

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2**Môn: Toán - Lớp 8****Bộ sách Cánh diều****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập và củng cố lại các kiến thức, áp dụng giải các dạng bài tập liên quan của chương trình học kì 2 sách giáo khoa Toán 8 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 8.

A. NỘI DUNG ÔN TẬP**Đại số**

Phương trình bậc nhất một ẩn

- Phương trình bậc nhất một ẩn
- Ứng dụng của phương trình bậc nhất một ẩn

Hình học

Tam giác đồng dạng. Hình đồng dạng

- Tam giác đồng dạng
- Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác
 - + Trường hợp đồng dạng thứ nhất
 - + Trường hợp đồng dạng thứ hai
 - + Trường hợp đồng dạng thứ ba
- Hình đồng dạng

B. BÀI TẬP**I. Phần trắc nghiệm****Câu 1:** Trong các phương trình sau, đâu là phương trình bậc nhất một ẩn

A. $3x - y = 0$.

B. $2y + 1 = 0$.

C. $4 + 0.x = 0$.

D. $3x^2 = 0$.

Câu 2: Phương trình bậc nhất một ẩn $ax + b = 0$ với hệ số $b = 3$ là phương trình nào

A. $3x + 1 = 0$.

- B. $x - 3 = 0$.
- C. $-x + 3 = 0$.
- D. $3x - 3 = 0$.

Câu 3: Phương trình $6x - 3 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = 2$.
- B. $x = -\frac{1}{2}$.
- C. $x = -2$.
- D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Đưa phương trình $2(x + 2) = 1 - 2x$ về dạng $ax + b = 0$, ta được:

- A. $4x + 3 = 0$.
- B. $-2x + 1 = 0$.
- C. $4x + 5 = 0$.
- D. $2x + 4 = 0$.

Câu 5: Tập nghiệm S của phương trình $3(x + 1) + 2x = 7 + (x - 2)$ là:

- A. $S = \{0\}$.
- B. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.
- C. $S = \emptyset$.
- D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 6: Phương trình $2x + m - x + 4 = 0$ nhận $x = -3$ thì m là :

- A. $m = 1$.
- B. $m = 2$.
- C. $m = -1$.
- D. $m = -2$.

Câu 7: Chọn câu sai trong các câu sau:

- A. Gọi số học sinh của một lớp là x (học sinh thì điều kiện là $x \in \mathbb{N}^*$).
- B. Gọi thời gian làm của một xưởng là x (ngày) thì điều kiện là $x > 0$.
- C. Gọi số bài tập của một học sinh làm trong một ngày là x thì điều kiện là $x < 0$.
- D. Gọi tốc độ của một xe ô tô là x thì điều kiện của x là $x > 0$.

Câu 8: Xe máy đi từ A đến B với vận tốc $x(km/h)$. Ô tô đi từ B về A với vận tốc nhanh hơn vận tốc của xe máy là $15km/h$. Vậy vận tốc của ô tô được biểu diễn theo x là:

- A. $x - 15(km/h)$.

- B. $15x(km/h)$.
- C. $15 - x(km/h)$.
- D. $x + 15(km/h)$.

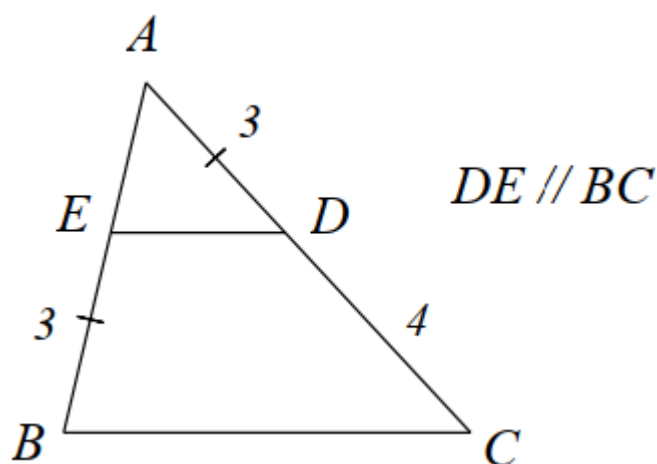
Câu 9: Trên một khúc sông, một chiếc thuyền chạy với vận tốc tối đa đang di chuyển xuôi dòng, một người đứng trên bờ đo được vận tốc của chiếc thuyền là 35km/h. Biết vận tốc dòng nước là 5km/h. Hỏi nếu thuyền đó chạy ngược dòng với vận tốc tối đa thì người đứng trên bờ đo được vận tốc của thuyền lúc đó là bao nhiêu?

- A. 30km/h.
- B. 35km/h.
- C. 40km/h.
- D. 70km/h.

Câu 10: Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng k. Vậy k bằng tỉ số nào sau đây?

- A. $k = \frac{AB}{BC}$.
- B. $k = \frac{AC}{DF}$.
- C. $k = \frac{DE}{AB}$.
- D. $k = \frac{DE}{DF}$.

Câu 11: Cho hình vẽ sau, biết $DE \parallel BC$ và các kích thước như hình vẽ. Độ dài đoạn AE là



- A. $AE = \frac{3}{4}$.
- B. $AE = \frac{4}{3}$.
- C. $AE = \frac{4}{9}$.

D. $AE = \frac{9}{4}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = 15\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, đường phân giác của góc B cắt AC tại D. Khi đó, đoạn thẳng AD có độ dài là:

A. 3cm.

B. 6cm.

C. 9cm.

D. 12cm.

Câu 13: Tam giác ABC có HK là đường trung bình ($H \in AC, K \in BC$). Khi đó $\triangle ABC \sim \triangle HKC$ theo tỉ số k bằng bao nhiêu?

