

ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 6

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách: Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	D	C	A	D	A	D	B	C	A	C

Câu 1: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-1}{x-2}$ là:

A. $x \neq 1$.B. $x \neq 2$.C. $x \neq 1; x \neq 2$.D. $x \in \mathbb{R}$.

Phương pháp

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là $B \neq 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-1}{x-2}$ là $x-2 \neq 0$ hay $x \neq 2$.

Đáp án B

Câu 2: Tích của phân thức $\frac{-2}{3x^2y}$ với -1 là:

A. $\frac{2}{3x^2y}$.B. $\frac{-2}{6x^2y}$.C. $\frac{-2}{3x^2y}$.D. $\frac{-2}{3x^2y^2}$.

Phương pháp

Muốn nhân hai phân thức với nhau, ta nhân tử thức với tử thức, mẫu thức với mẫu thức sau đó rút gọn kết quả (nếu cần).

Lời giải

Ta có: $\frac{-2}{3x^2y} \cdot (-1) = \frac{2}{3x^2y}$.

Đáp án A

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- A. $0x + 5 = 0$. B. $2x^2 - 3 = 0$. C. $\frac{3}{x} - 2 = 0$. D. $2x + 1 = 0$.

Phương pháp

Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0 (a \neq 0)$.

Lời giải

Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b = 0 (a \neq 0)$.

Do đó $2x + 1 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.

Đáp án D

Câu 4: Phương trình $3 - 2x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 3$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{-3}{2}$.

Phương pháp

Giải phương trình bậc nhất một ẩn:

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Lời giải

Ta có:

$$3 - 2x = 0$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{2}$$

Đáp án C

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = ax (a \neq 0)$ là một đường thẳng luôn đi qua

- A. gốc toạ độ $O(0;0)$. B. điểm $A(1;0)$. C. điểm $B(0;1)$. D. điểm $C(1;1)$.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về đồ thị hàm số $y = ax (a \neq 0)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax (a \neq 0)$ là một đường thẳng luôn đi qua **gốc toạ độ** $O(0;0)$.

Đáp án A

Câu 6: Hệ số góc của đường thẳng $y = x - 2$ là:

- A. -2. B. 2. C. -1. D. 1.

Phương pháp

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có hệ số góc là a .

Lời giải

Hệ số góc của đường thẳng $y = x - 2$ là $a = 1$.

Đáp án D

Câu 7: Một hộp có 30 quả bóng được đánh số từ 1 đến 30, đồng thời các quả bóng từ 1 đến 10 được sơn màu cam và các quả bóng còn lại được sơn màu xanh. Các quả bóng có kích cỡ và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Quả bóng được lấy ra được sơn màu cam” là

- A. 10. B. 20. C. 15. D. 30.

Phương pháp

Xác định các số thoả mãn quả bóng được sơn màu cam.

Lời giải

Số kết quả thuận lợi của biến cố “Quả bóng được lấy ra có màu cam” là 10, đó là các quả bóng từ 1 đến 10.

Đáp án A

Câu 8: Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số thứ tự 4 đến 13. An lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Xác suất để chọn ra thẻ ghi số chẵn là

- A. 0,2. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,5.

Phương pháp

Xác định các thẻ ghi số chẵn, ta được số các kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với tổng số kết quả có thể (tổng số thẻ).

Lời giải

Các kết quả thuận lợi cho biến cố “lấy được thẻ ghi số chẵn” là: 4; 6; 8; 10; 12.

Do đó có 5 kết quả thuận lợi.

Có 10 kết quả có thể khi lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp.

Xác suất để chọn được thẻ ghi số chẵn là: $\frac{5}{10} = 0,5$.

Đáp án D

Câu 9: Cho $\triangle MNP$ và $\triangle DEF$ có $M = D$. Điều kiện để $\triangle MNP \sim \triangle DEF$ theo trường hợp góc – góc là

- A. $N = F$. B. $P = F$. C. $M = E$. D. $P = E$.

