

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 7

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách: Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	B	A	C	B	D	A	B	C	A	C

Câu 1: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-5}{x^2-4}$ là:

- A. $x \neq 4$. B. $x \neq 2$. C. $x \neq -2$. D. $x \neq 2, x \neq -2$.

Phương pháp

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là $B \neq 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-5}{x^2-4}$ là $x^2-4 \neq 0$ hay $x^2 \neq 4$ suy ra $x \neq 2; x \neq -2$.

Đáp án D

Câu 2: Phân thức $\frac{2xy}{3x^2y}$ bằng với phân thức nào trong các phân thức sau?

- A. $\frac{2y}{3x}$. B. $\frac{2y}{5x}$. C. $\frac{3y}{2x}$. D. $\frac{2}{3x}$.

Phương pháp

Rút gọn phân thức để tìm phân thức bằng với $\frac{2xy}{3x^2y}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{2xy}{3x^2y} = \frac{2}{3x}$.

Đáp án D

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- A. $y^2 + 8x - 2022 = 0$. B. $3x + 6 = 0$. C. $3x - 2y - 9 = 0$. D. $2x^2 - 4 = 0$.

Phương pháp

Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0 (a \neq 0)$.

Lời giải

Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0 (a \neq 0)$.

Do đó $3x + 6 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.

Đáp án B

Câu 4: Gọi x (km) là chiều dài quãng đường AB. Biểu thức biểu thị vận tốc một xe đạp đi từ A đến B trong 5 giờ là

- A. $\frac{x}{5}$. B. $5 + x$. C. $5 - x$. D. $5x$.

Phương pháp

Sử dụng công thức liên hệ giữa vận tốc, thời gian và quãng đường: $v = \frac{S}{t}$.

Lời giải

Biểu thức biểu thị vận tốc của xe đạp đi từ A đến B là: $\frac{x}{5}$.

Đáp án A

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- A. $y = x^2 + 1$. B. $y = 2\sqrt{x} + 1$. C. $y = \frac{2}{3} - 2x$. D. $y = 1 - \frac{1}{x}$.

Phương pháp

Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b (a \neq 0)$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2}{3} - 2x$ là hàm số bậc nhất.

Đáp án C

Câu 6: Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = ax + 3$ là hai đường thẳng song song. Khi đó hệ số a bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. -2.

Phương pháp

Đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ và $y = a'x + b' (a' \neq 0)$ song song với nhau nếu $a = a', b \neq b'$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = ax + 3$ là hai đường thẳng song song nên hệ số $a = 2$ và $1 \neq 3$.

Đáp án B

Câu 7: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có một chữ số. Số kết quả có thể xảy ra là:

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Phương pháp

Liệt kê các số tự nhiên có một chữ số, ta được số kết quả có thể xảy ra.

Lời giải

Có 10 số tự nhiên có một chữ số là: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Vậy có 10 kết quả có thể xảy ra.

Đáp án D

Câu 8: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Gọi B là biến cố: “Gieo được mặt có số chấm là số chẵn”. Xác suất của biến cố B là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Phương pháp

Xác định số kết quả có thể.

Xác định các mặt có số chấm chẵn, ta được số các kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với tổng số kết quả có thể (tổng số thề).

Lời giải

Xúc xắc có 6 mặt: 1; 2; 3; 4; 5; 6 nên có 6 kết quả có thể khi gieo con xúc xắc.

Các mặt có số chấm chẵn là: 2; 4; 6 nên có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B.

Xác suất của biến cố B là $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Đáp án A

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $A = 50^\circ, B = 60^\circ, D = 50^\circ, E = 70^\circ$ thì

- A. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. B. $\triangle ABC \sim \triangle DFE$. C. $\triangle ABC \sim \triangle EDF$. D. $\triangle ABC \sim \triangle FED$.

Phương pháp

Sử dụng định lý tổng ba góc trong tam giác để tính C.

Từ đó chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc – góc.

