc ngoài)} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\angle AIE = \angle AEI$.

Do đó $\triangle AIE$ cân tại A (đpcm)

Chứng minh $AE^2 = IH \cdot EB$

Suy ra $AE = AI$

Xét $\triangle ADH$ có DI là đường phân giác nên $\frac{IH}{IA} = \frac{DH}{DA}$, suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{DH}{DA}$ (4)

Vì $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (cmt) nên $\frac{DH}{AD} = \frac{AD}{BD}$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AD}{BD}$ (6)

Xét $\triangle ADB$ có DE là đường phân giác nên $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{BD}$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AE}{EB}$, do đó $AE^2 = IH \cdot EB$ (đpcm)

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}.$$

Phương pháp

Phân tích mẫu thức của cách phân thức ở vế trái thành nhân tử.

Từ đó đưa về dạng $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

Phân tích thành nhân tử:

* $x^2 + 9x + 20 = x^2 + 4x + 5x + 20 = (x^2 + 4x) + (5x + 20) = x(x+4) + 5(x+4) = (x+4)(x+5)$

* $x^2 + 11x + 30 = x^2 + 5x + 6x + 30 = (x^2 + 5x) + (6x + 30) = x(x+5) + 6(x+5) = (x+5)(x+6)$

* $x^2 + 13x + 42 = x^2 + 6x + 7x + 42 = (x^2 + 6x) + (7x + 42) = x(x+6) + 7(x+6) = (x+6)(x+7)$

suy ra phương trình trở thành $\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$

Điều kiện xác định: $x \neq 4; x \neq 5; x \neq 6; x \neq 7$

Ta có: $\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$

$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$

$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$

$\frac{x+7 - (x+4)}{(x+4)(x+7)} = \frac{1}{18}$

$\frac{3}{(x+4)(x+7)} = \frac{1}{18}$

suy ra $(x+4)(x+7) = 54$

$x^2 + 7x + 4x + 28 = 54$

$x^2 + 11x - 26 = 0$

$x^2 + 13x - 2x - 26 = 0$

$$x(x+13)-2(x+13)=0$$

$$(x+13)(x-2)=0$$

Do đó $x+13=0$ hoặc $x-2=0$

$$x=-13 \text{ (TM)} \quad x=2 \text{ (TM)}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-13; x=2$.