Phương pháp

Hai tam giác đồng dạng với nhau theo trường hợp góc – góc nếu chúng có hai cặp góc bằng nhau.

Lời giải

Đề $\triangle MNP \sim \triangle DEF (g.g)$ có $M = D$ thì ta cần thêm $P = F$ hoặc $N = E$ nên ta chọn B.

Đáp án B

Câu 10: Cho $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $k=1$ thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng là

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 3.

Phương pháp

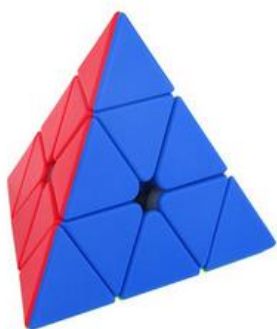
Nếu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$.

Lời giải

Đề $\triangle MNP \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $k=1$ thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k' = \frac{1}{k} = \frac{1}{1} = 1$.

Đáp án C

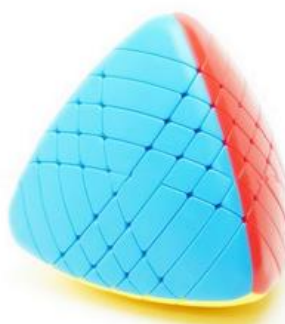
Câu 11: Cho các hình dưới đây.



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hình có dạng hình chóp tam giác đều là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Phương pháp

Hình chóp tam giác đều là hình có 3 mặt bên và 1 mặt đáy đều là các tam giác đều.

Lời giải

Hình có dạng hình chóp tam giác đều là Hình 1.

Đáp án A

Câu 12: Thể tích của hình chóp là

- A. tích nửa chu vi đáy và đường cao của hình chóp.
B. tích nửa chu vi đáy và trung đoạn.
C. một phần ba tích diện tích đáy và chiều cao.
D. một phần ba tích diện tích đáy và trung đoạn.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về thể tích của hình chóp.

Lời giải

Thể tích của hình chóp là một phần ba tích diện tích đáy và chiều cao.

Đáp án C

Phần II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Sai	b) Sai
c) Sai	c) Đúng
d) Đúng	d) Sai

Câu 1: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + 1$, $(d_2): y = x + 1$.

- a) Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau.
- b) Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cùng đi qua điểm $A(1; 0)$.
- c) Đường thẳng $(d_3): y = 2x - 1$ đi qua $E(-1; 0)$ và song song với (d_1) .
- d) Đường thẳng $(d_4): y = 3x + 1$ đồng quy với (d_1) , (d_2) và có hệ số góc là 3.

Phương pháp

a) Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) cắt nhau nếu $a \neq a'$.

b) **Cách 1.** Vì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau nên điểm duy nhất mà hai đường thẳng cùng đi qua là giao điểm của hai đường thẳng đó.

Xét phương trình hoành độ giao điểm hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) để tìm

hoành độ giao điểm: $ax + b = a'x + b'$.

Từ đó tính tung độ giao điểm.

Cách 2. Thay tọa độ điểm $A(1; 0)$ vào (d_1) và (d_2) để xem $A(1; 0)$ có thuộc hai đường thẳng hay không.

c) Gọi đường thẳng (d_3) có dạng $(d_3): y = ax + b$.

Vì $(d_3) // (d_1)$ nên ta tìm được hệ số a (hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song khi $a = a', b \neq b'$).

Vì (d_3) đi qua $E(-1;0)$ nên ta thay $E(-1;0)$ vào (d_3) để tìm b .

d) Gọi đường thẳng (d_4) có dạng $y = ax + b$.

Vì đường thẳng (d_4) có hệ số góc là 3 ta tìm được a .

Mà đường thẳng (d_4) đồng quy với $(d_1), (d_2)$ nên đường thẳng (d_4) cũng đi qua giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

Do đó thay tọa độ giao điểm vào đường thẳng (d_4) để tìm b .