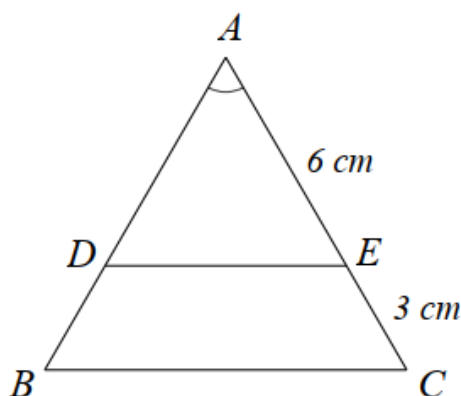
A. $k = 2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = 1$.

D. $k = 0$.

Câu 14: Cho hình vẽ sau, biết $\triangle ABC, \triangle ADE$ là tam giác cân.



Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\triangle ADE \sim \triangle ABC (g.g)$ với $k = 2$.

B. $\triangle ADE \sim \triangle ABC (c.c.c)$ với $k = \frac{2}{3}$.

C. $\triangle ABC \sim \triangle ADE (c.g.c)$ với $k = \frac{3}{2}$.

D. $\triangle ABC \sim \triangle ADE (g.g)$ với $k = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. AM, DN lần lượt là hai tia phân giác của A, D. Khi đó $\triangle ABM \sim \triangle DEN$ theo trường hợp nào?

A. góc - góc.

B. cạnh - góc - cạnh.

C. cạnh – cạnh – cạnh.

D. cạnh huyền – góc nhọn.

Câu 16: Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = 2$. Khi đó chu vi $\triangle ABC$ gấp mấy lần chu vi $\triangle DEF$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Câu 17: Cho tam giác ABC có M, N lần lượt nằm trên cạnh AB, AC sao cho $MN \parallel BC$. Biết $AM = 16\text{cm}$, $AN = 20\text{cm}$, $NC = 15\text{cm}$. Khi đó độ dài AB bằng:

A. 28cm.

B. 26cm.

C. 24cm.

D. 22cm.

Câu 18: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Biết $AB = 16\text{cm}$, $CD = 40\text{cm}$. Khi đó $\triangle AIB \sim \triangle CID$ với tỉ số:

A. $k = \frac{2}{3}$.

B. $k = \frac{3}{2}$.

C. $k = \frac{2}{5}$.

D. $k = \frac{5}{2}$.

Câu 19: Cho hai tam giác đồng dạng. Tam giác thứ nhất có độ dài ba cạnh là 4cm, 8cm và 10cm. Tam giác thứ hai có chu vi là 33cm. Độ dài ba cạnh của tam giác thứ hai là bộ ba nào sau đây?

A. 6cm, 12cm, 15cm.

B. 8cm, 16cm, 20cm.

C. 6cm, 9cm, 18cm.

D. 8cm, 10cm, 15cm.

Câu 20: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $k = 3$ thì tỉ số chiều cao h của $\triangle ABC$ với chiều cao h' của $\triangle A'B'C'$ là:

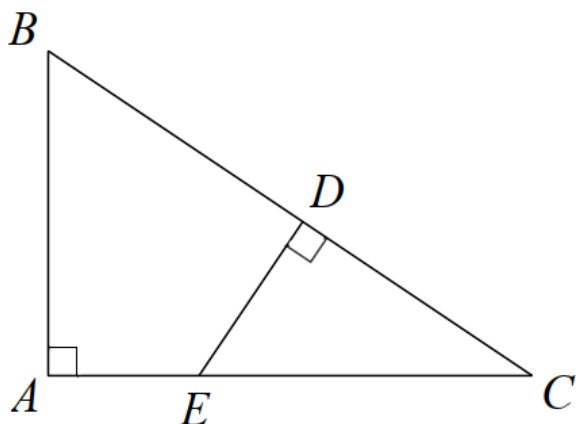
A. $\frac{h}{h'} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{h}{h'} = 6$.

C. $\frac{h}{h'} = -3$.

D. $\frac{h}{h'} = 3$.

Câu 21: Cho hình vẽ, $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ theo trường hợp nào?

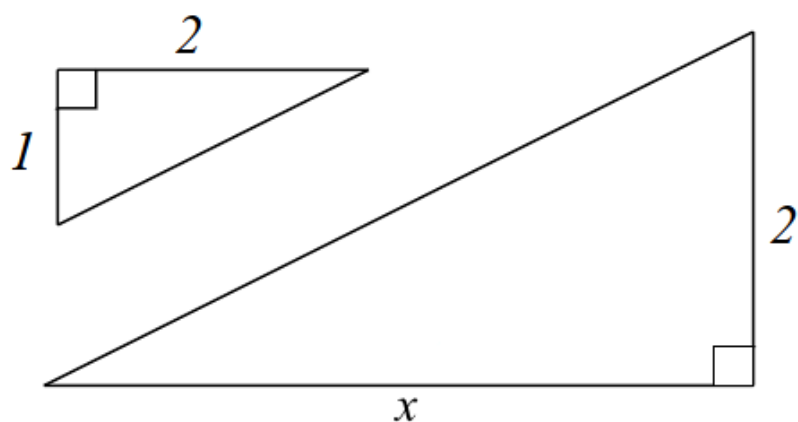


- A. Góc - góc.
- B. Cạnh - góc - cạnh.
- C. Góc - cạnh.
- D. Cạnh - cạnh - cạnh.

Câu 22: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB \neq AC$) và $\triangle DEF$ vuông tại D ($DE \neq DF$). Điều nào dưới đây không suy ra $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

- A. $B = E$.
- B. $C = F$.
- C. $B + C = E + F$.
- D. $B - C = E - F$.

