

ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 9

MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm): Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
b) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị (P) sao cho A có hoành độ hơn tung độ một đơn vị.

Câu 2 (1 điểm): Cho phương trình bậc hai $x^2 + 6x - 3 = 0$

- a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
b) Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 3x_2}{x_2}$.

Câu 3 (1,5 điểm): Bảng sau cho biết số chuyến bay bị chậm do tàu bay về muộn trong tháng 02/2025 của sáu hãng hàng không Việt Nam (Nguồn: Cục Hàng không Việt Nam).

Hãng hàng không	Vietnam Airlines (VN)	VietJet Air (VJ)	Pacific Airlines (BL)	VASCO (0V)	Bamboo Airway (QH)	Vietravel (VU)
Số chuyến bay	1403	2418	59	85	192	110

- a) Tính tỉ số phần trăm số chuyến bay bị chậm chuyển do tàu bay về muộn của Vietnam Airlines so với tổng số chuyến bay bị chậm do tàu bay về muộn của cả sáu hãng hàng không trên.
b) Chọn ngẫu nhiên một chuyến bay bị chậm chuyển do tàu bay về muộn trong tháng 02/2025. Tính xác suất để chuyến bay không thuộc Vietnam Airlines hoặc VietJet Air?

Câu 4 (1 điểm): Chợ Dân Sinh chuẩn bị được đưa vào hoạt động. Nếu mỗi gian hàng của chợ này cho thuê với mức giá 31 triệu đồng/năm (đã bao gồm phí duy trì) thì sẽ có 60 gian hàng được thuê. Theo khảo sát và nghiên cứu, nếu chợ Dân Sinh giảm giá thuê và ước tính cứ mỗi lần giảm giá thuê 1 triệu đồng/năm thì số lượng gian hàng được thuê sẽ tăng thêm 20 gian hàng. Gọi x (triệu đồng) là giá cho thuê mới.

- a) Viết biểu thức $P(x)$ biểu diễn theo x doanh thu của chợ Dân Sinh.
b) Phí duy trì một gian hàng của chợ dân sinh là 27 triệu đồng/năm. Hỏi giá cho thuê mới của chợ Dân Sinh là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của chợ là 245 triệu đồng?

Biết lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi phí duy trì gian hàng.

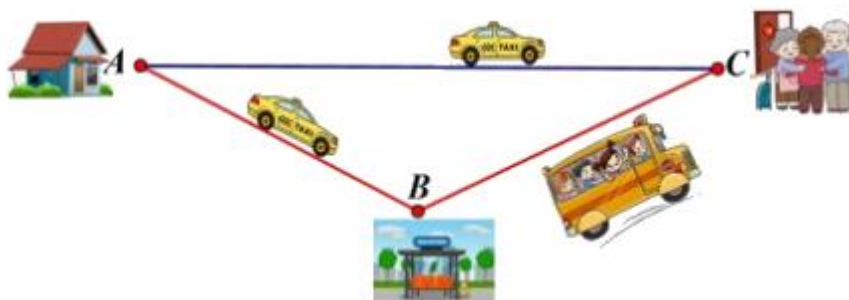
Câu 5 (1 điểm): Một chiếc cốc đang chứa nước. Khối nước trong cốc có một dạng hình trụ, bán kính đáy bằng 6cm. Bạn Nam lấy một viên bi thủy tinh hình cầu thả vào trong cốc và quan sát thấy viên bi bị ngập trong nước đồng thời nước không bị tràn khỏi cốc (như hình minh họa). Bạn Nam đo được mực nước trong cốc dâng lên một khoảng bằng 1cm.



- a) Tính thể tích của phần nước đã dâng lên trong cốc.
b) Tính bán kính R của viên bi mà bạn Nam đã thả vào cốc.

Câu 6 (1 điểm): Một người đi taxi sẽ phải trả chi phí gồm: phí lúc mở cửa và cứ mỗi km di chuyển sẽ trả một số tiền cố định. Nhà ông bà ngoại của Nam cách nhà Nam 32 km. Biết rằng một chuyến đi 10km thì phải trả 109 000 đồng và một chuyến đi 6km thì phải trả 69 000 đồng.

- a) Nam muốn về thăm ông bà ngoại bằng cách đi xe taxi từ nhà. Hỏi Nam phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến đi.
b) Để giảm chi phí, Nam tính toán cách di chuyển thứ hai đến nhà ông bà ngoại như sau: Nam đi taxi đến trạm xe buýt, rồi sau đó đi xe buýt theo tuyến đường đến nhà ông bà ngoại. Biết giá vé xe buýt là 50000 đồng. Hỏi trạm xe buýt cách nhà Nam bao xa thì với cách di chuyển thứ hai sẽ ít tốn chi phí hơn?