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $2 \neq 1$ nên hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau.

b) Sai

Cách 1. Vì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau nên điểm duy nhất mà hai đường thẳng cùng đi qua là giao điểm của hai đường thẳng đó.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) , ta có:

$$2x + 1 = x + 1$$

$$2x - x = 1 - 1$$

$$x = 0$$

Khi đó $y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ nên giao điểm của hai đường thẳng là điểm $A'(0;1) \neq A(1;0)$.

Do đó khẳng định b sai.

Cách 2. Thay tọa độ điểm $A(1;0)$ vào (d_1) và (d_2) .

* Thay tọa độ điểm $A(1;0)$ vào $(d_1): y = 2x + 1$:

Với $x = 1$ thì $y = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \neq 0$ nên điểm $A(1;0)$ không thuộc đường thẳng $(d_1): y = 2x + 1$.

* Thay tọa độ điểm $A(1;0)$ vào $(d_2): y = x + 1$:

Với $x = 1$ thì $y = 1 + 1 = 2 \neq 0$ nên điểm $A(1;0)$ không thuộc đường thẳng $(d_2): y = x + 1$.

Do đó hai đường thẳng (d_1) và (d_2) **không** đi qua điểm $A(1;0)$.

c) Sai

Gọi đường thẳng (d_3) có dạng $(d_3): y = ax + b$.

Vì $(d_3) // (d_1)$ nên $a = 2, b \neq 1$. Do đó ta có $(d_3): y = 2x + b$.

Thay $E(-1;0)$ vào (d_3) , ta được:

$$2.(-1) + b = 0$$

$$-2 + b = 0$$

$$b = 0 - (-2)$$

$$b = 2(TM)$$

Vậy đường thẳng $(d_3): y = 2x + 2$.

d) Đúng

Gọi đường thẳng (d_4) có dạng $y = ax + b$.

Vì đường thẳng (d_4) có hệ số góc là 3 nên ta có: $(d_4): y = 3x + b$.

Mà đường thẳng (d_4) đồng quy với (d_1) , (d_2) nên đường thẳng (d_4) cũng đi qua giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

Do đó $A'(0;1)$ thuộc đường thẳng (d_4) . Thay $A'(0;1)$ vào (d_4) , ta được:

$$3.0 + b = 1$$

$$b = 1$$

Vậy đường thẳng $(d_4): y = 3x + 1$.

Đáp án: ĐSSĐ

Câu 2: Bạn An gieo một con xúc xắc nhiều lần và thống kê kết quả các lần gieo vào bảng sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	10	8	6	12	4	10

a) Bạn An đã gieo xúc xắc 50 lần.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Xuất hiện mặt 4 chấm” là 4.

c) Xác suất của biến cố “Xuất hiện mặt có số chấm chẵn” là 0,6.

d) Xác suất của biến cố xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 3” là $\frac{14}{25}$.

Phương pháp

a) Dựa vào bảng thống kê số lần để tính tổng số lần gieo.

b) Quan sát bảng xác định số lần xuất hiện mặt 4 chấm.

c) Xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

d) Xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố (số chấm không nhỏ hơn 3 ta tính các kết quả số chấm 3, 4, 5, 6).

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

a) Đúng

Bạn An đã gieo tổng số lần là:

$$10 + 8 + 6 + 12 + 4 + 10 = 50 \text{ (lần)}$$

b) Sai

Quan sát bảng, ta thấy số kết quả thuận lợi cho biến cố “Xuất hiện mặt 4 chấm” là 12.

c) Đúng

Kết quả thuận lợi cho biến cố “Xuất hiện mặt có số chấm chẵn” là:

$$12 + 8 + 10 = 30.$$

Xác suất của biến cố “Xuất hiện số mặt có 30 số chấm chẵn” là: $\frac{30}{50} = 0,6$.

d) Sai

Kết quả thuận lợi của biến cố “Xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 3” là:

$$6 + 12 + 4 + 10 = 32$$

Do đó xác suất của biến cố đó là: $\frac{36}{50} = \frac{16}{25}$.