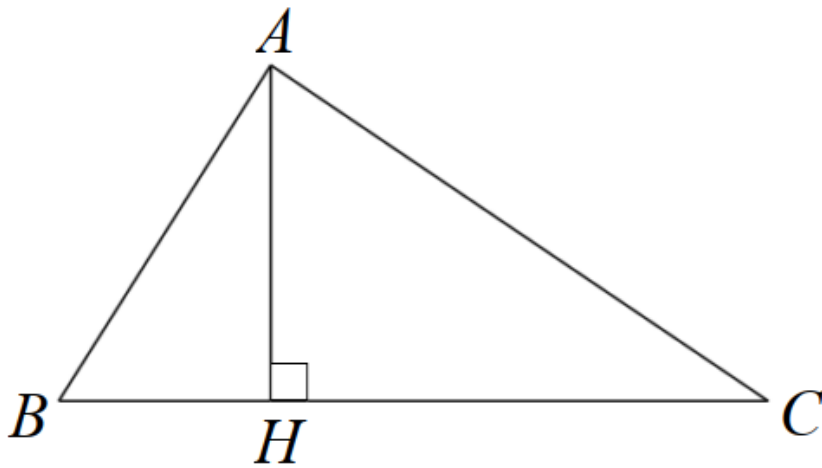
Câu 23: Giá trị của x bằng bao nhiêu để hai tam giác đồng dạng



- A. $x = 2$.
- B. $x = \sqrt{3}$.
- C. $x = 4$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 24: Cho hình vẽ sau. Biết $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Khi đó AH là



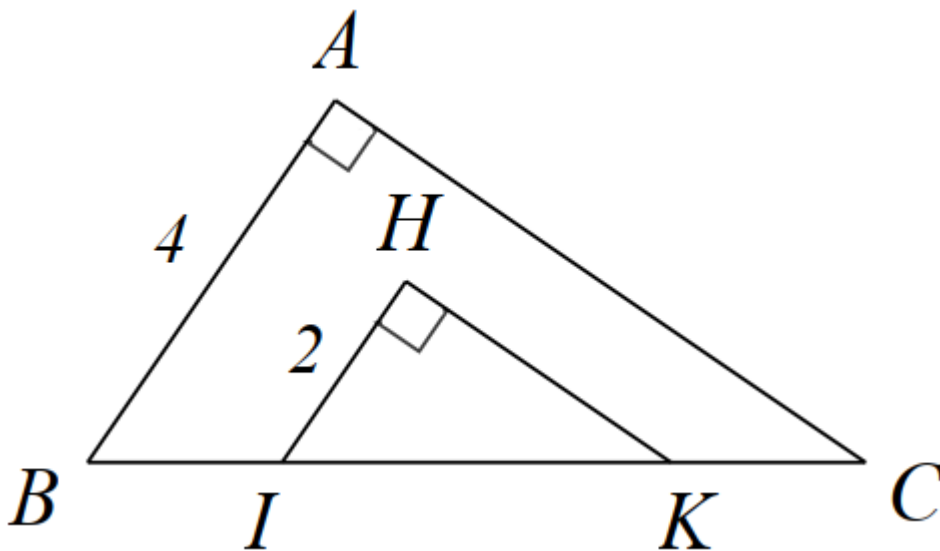
A. $AH = \frac{20}{3}$.

B. $AH = \frac{12}{5}$.

C. $AH = 2$.

D. $AH = 6$.

Câu 25: Cho hình vẽ sau. Biết $AC \parallel HK$. Tỉ số $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle HIK}}$ bằng:



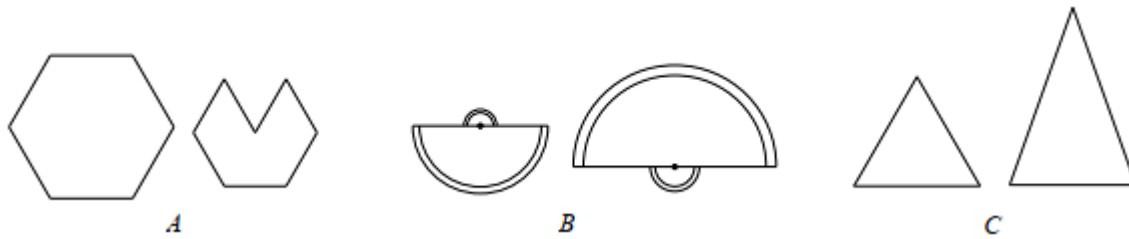
A. 2.

B. 4.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 26: Trong các cặp hình sau, hình nào là hình đồng dạng:

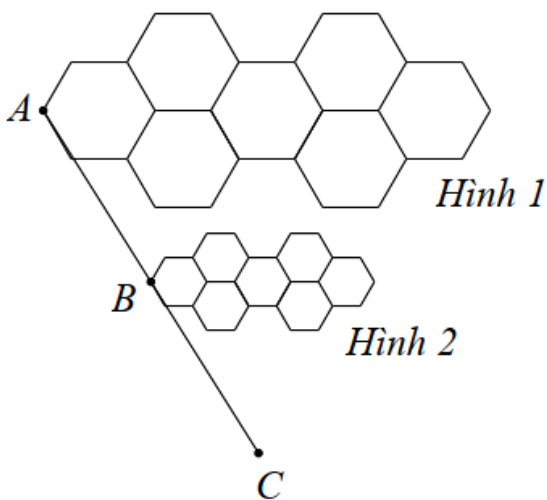


- A. Hình A.
- B. Hình B.
- C. Hình C.
- D. Không có hình nào.

Câu 27: Hình A đồng dạng phối cảnh với hình B theo tỉ số đồng dạng là $k = \frac{2}{3}$ thì hình B đồng dạng phối cảnh với hình A theo tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{2}{3}$.
- C. $\frac{1}{3}$.
- D. $\frac{3}{2}$.

Câu 28: Cho hình 1 đồng dạng phối cảnh với hình 2 với tỉ số đồng dạng là 2. Khi đó tỉ số nào sau đây đúng?

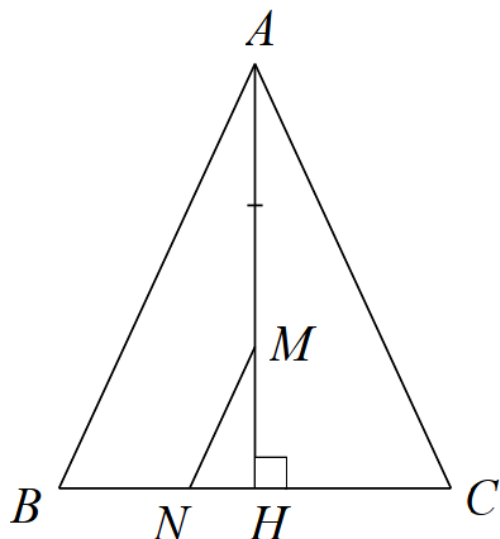


- A. $\frac{AB}{BC} = 2$.
- B. $\frac{AB}{AC} = 2$.