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $A + B + C = 180^\circ$ suy ra $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có:

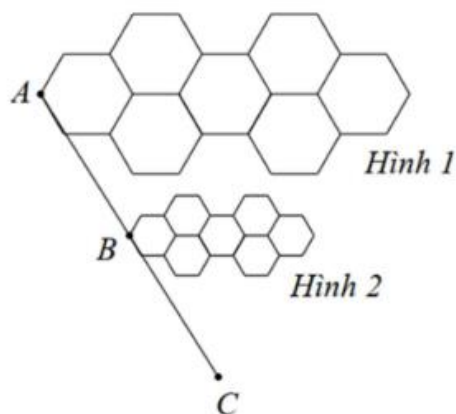
$$A = D (= 50^\circ)$$

$$C = E (= 70^\circ)$$

nên $\triangle ABC \sim \triangle DFE (g.g)$

Đáp án B

Câu 10: Cho hình sau. Biết Hình 1 đồng dạng phối cảnh với Hình 2 với tỉ số đồng dạng là 2. Khi đó tỉ số nào sau đây là đúng?



A. $\frac{AB}{BC} = 2$.

B. $\frac{AB}{AC} = 2$.

C. $\frac{AC}{AB} = 2$.

D. $\frac{BC}{AB} = 2$.

Phương pháp

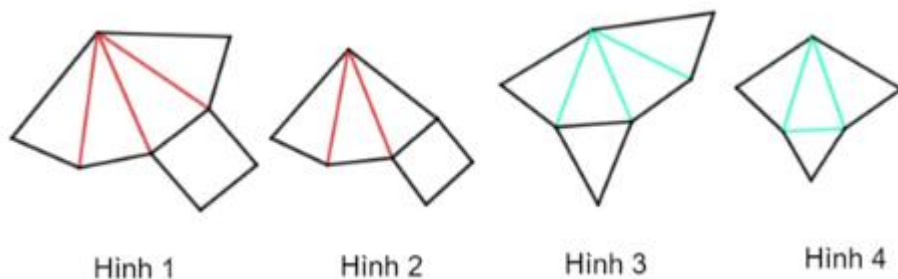
Sử dụng kiến thức về hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự): Nếu với mỗi điểm M thuộc hình $\mathcal{K}$, lấy điểm M' thuộc tia OM sao cho $OM' = k \cdot OM$ (hay thì các điểm M' đó tạo thành hình $\mathcal{K}'$. Hình $\mathcal{K}'$ đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{K}$ theo tỉ số đồng dạng (vị tự) k. Khi đó, điểm O là tâm phối cảnh và với mỗi điểm M thuộc hình $\mathcal{K}$, lấy điểm M' thuộc tia OM sao cho $\frac{OM'}{OM} = k$.

Lời giải

Vì Hình 1 đồng dạng phối cảnh với Hình 2 với tỉ số đồng dạng là 2 nên ta có: $\frac{AC}{AB} = 2$.

Đáp án C

Câu 11: Cho các miếng bìa sau.



Miếng bìa nào sau khi gấp và dán lại thì được một hình chóp tứ giác đều?

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Phương pháp

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt bên là tam giác cân và đáy là hình vuông.

Lời giải

Vì hình chóp tứ giác đều có 4 mặt bên nên Hình 1 khi gấp và dán lại thì được một hình chóp tứ giác đều.

Đáp án A

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng

- A. nửa chu vi đáy nhân với đường cao.
- B. chu vi đáy nhân với trung đoạn.
- C. nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn.
- D. chu vi đáy nhân với chiều cao.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình chóp bằng nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn.

Đáp án C

Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Đúng
d) Đúng	d) Sai

Câu 1: Cho hàm số $(d): y = (2 - m)x + 3m - 1$.

- a) Điều kiện để hàm số trên là hàm số bậc nhất là $m = 2$.
- b) Với $m = -1$ thì đồ thị hàm số (d) đi qua điểm $A(0; 4)$.
- c) Để (d) song song với $(d'): y = -x + m - 3$ thì $m = 3$.
- d) Để (d) cắt đường thẳng $(d''): y = -x + 2$ tại một điểm thuộc trục tung thì $m = 1$.

Phương pháp

- a) Điều kiện để hàm số $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất là $a \neq 0$.

b) Thay $m = -1$ vào hàm số. Thay toạ độ điểm A vào đồ thị hàm số để kiểm tra xem điểm $A(0; 4)$ có thuộc đồ thị hàm số hay không.

c) Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song khi $a = a', b \neq b'$.

d) Điểm thuộc trục tung thì có hoành độ bằng 0.

Thay $x = 0$ vào (d'') để tìm y .

Từ đó thay toạ độ giao điểm vào (d) để tìm m .