Đáp án: ĐSĐS

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4
Chọn	-3	0,5	5	520

Câu 1. Cho đường thẳng $(d): y = -2x + 3$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-m; -3)$.

Phương pháp

Thay toạ độ điểm $A(-m; -3)$ vào $(d): y = -2x + 3$ để tìm m .

Lời giải

Thay toạ độ điểm $A(-m; -3)$ vào $(d): y = -2x + 3$, ta được:

$$-2(-m) + 3 = -3$$

$$2m = -3 - 3$$

$$2m = -6$$

$$m = (-6) : 2$$

$$m = -3$$

Đáp án: -3

Câu 2. Bạn An vào cửa hàng Lotteria và dự định mua một suất gà rán. Khi đọc menu, bạn An thấy cửa hàng đang có các món như sau: combo gà rán (ưu đãi) có giá 97 000 đồng, combo gà viên (ưu đãi) có giá 84 000 đồng, gà rán – 1 miếng có giá 35 000 đồng, gà rán – 2 miếng có giá 68 000 đồng, gà rán – 3 miếng có giá 101 000 đồng, cánh gà chiên – 3 miếng có giá 48 000 nghìn đồng. Bạn An cảm thấy món nào cũng ngon và dự định sẽ nhắm mắt chỉ tay chọn ngẫu nhiên một món. Tính xác suất “Món gà được bạn An chọn có giá dưới 70 000 đồng”. (Kết quả ghi dưới dạng số thập phân)

Phương pháp

Xác định tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với món gà mà bạn An chọn, từ đó suy ra số kết quả có thể xảy ra.

Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố “Món gà được bạn An chọn có giá dưới 70 000 đồng”, suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với món gà mà bạn An chọn là:

$A = \{\text{combo gà rán; combo gà viên; gà rán - 1 miếng; gà rán - 2 miếng; gà rán - 3 miếng; cánh gà chiên - 3 miếng}\}.$

Vậy có 6 kết quả có thể xảy ra.

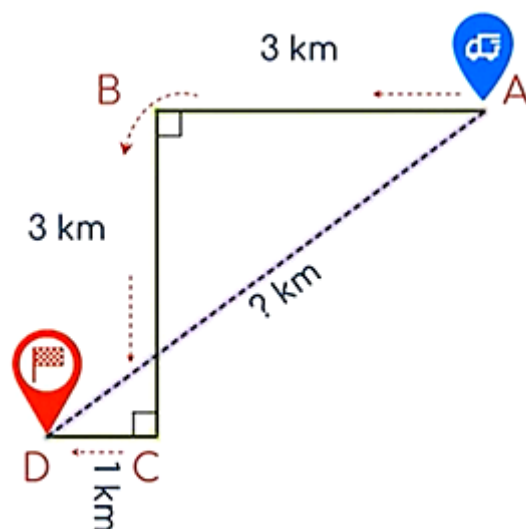
Kết quả thuận lợi cho biến cố “Món gà được bạn An chọn có giá dưới 70 000 đồng” là: gà rán – miếng giá 35 000 đồng; gà rán – 2 miếng giá 68 000 và cánh gà chiên – 3 miếng giá 48 000 đồng.

Do đó, có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Vậy xác suất của biến cố “Món gà được bạn An chọn có giá dưới 70 000 đồng” là: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5.$

Đáp án: 0,5

Câu 3. Để đón một người khách, xe taxi xuất phát từ vị trí điểm A, chạy dọc một con phố dài 3 km đến điểm B thì rẽ vuông góc sang trái, chạy 3 km đến điểm C thì tài xế cho xe rẽ vuông góc sang phải, chạy 1 km nữa thì gặp vị khách tại điểm D (như hình vẽ).



Hỏi lúc đầu khoảng cách từ chỗ người lái xe đến người khách là bao nhiêu kilômét?