C. $\frac{AC}{AB} = 2$.

D. $\frac{BC}{BA} = 2$.

Câu 29: Cho hình bên, biết $M \in AH$ thỏa mãn $AM = 2MH$ và $MN \parallel BC$. Chọn câu đúng trong các câu sau:



A. $\triangle HMN$ đồng dạng phối cảnh với $\triangle HAC$, tâm phối cảnh H.

B. $\triangle HMN$ đồng dạng phối cảnh với $\triangle HAB$, tâm phối cảnh H.

C. $\triangle HAB$ đồng dạng phối cảnh với $\triangle HAC$, tâm phối cảnh H.

D. Cả ba câu trên đều đúng.

Câu 30: Cho $\triangle ABC \sim \triangle CMN$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$, biết $AB = 18$. Khi đó CM bằng:

A. 12.

B. 6.

C. 24.

D. 54.

II. Phần tự luận

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $7x - 4 = 0$

b) $9 - 5x = 0$

c) $11x - (3x + 3) = 8(x - 2)$

d) $\frac{2x-1}{5} + x = 3 + \frac{3-x}{4}$

Bài 2. Tìm m để phương trình $(m-1)x = m^2 - 1$

- a) Vô nghiệm.
b) Vô số nghiệm.
c) Có nghiệm duy nhất.

Bài 3. Bác An đầu tư 500 triệu đồng vào hai tài khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Cuối năm bác An nhận được 34 triệu đồng tiền lãi. Hỏi bác An đã đầu tư vào mỗi tài khoản bao nhiêu tiền?

Bài 4. Một xe tải đi từ M đến N với tốc độ 50 km/h. Khi từ N quay về M xe chạy với tốc độ 40 km/h. Thời gian cả đi lẫn về mất 5 giờ 24 phút không kể thời gian nghỉ. Tính chiều dài quãng đường MN.

Bài 5. Hai công ty viễn thông đưa ra hai gói cước cho điện thoại cố định như sau:

	Cước thuê bao hàng tháng (đồng)	Giá cước mỗi phút gọi (đồng)
Công ty A	33 000	800
Công ty B	39 000	600

- a) Gọi x là số phút gọi trong tháng. Hãy biểu thị theo x , số tiền phải trả trong tháng (tính theo nghìn đồng) khi sử dụng mỗi gói cước nói trên.
b) Hỏi với bao nhiêu phút gọi thì số tiền phải trả trong tháng khi sử dụng dịch vụ của hai công ty viễn thông này là như nhau?

Bài 6. Cho ΔKBC vuông tại K có $KB < KC$. Tia phân giác của B cắt KC tại H. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại I.

- a) Chứng minh $\Delta BHK \sim \Delta CHI$.
b) Chứng minh $CI^2 = IH \cdot IB$.
c) Tia BK cắt CI tại A, tia AH cắt BC tại D.

Chứng minh KC là phân giác của $\angle IKD$.

Bài 7. Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Tia phân giác của $\angle ABC$ cắt AC tại D.

- a) Vẽ tia Cx vuông góc với BD tại E và tia Cx cắt đường thẳng AB tại F.
Chứng minh $\Delta ABD \sim \Delta EBC$.
b) Tia FD cắt BC tại H. Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với AB tại M.
Chứng minh $MH \cdot AB = FH \cdot MB$.

Bài 8. Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH.

- a) Chứng minh $\Delta HAC \sim \Delta ABC$
b) Chứng minh $HA^2 = HB \cdot HC$
c) Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB, BC.

Chứng minh $CH \cdot CB = 4 \cdot DE^2$

- d) Gọi M là giao điểm của đường thẳng vuông góc với BC tại B và đường thẳng DE. Gọi N là giao điểm của AH và CM. Chứng minh N là trung điểm của AH.

Bài 9*. Giải phương trình $(3x-2)(x+1)^2(3x+8)=-16$

Bài 10*. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2bc-2024}{3c-2bc+2024} - \frac{2b}{3-2b+ab} + \frac{4048-3ac}{3ac-4048+2024a}$$

Bài 11*. Cho 2024 số: $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ với $a_k = \frac{2k+1}{[k(k+1)]^2}$ ($k=1, 2, \dots, 2024$).

Tính giá trị biểu thức $A = a_1 + a_2 + \dots + a_{2024}$.

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1. B	Câu 2. C	Câu 3. D	Câu 4. A	Câu 5. B
Câu 6. C	Câu 7. C	Câu 8. D	Câu 9. A	Câu 10. B
Câu 11. D	Câu 12. C	Câu 13. A	Câu 14. C	Câu 15. A
Câu 16. B	Câu 17. A	Câu 18. C	Câu 19. A	Câu 20. D
Câu 21. A	Câu 22. C	Câu 23. C	Câu 24. B	Câu 25. B
Câu 26. B	Câu 27. D	Câu 28. C	Câu 29. B	Câu 30. B

Phần tự luận.

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $7x - 4 = 0$

b) $9 - 5x = 0$

c) $11x - (3x + 3) = 8(x - 2)$

d) $\frac{2x-1}{5} + x = 3 + \frac{3-x}{4}$

Phương pháp

Đưa phương trình về dạng $ax + b = 0$ để giải.