Lời giải

a) Đúng

Điều kiện để hàm số trên là hàm số bậc nhất là $2 - m \neq 0$ suy ra $m \neq 2$.

b) Sai

Với $m = -1$, ta được $y = [2 - (-1)]x + 3(-1) - 1 = 3x - 4$

Do đó (d): $y = 3x - 4$.

Thay $x = 0, y = 4$ vào $y = 3x - 4$, ta được: $3 \cdot 0 - 4 = 4$ hay $-4 = 4$ (vô lí)

Do đó với $m = -1$ thì đồ thị hàm số (d) không đi qua điểm $A(0; 4)$.

c) Đúng

Để đường thẳng (d): $y = (2 - m)x + 3m - 1$ song song với (d'): $y = -x + m - 3$ thì:

$$2 - m = -1 \text{ và } 3m - 1 \neq m - 3$$

$$m = 2 + 1 \quad 3m - m \neq -3 + 1$$

$$m = 3 \quad 2m \neq -2$$

$$m \neq -1$$

Do đó $m = 3$.

d) Đúng

Với $x = 0$ thì $y = -0 + 2 = 2$ nên (d''): $y = -x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2.

Vì (d): $y = (2 - m)x + 3m - 1$ cắt đường thẳng (d''): $y = -x + 2$ tại một điểm thuộc trục tung nên giao điểm của hai đường thẳng là điểm $(0; 2)$.

Thay $x = 0; y = 2$ vào (d): $y = (2 - m)x + 3m - 1$, ta được:

$$2 = (2 - m) \cdot 0 + 3m - 1$$

$$2 = 3m - 1$$

$$3m = 3$$

$$m = 1$$

Vậy để (d) cắt đường thẳng (d''): $y = -x + 2$ tại một điểm thuộc trục tung thì $m = 1$.

Đáp án: ĐSĐĐ

Câu 2: Để chuẩn bị cho buổi thi đua văn nghệ nhân ngày Tết thiếu nhi, cô giáo đã chọn ra 10 học sinh gồm: 4 học sinh nữ là Hoa, Mai, Linh, My; 6 học sinh nam là Cường, Hùng, Nguyên, Kiên, Phúc, Hoàng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm các học sinh tập múa trên.

- a) Các kết quả có thể xảy ra là 10.
 b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ”.
 c) Xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam” là 0,6.
 d) Xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H” là 0,2.

Phương pháp

- a) Kết quả có thể là tổng số học sinh.
 b) Kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ” là số các bạn học sinh nữ.
 c) Kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam” là số các bạn học sinh nam.
 Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.
 d) Xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H”.
 Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

a) Đúng

Có 10 kết quả có thể xảy ra khi chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm tập, đó là: Hoa, Mai, Linh, My, Cường, Hùng, Nguyên, Kiên, Phúc, Hoàng.

b) Sai

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nữ” là 4 gồm Hoa, Mai, Linh, My.

c) Đúng

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam” là 6.

Do đó, xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam” là: $\frac{6}{10} = 0,6$.

d) Sai

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H” là 2, đó là: Hùng; Hoàng.

Do đó xác suất của biến cố “Học sinh được chọn là nam và có tên bắt đầu bằng chữ H” là: $\frac{2}{10} = 0,2$.

Đáp án: ĐSĐS

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4
Chọn	1	0,04	6	58,5

Câu 1. Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm A (1;2) và B (3;4).

Phương pháp

Gọi đường thẳng cần tìm là $(d): y = ax + b (a \neq 0)$.

Thay lần lượt toạ độ của A, B vào hàm số và chuyển b sang 1 vế.

Từ đó ta được một phương trình bậc nhất ẩn a.

Giải phương trình ẩn a để tìm a.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là $(d): y = ax + b (a \neq 0)$.

Vì $A(1; 2) \in (d)$ nên $2 = a + b$, suy ra $b = 2 - a$ (1).

Vì $B(3; 4) \in (d)$ nên $4 = 3a + b$, suy ra $b = 4 - 3a$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

$$2 - a = 4 - 3a$$

$$3a - a = 4 - 2$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đó là 1.

Đáp án: 1

Câu 2. Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ ghi một trong các số sau: 1; 2; 3; ...; 49; 50, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

(Kết quả ghi dưới dạng số thập phân)

Phương pháp

Xác định số kết quả có thể.

Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

+ Liệt kê các số là bình phương của một số.

+ Xác định các số chia hết cho 3 trong các số đó.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

Các kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp là 50.

Kết quả thuận lợi cho biến cố “Thẻ được rút ra là bình phương của một số” là: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.

Trong các số trên, các số chia hết cho ba là: 9; 36.

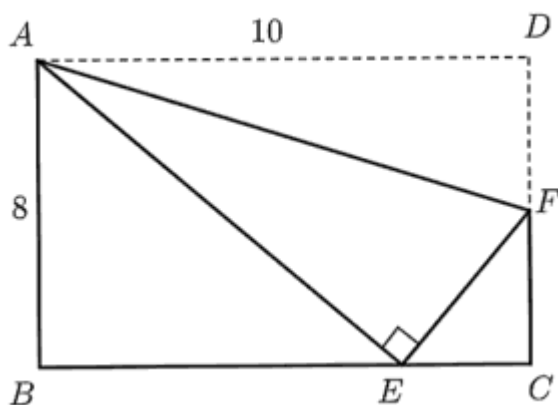
Suy ra, có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho 3”.

Vậy xác suất của biến cố “Số trên thẻ được rút ra vừa là bình phương của một số, vừa là số chia hết cho

$$3” là: \frac{2}{50} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Đáp án: 0,04

Câu 3. Gấp mảnh giấy hình chữ nhật như hình vẽ sau đây sao cho điểm D trùng với điểm E, là một điểm nằm trên cạnh BC. Biết rằng $AD = 10$ cm, $AB = 8$ cm.



Hỏi độ dài của cạnh EC bằng bao nhiêu centimet?

Phương pháp

Do điểm D được gấp trùng với điểm E nên tính được AE.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác AEB vuông tại B để tính BE.

Vì ABCD là hình chữ nhật nên tính được độ dài BC, từ đó tính được EC.

Lời giải

Do điểm D được gấp trùng với điểm E nên ta có $AD = AE = 10$ cm.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác AEB vuông tại B, ta có:

$$AB^2 + BE^2 = AE^2$$

$$\text{suy ra } BE^2 = AE^2 - AB^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

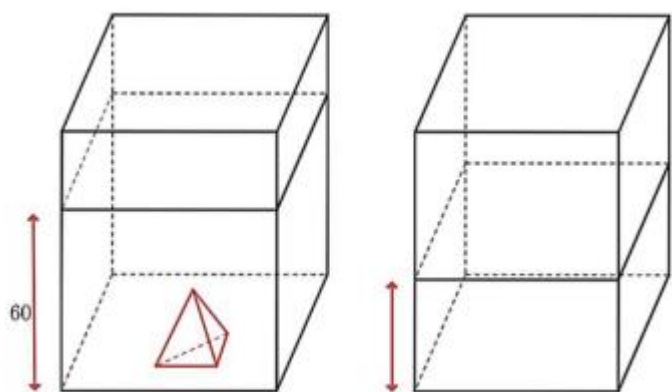
$$\text{Do đó } BE = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

Vì ABCD là hình chữ nhật nên $AD = BC = 10$ cm nên $BE + EC = BC$

$$\text{Suy ra } EC = BC - BE = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}.$$

Đáp án: 6

Câu 4. Một bể kính hình hộp chữ nhật có hai cạnh đáy là 60 cm và 30 cm. Trong bể có một khối đá hình chóp tam giác đều với diện tích đáy là 270cm^2 , chiều cao 30 cm. Người ta đổ nước vào bể sao cho nước ngập khối đá và đo được mức nước là 60 cm.



Khi lấy khối đá ra thì mực nước của bể cao bao nhiêu centimet? (Kết quả ghi dưới dạng số thập phân)

Phương pháp

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp để tính thể tích khối đá.

Áp dụng công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật để tính thể tích nước có khối đá bên trong.

Thể tích nước khi lấy khối đá ra = thể tích nước có khối đá bên trong – thể tích khối đá.

Tính diện tích đáy của bể.

Từ đó áp dụng công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật để tính mực nước của bể.