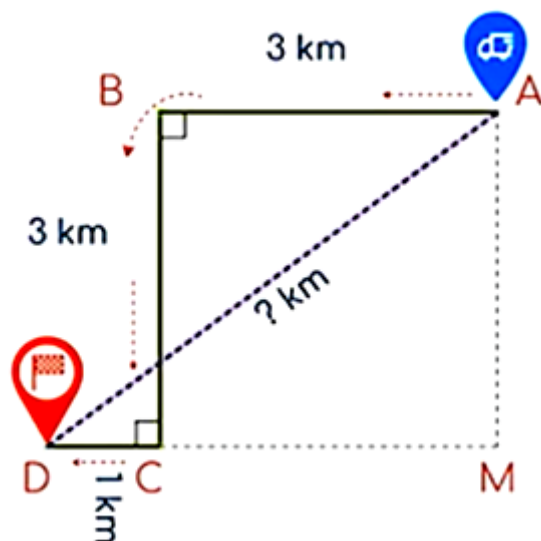
Phương pháp

Gọi điểm M sao cho ABCM là hình vuông.

Khi đó ta tính độ dài đoạn thẳng DM.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác $\triangle AMD$ để tính AD là khoảng cách từ chỗ người lái xe đến người khách.

Lời giải



Gọi điểm M sao cho ABCM là hình vuông.

Ta có: $DM = DC + CM = DC + BA = 1 + 3 = 4$ (km)

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác $\triangle AMD$, ta có:

$$AD^2 = DM^2 + AM^2$$

$$AD^2 = 4^2 + 3^2$$

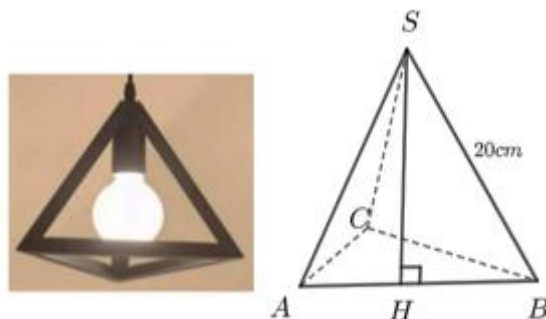
$$AD^2 = 25$$

nên $AD = 5$ (km)

Vậy khoảng cách lúc đầu từ chỗ người lái xe đến người khách là 5 km.

Đáp án: 5

Câu 4. Nhà bạn An có một đèn trang trí có dạng hình chóp tam giác đều như hình vẽ bên. Các cạnh của hình chóp đều bằng nhau và bằng 20 cm. Bạn An dự định sẽ dán các mặt bên của đèn bằng những tấm giấy màu.



Tính diện tích giấy màu mà bạn An sử dụng (đơn vị: cm^2 , coi như mép dán không đáng kể). Cho biết

$$\sqrt{300} = 17,32. \text{ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)}$$

Phương pháp

Các mặt bên và mặt đáy của hình chóp S.ABC là những tam giác đều cạnh 20 cm.

Chứng minh SH là đường trung tuyến của tam giác SAB suy ra độ dài đoạn AH.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác đều SHB vuông tại H để tính SH.

Tính nửa chu vi đáy.

Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều S.ABC: $S_{xq} = P.d$.

Lời giải

Các mặt bên và mặt đáy của hình chóp S.ABC là những tam giác đều cạnh 20 cm.

Xét tam giác đều SAB có đường cao SH đồng thời là đường trung tuyến, ta có:

$$AH = BH = \frac{AB}{2} = 10 \text{ (cm)}$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác đều SHB vuông tại H, ta có:

$$SB^2 = SH^2 + BH^2$$

$$20^2 = SH^2 + 10^2$$

$$\text{Do đó: } SH^2 = 20^2 - 10^2 = 400 - 100 = 300$$

$$\text{Suy ra } SH = \sqrt{300} = 17,32 \text{ (cm)}$$

Nửa chu vi đáy là:

$$P = \frac{1}{2}(20 + 20 + 20) = 30 \text{ (cm)}$$

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều S.ABC là:

$$S_{xq} = P.d = P.SH = 30.17,32 = 519,6 \approx 520 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp án: 520

Phần IV

Câu 1. (1 điểm) Có hai loại dung dịch muối I và II. Người ta hoà 200 gam dung dịch muối I với 300 gam dung dịch muối II thì được một dung dịch có nồng độ muối là 33%. Tính nồng độ muối trong dung dịch I và II, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.