Lời giải

a) $7x - 4 = 0$

$$7x = 4$$

$$x = \frac{4}{7}$$

Vậy $x = \frac{4}{7}$.

b) $9 - 5x = 0$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

Vậy $x = \frac{9}{5}$.

c) $11x - (3x + 3) = 8(x - 2)$

$$11x - 3x - 3 = 8x - 16$$

$$8x - 8x = -16 + 3$$

$$0x = -13 \text{ (vô lý)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

d) $\frac{2x-1}{5} + x = 3 + \frac{3-x}{4}$

$$\frac{4(2x-1)}{20} + \frac{20x}{20} = \frac{3 \cdot 20}{20} + \frac{5(3-x)}{20}$$

$$4(2x-1) + 20x = 60 + 5(3-x)$$

$$8x - 4 + 20x = 60 + 15 - 5x$$

$$8x + 20x + 5x = 75 + 4$$

$$33x = 79$$

$$x = \frac{79}{33}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{79}{33}.$$

Bài 2. Tìm m để phương trình $(m-1)x = m^2 - 1$

a) Vô nghiệm.

b) Vô số nghiệm.

c) Có nghiệm duy nhất.

Phương pháp

Với phương trình có dạng $ax = b$.

+ Nếu $a = 0$ và $b = 0$ thì phương trình vô số nghiệm.

+ Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $a \neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{b}{a}$.

Lời giải

a) Để phương trình vô nghiệm thì $\begin{cases} m-1=0 \\ m^2-1 \neq 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} m=1 \\ m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Vậy không có giá trị nào của m để phương trình vô nghiệm.

b) Để phương trình vô số nghiệm thì $\begin{cases} m-1=0 \\ m^2-1 \neq 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} m=1 \\ m=1 \\ m=-1 \end{cases}$ hay $m=1$.

Vậy khi $m = 1$ thì phương trình vô số nghiệm.

c) Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $m-1 \neq 0$ suy ra $m \neq 1$.

Khi đó nghiệm của phương trình là $x = \frac{m^2-1}{m-1} = \frac{(m-1)(m+1)}{m-1} = m+1$.

Vậy khi $m \neq 1$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = m+1$.

Bài 3. Bác An đầu tư 500 triệu đồng vào hai tài khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Cuối năm bác An nhận được 34 triệu đồng tiền lãi. Hỏi bác An đã đầu tư vào mỗi tài khoản bao nhiêu tiền?

Phương pháp

Gọi số tiền bác An đầu tư mua trái phiếu doanh nghiệp là x (triệu đồng).

Biểu diễn số tiền bác An đầu tư gửi tiết kiệm ngân hàng, số tiền lãi bác nhận được để lập phương trình.

Giải phương trình ta tìm được số tiền bác đầu tư vào mỗi tài khoản.

Lời giải

Gọi số tiền bác An đầu tư mua trái phiếu doanh nghiệp là x (triệu đồng) (ĐK: $0 < x < 500$).

Số tiền bác An đầu tư gửi tiết kiệm ngân hàng là: $500 - x$ (triệu đồng)

Số tiền lãi bác nhận được từ mua trái phiếu doanh nghiệp là:

$$x.8\% = 0,08x \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền lãi bác nhận được từ ngân hàng là:

$$(500 - x).6\% = (500 - x).0,06 = 30 - 0,06x \text{ (triệu đồng)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$0,08x + 30 - 0,06x = 34$$

$$0,02x = 4$$

$$x = 200(TM)$$

Vậy số tiền bác An đầu tư mua trái phiếu doanh nghiệp là 200 triệu đồng.

Số tiền bác An đầu tư gửi tiết kiệm ngân hàng là $500 - 200 = 300$ triệu đồng.

Bài 4. Một xe tải đi từ M đến N với tốc độ 50 km/h. Khi từ N quay về M xe chạy với tốc độ 40 km/h. Thời gian cả đi lẫn về mất 5 giờ 24 phút không kể thời gian nghỉ. Tính chiều dài quãng đường MN.

Phương pháp

Gọi quãng đường MN là x (km) ($x > 0$)

Biểu diễn thời gian đi, về theo x và lập phương trình.

Giải phương trình và kiểm tra nghiệm.

Lời giải

$$\text{Đổi } 5 \text{ giờ } 24 \text{ phút} = \frac{27}{5} \text{ giờ.}$$

Gọi quãng đường MN là x (km) ($x > 0$)

Vì xe tải đi từ M đến N với vận tốc 50km/h nên ta có thời gian xe tải đi từ M đến N là: $\frac{x}{50}$ (h)

Vì xe tải đi từ N quay về M với vận tốc 40km/h nên ta có thời gian xe tải đi từ N về M là: $\frac{x}{40}$ (h)

Vì thời gian cả đi lẫn về mất 5 giờ 24 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{40} = \frac{27}{5}$$

Giải phương trình ta được $x = 120$ (TM)

Vậy chiều dài quãng đường MN là 120km.

Bài 5. Hai công ty viễn thông đưa ra hai gói cước cho điện thoại cố định như sau:

	Cước thuê bao hàng tháng (đồng)	Giá cước mỗi phút gọi (đồng)
Công ty A	33 000	800
Công ty B	39 000	600

a) Gọi x là số phút gọi trong tháng. Hãy biểu thị theo x, số tiền phải trả trong tháng (tính theo nghìn đồng) khi sử dụng mỗi gói cước nói trên.

b) Hỏi với bao nhiêu phút gọi thì số tiền phải trả trong tháng khi sử dụng dịch vụ của hai công ty viễn thông này là như nhau?

Phương pháp

a) Viết biểu thức biểu thị số tiền dựa vào thông tin trong bảng.

b) Lập phương trình biểu thị số tiền phải trả bằng nhau.

Giải phương trình.

Lời giải

a) Số tiền phải trả trong tháng khi sử dụng mỗi gói cước công ty A là:

$$800x + 33000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền phải trả trong tháng khi sử dụng mỗi gói cước công ty B là:

$$600x + 39000 \text{ (đồng)}$$

b) Theo đề bài, ta có phương trình: $800x + 33000 = 600x + 39000$

Giải phương trình: $800x + 33000 = 600x + 39000$

$$800x - 600x = 39000 - 33000$$

$$200x = 6000$$

$$x = 30$$

Vậy với 30 phút gọi thì số tiền phải trả trong tháng khi sử dụng dịch vụ của hai công ty viễn thông này là như nhau.