Lời giải

Thể tích khối đá hình chóp tam giác đều là:

$$V_{hc} = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 270.30 = 2700 (cm^3)$$

Thể tích nước có khối đá bên trong là:

$$V_{hhcn} = 60.30.60 = 108000 (cm^3)$$

Do đó thể tích nước khi lấy khối đá ra là:

$$V_{hhcn} - V_{hc} = 108000 - 2700 = 105300 (cm^3)$$

Diện tích đáy của bể hình hộp chữ nhật là:

$$60.30 = 1800 (cm^2)$$

Vậy khi lấy khối đá ra thì mực nước của bể là: $105300 : 1800 = 58,5 (cm)$

Đáp án: 58,5

Phần IV

Câu 1. (1 điểm) Một hợp tác xã thu hoạch thóc, dự định thu hoạch 20 tấn thóc mỗi ngày, nhưng khi thu hoạch đã vượt mức 6 tấn mỗi ngày nên không những đã hoàn thành kế hoạch sớm một ngày mà còn thu hoạch vượt mức 10 tấn. Tính số tấn thóc đã dự định thu hoạch.

Phương pháp

Gọi số tấn thóc thu hoạch theo dự định là x (tấn) ($x > 0$).

Biểu diễn số ngày thu hoạch hết số thóc theo dự định và số ngày thu hoạch hết số thóc thực tế, từ đó lập phương trình.

Giải phương trình, kiểm tra lại điều kiện và kết luận.

Lời giải

Gọi số tấn thóc thu hoạch theo dự định là x (tấn) ($x > 0$).

Khi đó số ngày thu hoạch hết số thóc theo dự định là: $\frac{x}{20}$ (ngày)

Số tấn thóc thực tế thu hoạch được là: $x+10$ (tấn)

Số tấn thóc thực tế mỗi ngày thu hoạch được là $20+6=26$ (tấn)

Số ngày thu hoạch hết số thóc theo thực tế là: $\frac{x+10}{26}$ ngày

Vì hợp tác xã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{20} - 1 = \frac{x+10}{26}$$

Giải phương trình:

$$\frac{x}{20} - 1 = \frac{x+10}{26}$$

$$\frac{13x}{20} - \frac{260}{20} = \frac{10(x+10)}{26}$$

$$\frac{13x-260}{20} = \frac{10x+100}{26}$$

$$13x-260=10x+100$$

$$13x-10x=100+260$$

$$3x=360$$

$$x=120 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số thóc theo dự định là 120 tấn.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ $AH \perp BD$ tại H.

a) Chứng minh rằng $\triangle ABD \sim \triangle HBA$.

b) Chứng minh rằng $BC^2 = BD \cdot DH$.

c) Kẻ DE là đường phân giác của tam giác ABD. Gọi I là giao điểm của DE và AH. Chứng minh $\triangle AIE$ cân và $AE^2 = IH \cdot EB$.

Phương pháp

a) Chứng minh $\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ$

Từ đó chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle HBA$ (g.g)

b) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (g.g) suy ra $\frac{AD}{DH} = \frac{BD}{AD}$ hay $AD^2 = BD \cdot DH$

Kết hợp đặc điểm của hình chữ nhật ta có $AD = BC$

Do đó $BC^2 = BD \cdot DH$ (đpcm)

c) **Chứng minh $\triangle AIE$ cân tại A**

Sử dụng tính chất tia phân giác cho DE và từ $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ suy ra $\angle DBA + \angle EDB = \angle HAD + \angle EDA$

Sử dụng tính chất góc ngoài cho $\triangle AID$ và $\triangle DEB$ để có $\angle AIE = \angle HAD + \angle EDA$ và $\angle AEI = \angle EBD + \angle BDE$

Suy ra $AE = AI$ nên $\triangle AIE$ cân tại A.

Chứng minh $AE^2 = IH.EB$

Từ $\triangle AIE$ cân tại A có $AE = AI$

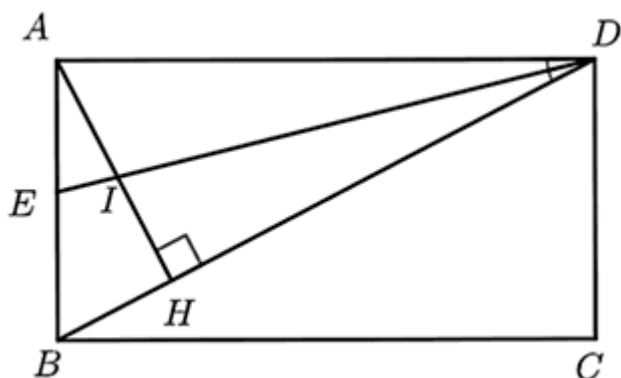
Kết hợp tính chất đường phân giác DI của tam giác $\triangle ADH$ suy ra $\frac{IH}{IA} = \frac{DH}{DA}$ nên $\frac{IH}{AE} = \frac{DH}{DA}$

Chứng minh $\frac{DH}{AD} = \frac{AD}{BD}$ suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AD}{BD}$

Kết hợp tính chất đường phân giác DE của tam giác $\triangle ADB$ suy ra $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{BD}$

Suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AE}{EB}$, do đó $AE^2 = IH.EB$.