Phương pháp

Gọi nồng độ muối trong dung dịch I là $x(\%)$ với $x > 20$.

Biểu diễn lượng muối có trong dung dịch I, nồng độ muối trong dung dịch II, lượng muối trong dung dịch II, khối lượng muối trong dung dịch sau khi trộn hai dung dịch theo x .

Tính khối lượng dung dịch muối sau khi trộn hai dung dịch, từ đó lập phương trình biểu diễn nồng độ muối sai khi trộn hai dung dịch I và II.

Giải phương trình và kiểm tra điều kiện.

Từ đó tính nồng độ muối trong dung dịch II.

Lời giải

Gọi nồng độ muối trong dung dịch I là $x(\%)$ với $x > 20$.

Khi đó lượng muối có trong dung dịch I là:

$$200 \cdot \frac{x}{100} = 2x(g).$$

Do nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20% nên nồng độ muối trong dung dịch II là: $x - 20(\%)$

$$\text{Khi đó lượng muối trong dung dịch II là: } 300 \cdot \frac{x-20}{100} = 3(x-20)(g)$$

$$\text{Khối lượng muối trong dung dịch sau khi trộn hai dung dịch là: } 2x + 3(x-20)(g)$$

$$\text{Khối lượng dung dịch muối sau khi trộn hai dung dịch là: } 200 + 300 = 500(g)$$

Do sau khi trộn hai dung dịch I và II thì được một dung dịch có nồng độ muối là 33% nên ta có phương trình:

$$\frac{2x + 3(x-20)}{500} \cdot 100\% = 33\%$$

Giải phương trình, ta được:

$$\frac{2x + 3(x-20)}{500} \cdot 100\% = 33\%.$$

$$\frac{2x + 3(x-20)}{5} = 33$$

$$2x + 3x - 60 = 33.5$$

$$5x - 60 = 165$$

$$5x = 165 + 60$$

$$5x = 225$$

$$x = 225 : 5$$

$$x = 45(TM)$$

Suy ra nồng độ muối trong dung dịch II là: $45 - 20 = 25(\%)$.

Vậy nồng độ muối của dung dịch I và II lần lượt là 45% và 25%.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) vuông tại A có đường cao AH.

a) Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle HAC$.

b) Lấy điểm I thuộc đoạn AH (I không trùng với A, H). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CI tại K.

Chứng minh rằng $CH.CB = CI.CK$.

c) Tia BK cắt tia HA tại điểm D. Chứng minh $CH.CB + DK.DB = CD^2$.

Phương pháp

a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HAC$ có:

$$\angle BAC = \angle AHC = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$\angle ACB$ chung

nên $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (g.g)

b) Chứng minh $\triangle CHI \sim \triangle CKB$ (g.g) suy ra $CH \cdot CB = CI \cdot CK$

c) Chứng minh I là trực tâm của $\triangle BDC$, suy ra $BI \perp DC$.