Bài 6. Cho ΔKBC vuông tại K có $KB < KC$. Tia phân giác của B cắt KC tại H. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại I.

a) Chứng minh $\Delta BHK \sim \Delta CHI$.

b) Chứng minh $CI^2 = IH \cdot IB$.

c) Tia BK cắt CI tại A, tia AH cắt BC tại D.

Chứng minh KC là phân giác của IKD .

Phương pháp

a) Chứng minh $\Delta BHK \sim \Delta CHI$ (g.g)

b) Chỉ ra $B_1 = B_2 = C_1$.

Chứng minh $\Delta IHC \sim \Delta ICB$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{IH}{IC} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow IC^2 = IH \cdot IB.$$

c) Chứng minh:

$$\Delta AIB \sim \Delta AKC \Rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC}$$

$$\Delta AIK \sim \Delta ABC \Rightarrow K_3 = ACB$$

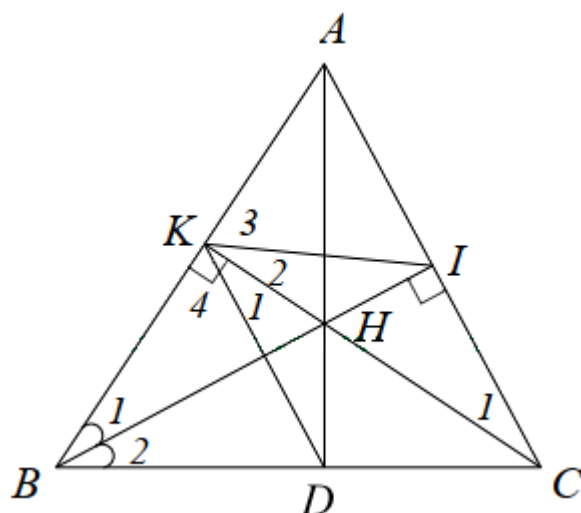
$$\Delta BKD \sim \Delta BCA \Rightarrow K_4 = ACB$$

$$\text{Suy ra } K_3 = K_4.$$

$$\text{Mà } K_3 + K_2 = K_4 + K_1 (= 90^\circ)$$

$$\Rightarrow K_1 = K_2 \text{ hay KC là phân giác của } IKD.$$

Lời giải



a) Xét $\triangle BHK$ và $\triangle CHI$ có:

$$\angle BKH = \angle CIH = 90^\circ$$

$$\angle KHB = \angle IHC \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Suy ra $\triangle BHK \sim \triangle CHI$ (g.g) (đpcm)

b) Ta có: $\triangle BHK \sim \triangle CHI$ (cmt) nên $B_1 = C_1$

Mà BI là tia phân giác của góc KBC nên $B_1 = B_2$.

Do đó $B_2 = C_1$.

Xét $\triangle IHC$ và $\triangle ICB$ có:

$\hat{I}$ chung

$$B_2 = C_1 \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\triangle IHC \sim \triangle ICB$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{IH}{IC} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow IC^2 = IH \cdot IB \text{ (đpcm).}$$

c) Xét $\triangle AIB$ và $\triangle AKC$ có:

$\hat{A}$ chung

$$B_1 = C_1 \text{ (cmt)}$$

$$\text{Suy ra } \triangle AIB \sim \triangle AKC \Rightarrow \frac{AI}{AK} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC}$$

Xét $\triangle AIK$ và $\triangle ABC$ có:

$\hat{A}$ chung

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC} \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\triangle AIK \sim \triangle ABC$ (c.g.c) $\Rightarrow K_3 = \angle ACB$ (hai góc tương ứng) (1)

Theo giả thiết, ta có: $CK \perp AB, BI \perp AC$ nên CK và BI là hai đường cao của tam giác ABC.

Mà BI và CK cắt nhau tại H nên H là giao điểm của 3 đường cao trong tam giác ABC.

Suy ra $AH \perp BC$ hay $ADB = 90^\circ$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle CBK$ có:

$$ADB = CKB = 90^\circ$$

B chung

$$\text{Suy ra } \triangle ABD \sim \triangle CBK \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{BK}{BD} \Rightarrow \frac{BK}{CB} = \frac{BD}{AB}$$

Xét $\triangle BKD$ và $\triangle BCA$ có:

B chung

$$\frac{BK}{CB} = \frac{BD}{AB}$$

$$\text{Suy ra } \triangle BKD \sim \triangle BCA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow K_4 = ACB \text{ (hai góc tương ứng) (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $K_3 = K_4$.

$$\text{Mà } K_3 + K_2 = K_4 + K_1 (= 90^\circ)$$

$$\Rightarrow K_1 = K_2 \text{ hay KC là phân giác của } IKD. \text{ (đpcm)}$$

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $AB = 3\text{cm}, BC = 5\text{cm}$. Tia phân giác của $\angle ABC$ cắt AC tại D.

a) Vẽ tia Cx vuông góc với BD tại E và tia Cx cắt đường thẳng AB tại F.

Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle EBC$.

b) Tia FD cắt BC tại H. Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với AB tại M.

Chứng minh $MH \cdot AB = FH \cdot MB$.