Lời giải



a) Vì ABCD là hình chữ nhật nên $\angle BAD = 90^\circ$.

Vì $AH \perp BD$ tại H nên ta có: $\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ$.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HBA$ có:

$\angle BAD = \angle AHB = 90^\circ$ (cmt)

$\angle ABD$ chung

nên $\triangle ABD \sim \triangle HBA$ (g.g) (đpcm)

b) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HAD$ có:

$\angle BAD = \angle AHD = 90^\circ$

$\angle BDA$ chung

nên $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (g.g)

suy ra $\frac{AD}{DH} = \frac{BD}{AD}$ hay $AD^2 = BD.DH$

Mà $AD = BC$ (do ABCD là hình chữ nhật)

Do đó $BC^2 = BD.DH$ (đpcm)

c) **Chứng minh** $\triangle AIE$ cân tại A

Vì DE là đường phân giác của tam giác ABD nên $\angle ADE = \angle EDB$

Vì $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (cmt) nên $\angle DBA = \angle HAD$ (hai góc tương ứng)

suy ra $\angle DBA + \angle EDB = \angle HAD + \angle EDA$ (1)

Xét $\triangle AID$ có $\angle AIE = \angle IAD + \angle IDA = \angle HAD + \angle EDA$ (tính chất góc ngoài) (2)

Xét $\triangle DEB$ có $\angle DEI = \angle EBD + \angle BDE$ (tính chất góc ngoài) (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\angle AIE = \angle DEI$.

Do đó $\triangle AIE$ cân tại A (đpcm)

Chứng minh $AE^2 = IH \cdot EB$

Suy ra $AE = AI$

Xét $\triangle ADH$ có DI là đường phân giác nên $\frac{IH}{IA} = \frac{DH}{DA}$, suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{DH}{DA}$ (4)

Vì $\triangle ABD \sim \triangle HAD$ (cmt) nên $\frac{DH}{AD} = \frac{AD}{BD}$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AD}{BD}$ (6)

Xét $\triangle ADB$ có DE là đường phân giác nên $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{BD}$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $\frac{IH}{AE} = \frac{AE}{EB}$, do đó $AE^2 = IH \cdot EB$ (đpcm)

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}.$$

Phương pháp

Phân tích mẫu thức của các phân thức ở vế trái thành nhân tử.

Từ đó đưa về dạng $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

Phân tích thành nhân tử:

* $x^2 + 9x + 20 = x^2 + 4x + 5x + 20 = (x^2 + 4x) + (5x + 20) = x(x + 4) + 5(x + 4) = (x + 4)(x + 5)$

* $x^2 + 11x + 30 = x^2 + 5x + 6x + 30 = (x^2 + 5x) + (6x + 30) = x(x + 5) + 6(x + 5) = (x + 5)(x + 6)$

* $x^2 + 13x + 42 = x^2 + 6x + 7x + 42 = (x^2 + 6x) + (7x + 42) = x(x + 6) + 7(x + 6) = (x + 6)(x + 7)$

suy ra phương trình trở thành $\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$

Điều kiện xác định: $x \neq 4; x \neq 5; x \neq 6; x \neq 7$

Ta có:
$$\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{x+7-(x+4)}{(x+4)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{3}{(x+4)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

suy ra $(x+4)(x+7) = 54$

$$x^2 + 7x + 4x + 28 = 54$$

$$x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$x^2 + 13x - 2x - 26 = 0$$

$$x(x+13) - 2(x+13) = 0$$

$$(x+13)(x-2) = 0$$

Do đó $x+13=0$ hoặc $x-2=0$

$$x = -13 \text{ (TM)} \quad x = 2 \text{ (TM)}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -13; x = 2$.