Gọi M là giao điểm của BI và DC , khi đó $BM \perp CD$ nên $\angle BMC = 90^\circ$

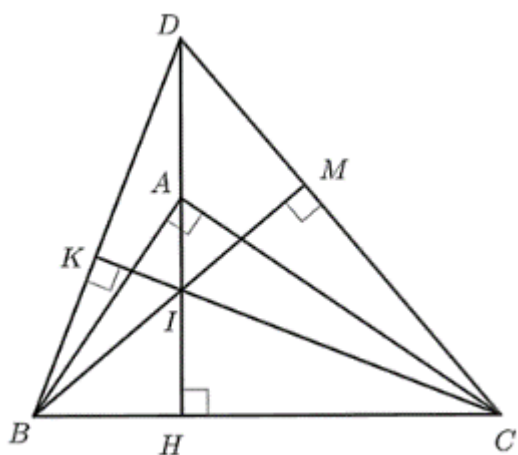
Chứng minh $\triangle CMI \sim \triangle CKD$ (g.g) suy ra $CD \cdot CM = CI \cdot CK$

Kết hợp với phần b) ta được $CH \cdot CB = CD \cdot CM (= CI \cdot CK)$ (1)

Chứng minh $\triangle MDB \sim \triangle KDC$ (g.g) suy ra $DK \cdot DB = DM \cdot DC$ (2)

Cộng (1) và (2) để được điều phải chứng minh.

Lời giải



a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HAC$ có:

$$\angle BAC = \angle AHC = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$\angle ACB$ chung

nên $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (g.g)

b) Xét $\triangle CHI$ và $\triangle CKB$ có:

$$\angle CHI = \angle CKB = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$\angle HCI$ chung

nên $\triangle CHI \sim \triangle CKB$ (g.g)

$$\text{suy ra } \frac{CH}{CK} = \frac{CI}{CB}$$

$$\text{do đó } CH \cdot CB = CI \cdot CK$$

c) Vì $DH \perp BC$ (do $HA \perp BC$, D thuộc tia HA) nên DH là đường cao của $\triangle BDC$.

Vì $CK \perp BD$ (do $CI \perp BK$) nên CK là đường cao của $\triangle BDC$.

Mà DH cắt CK tại I nên I là trực tâm của $\triangle BDC$, suy ra $BI \perp DC$.

Gọi M là giao điểm của BI và DC , khi đó $BM \perp CD$ nên $\angle BMC = 90^\circ$

Xét $\triangle CMI$ và $\triangle CKD$, ta có:

$$\angle CMI = \angle CKD = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$\angle DCK$ chung

nên $\triangle CMI \sim \triangle CKD$ (g.g)

$$\text{suy ra } \frac{CM}{CK} = \frac{CI}{CD}, \text{ do đó } CD \cdot CM = CI \cdot CK$$

Mà từ phần b) ta có: $CH \cdot CB = CI \cdot CK$

$$\text{Suy ra } CH \cdot CB = CD \cdot CM (= CI \cdot CK) \text{ (1)}$$

Xét $\triangle MDB$ và $\triangle KDC$, ta có:

$$\angle DMB = \angle DKC = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

BDC chung

nên $\triangle MDB \sim \triangle KDC$ (g.g)

suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{DM}{DK}$, do đó $DK \cdot DB = DM \cdot DC$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$$CH \cdot CB + DK \cdot DB = CD \cdot CM + DM \cdot DC = DC \cdot (MD + MC) = DC^2$$

Câu 3. (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{1^2}{2^2-1} \cdot \frac{3^2}{4^2-1} \cdot \frac{5^2}{6^2-1} \cdots \frac{n^2}{(n+1)^2-1}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hiệu hai bình phương để biến đổi các mẫu thức, từ đó rút gọn biểu thức.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \frac{1^2}{2^2-1} \cdot \frac{3^2}{4^2-1} \cdot \frac{5^2}{6^2-1} \cdots \frac{n^2}{(n+1)^2-1}$$

$$A = \frac{1^2}{(2-1)(2+1)} \cdot \frac{3^2}{(4-1)(4+1)} \cdot \frac{5^2}{(6-1)(6+1)} \cdots \frac{n^2}{(n+1-1)(n+1+1)}$$

$$A = \frac{1^2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3^2}{3 \cdot 5} \cdot \frac{5^2}{5 \cdot 7} \cdots \frac{n^2}{n(n+2)}$$

$$A = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdots \frac{n}{n+2}$$

$$A = \frac{1}{n+2}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{n+2}.$$