Phương pháp

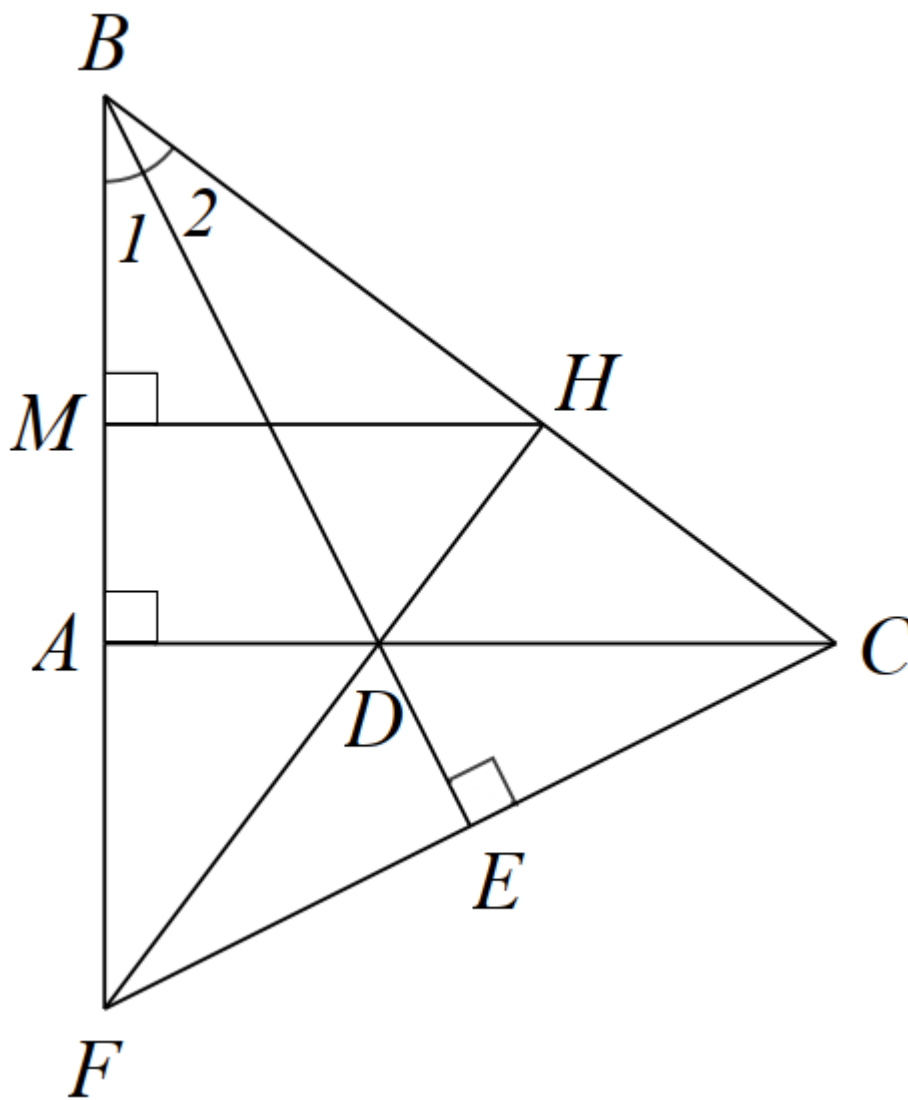
a) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ theo trường hợp góc – góc.

b) Chứng minh $\triangle BFC$ cân tại B suy ra $CA = FH$.

$$\text{Chứng minh } \triangle MBH \sim \triangle ABC \text{ (g.g) suy ra } \frac{BM}{BA} = \frac{MH}{AC}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \frac{BM}{BA} = \frac{MH}{FH} \text{ suy ra } MH \cdot AB = FH \cdot MB.$$

Lời giải



a) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ theo trường hợp góc – góc.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle EBC$ có:

$$\angle A = \angle E = 90^\circ$$

$\angle B_1 = \angle B_2$ (vì BE là tia phân giác của góc ABC)

Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ (g.g)

b) Tia FD cắt BC tại H . Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với AB tại M .

Chứng minh $MH \cdot AB = FH \cdot MB$.

b) Chứng minh $\triangle BFC$ cân tại B suy ra $CA = FH$.

Chứng minh $\triangle MBH \sim \triangle ABC$ (g.g) suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{MH}{AC}$.

Từ đó suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{MH}{FH}$ suy ra $MH \cdot AB = FH \cdot MB$.

Xét tam giác BFC có BE vừa là tia phân giác vừa là đường cao của tam giác BFC nên tam giác BFC cân tại B .

Đường cao AC và BE của tam giác BFC cắt nhau tại D nên FH cũng là đường cao của tam giác BFC .

Mà tam giác BFC cân tại B nên đường cao $AC = FH$ (1)

Xét $\triangle MBH$ và $\triangle ABC$ có:

$$M = A = 90^\circ$$

B chung

$$\text{Suy ra } \triangle MBH \sim \triangle ABC \text{ (g.g) suy ra } \frac{BM}{BA} = \frac{MH}{AC}.$$

Mà $AC = FH$ (cmt)

$$\text{Suy ra } \frac{BM}{BA} = \frac{MH}{FH} \text{ suy ra } MH \cdot AB = FH \cdot MB \text{ (đpcm).}$$

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH.

a) Chứng minh $\triangle HAC \sim \triangle ABC$

b) Chứng minh $HA^2 = HB \cdot HC$

c) Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB, BC.

Chứng minh $CH \cdot CB = 4 \cdot DE^2$

d) Gọi M là giao điểm của đường thẳng vuông góc với BC tại B và đường thẳng DE. Gọi N là giao điểm của AH và CM. Chứng minh N là trung điểm của AH.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle HAC \sim \triangle ABC$ theo trường hợp góc – góc.

b) Chứng minh $\triangle HAC \sim \triangle HBA$ suy ra $\frac{HA}{HB} = \frac{HC}{HA}$ hay $HA^2 = HB \cdot HC$.

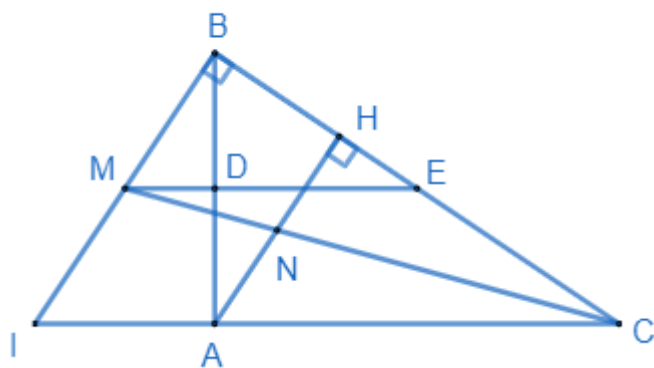
c) Chứng minh $\triangle HAC \sim \triangle ABC$ (g.g) suy ra $AB^2 = CH \cdot CB$ và DE là đường trung bình của tam giác ABC nên

$$DE = \frac{1}{2} AB.$$

d) Gọi AC và BM cắt nhau tại I và DE cắt AH tại I.

Chứng minh $BM = MI$ và $\frac{NH}{MB} = \frac{AN}{MI} \Rightarrow NH = AN$.

Lời giải



a) Xét tam giác HAC và tam giác ABC có:

$$A = H = 90^\circ$$

C chung

Suy ra $\triangle HAC \sim \triangle ABC$ (g.g) (đpcm)

b) Xét $\triangle HAC$ và $\triangle HBA$ có:

$$\angle AHC = \angle BHA = 90^\circ$$

$$CAH = ABH \text{ (cùng phụ với góc } ACH)$$

Suy ra $\triangle HAC \sim \triangle HBA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HA}{HB} = \frac{HC}{HA} \Rightarrow HA^2 = HB \cdot HC \text{ (đpcm)}$$

c) Vì $\triangle HAC \sim \triangle ABC$ (theo câu a)

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC} \Rightarrow AC^2 = HC \cdot BC$$

Ta có:

D là trung điểm của AB

E là trung điểm của BC

Suy ra DE là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow AC = 2 \cdot DE \Rightarrow AC^2 = 4 \cdot DE^2$$

Do đó $HC \cdot BC = 4 \cdot DE^2$ (đpcm)

d) Gọi AC và BM cắt nhau tại I

Xét $\triangle BIC$ có: $ME \parallel IC$ (do $DE \parallel AC$)

$$\Rightarrow \frac{BE}{EC} = \frac{BM}{MI} = 1 \Rightarrow BM = MI$$

Ta có $AH \perp BC$ và $BI \perp BC$ nên $NH \parallel BM$ và $AN \parallel MI$

$$\text{Xét } \triangle CBM \text{ có } NH \parallel MB \Rightarrow \frac{NH}{MB} = \frac{CN}{CM} \quad (1)$$

$$\text{Xét } \triangle CMI \text{ có } AN \parallel MI \Rightarrow \frac{AN}{MI} = \frac{CN}{CM} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{NH}{MB} = \frac{AN}{MI} \text{ mà } MB = MI \Rightarrow NH = AN \text{ hay N là trung điểm của AH (đpcm).}$$

Bài 9*. Giải phương trình $(3x-2)(x+1)^2(3x+8) = -16$

Phương pháp

Nhân cả hai vế của phương trình với 9, biến đổi phương trình thành:

$$(3x-2)(3x+3)^2(3x+8) = -144$$

Đặt $3x+3=t$, biến đổi $3x-2$ và $3x+8$ theo t.

Ta có phương trình ẩn t mới.

Giải phương trình để tìm t.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (3x-2)(x+1)^2(3x+8) = -16$$

Nhân cả hai vế của phương trình với 9, ta được:

$$9 \cdot (3x-2)(x+1)^2(3x+8) = 9 \cdot (-16)$$

$$(3x-2)[9(x+1)^2](3x+8) = 9 \cdot (-16)$$

$$(3x-2)(3x+3)^2(3x+8) = -144$$

$$\text{Đặt } 3x+3=t \Rightarrow 3x-2=t-5; 3x+8=t+5$$

Ta có phương trình:

$$(t-5)t^2(t+5) = -144$$

$$t^4 - 25t^2 + 144 = 0$$

$$(t^2 - 9)(t^2 - 16) = 0$$

$$\begin{cases} t^2 = 9 \\ t^2 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \pm 3 \\ t = \pm 4 \end{cases}$$

Ta có bảng sau:

t	-3	3	-4	4
x	-2	0	$-\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}$

Vậy nghiệm của phương trình là $x \in \left\{ -2; 0; -\frac{7}{3}; \frac{1}{3} \right\}$.

Bài 10*. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2bc - 2024}{3c - 2bc + 2024} - \frac{2b}{3 - 2b + ab} + \frac{4048 - 3ac}{3ac - 4048 + 2024a}$$

Phương pháp

Thay $2024 = abc$ và $4048 = 2abc$, nhóm nhân tử chung để rút gọn các phân thức trong biểu thức.

Từ đó ta tính được giá trị của biểu thức.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2bc - 2024}{3c - 2bc + 2024} - \frac{2b}{3 - 2b + ab} + \frac{4048 - 3ac}{3ac - 4048 + 2024a} \\ &= \frac{2bc - abc}{3c - 2bc + abc} - \frac{2b}{3 - 2b + ab} + \frac{2abc - 3ac}{3ac - 2abc + a^2bc} \\ &= \frac{bc(2 - a)}{c(3 - 2b + ab)} - \frac{2b}{3 - 2b + ab} + \frac{ac(2b - 3)}{ac(3 - 2b + ab)} \\ &= \frac{b(2 - a)}{3 - 2b + ab} - \frac{2b}{3 - 2b + ab} + \frac{2b - 3}{3 - 2b + ab} \\ &= \frac{2b - ab - 2b + 2b - 3}{3 - 2b + ab} \\ &= \frac{-ab + 2b - 3}{3 - 2b + ab} \\ &= \frac{-(3 - 2b + ab)}{3 - 2b + ab} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Vậy $P = -1$.

Bài 11*. Cho 2024 số: $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ với $a_k = \frac{2k+1}{[k(k+1)]^2}$ ($k = 1, 2, \dots, 2024$).

Tính giá trị biểu thức $A = a_1 + a_2 + \dots + a_{2024}$.

Phương pháp

Phân tích $a_k = \frac{2k+1}{[k(k+1)]^2} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}$

Từ đó tính A.

Lời giải

Ta có:

$$a_k = \frac{2k+1}{[k(k+1)]^2} = \frac{(k+1)^2 - k^2}{k^2(k+1)^2} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}$$

Do đó:

$$\begin{aligned} A &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024} \\ &= \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) + \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2023^2} - \frac{1}{2024^2} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{2024^2} \\ &= \frac{2024^2 - 1}{2024^2} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{2024^2 - 1}{2024^2}$