Câu 7 (3 điểm): Cho tam giác ABC nhọn (với $AB < AC$) nội tiếp $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC và OI vuông góc BC.
b) Kẻ đường kính AM của (O) . Chứng minh: $AB \cdot AC = AD \cdot AM$ và ba điểm H, I, M thẳng hàng.
c) Biết $AH = R = 10\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng BC và EF.

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm): Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
b) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị (P) sao cho A có hoành độ hơn tung độ một đơn vị.

Phương pháp

- a) Lập bảng giá trị, vẽ đồ thị hàm số trên hệ trục tọa độ.
b) Vì điểm A thuộc đồ thị (P) và A có hoành độ hơn tung độ một đơn vị nên ta biểu diễn được tung độ y của A theo hoành độ x , từ đó giải tìm x .

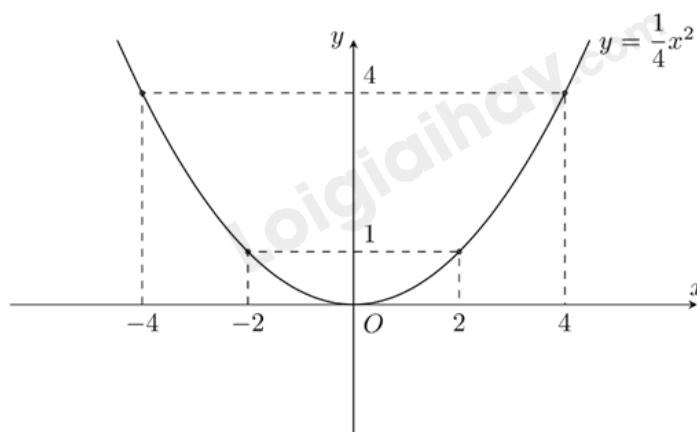
Lời giải

a) Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{4}x^2$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $(0;0); (-2;1); (-1;\frac{1}{4}); (1;\frac{1}{4}); (2;1)$.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ như sau:



b) Vì điểm A thuộc đồ thị (P) nên ta có $A\left(x; \frac{1}{4}x^2\right)$.

Mà A có hoành độ hơn tung độ một đơn vị nên $A(x; x-1)$.

$$\text{Do đó } x-1 = \frac{1}{4}x^2$$

$$\text{suy ra } \frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\text{Với } x = 2 \text{ thì } y = 2-1 = 1.$$

$$\text{Vậy } A(2;1).$$

Câu 2 (1 điểm): Cho phương trình bậc hai $x^2 + 6x - 3 = 0$

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

b) Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 3x_2}{x_2}$.

Phương pháp

a) Sử dụng $ac < 0$ để chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng định lí Viète và biến đổi A để xuất hiện tổng và tích của hai nghiệm.

Định lí Viète: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Lời giải

a) Phương trình $x^2 + 6x - 3 = 0$ có $a.c = 1.(-3) = -3 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 3x_2}{x_2}$

Áp dụng Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-6}{1} = -6$; $x_1 x_2 = \frac{-3}{1} = -3$.

Ta có: $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 3x_2}{x_2}$

$A = \frac{x_2(5x_1 - x_2)}{x_1 x_2} - \frac{x_1(x_1 - 3x_2)}{x_1 x_2}$

$A = \frac{5x_1 x_2 - x_2^2 - x_1^2 + 3x_1 x_2}{x_1 x_2}$

$A = \frac{-(x_1^2 + x_2^2) + 8x_1 x_2}{x_1 x_2}$

$A = \frac{-(x_1 + x_2)^2 + 10x_1 x_2}{x_1 x_2}$

$A = \frac{-(-6)^2 + 10.(-3)}{-3} = 22$

Vậy $A = 22$.

Câu 3 (1,5 điểm): Bảng sau cho biết số chuyến bay bị chậm do tàu bay về muộn trong tháng 02/2025 của sáu hãng hàng không Việt Nam (Nguồn: Cục Hàng không Việt Nam).

Hãng hàng không	Vietnam Airlines (VN)	VietJet Air (VJ)	Pacific Airlines (BL)	VASCO (OV)	Bamboo Airway (QH)	Vietravel (VU)
Số chuyến bay	1403	2418	59	85	192	110

a) Tính tỉ số phần trăm số chuyến bay bị chậm chuyến do tàu bay về muộn của Vietnam Airlines so với tổng số chuyến bay bị chậm do tàu bay về muộn của cả sáu hãng hàng không trên.

b) Chọn ngẫu nhiên một chuyến bay bị chậm chuyến do tàu bay về muộn trong tháng 02/2025. Tính xác suất để chuyến bay không thuộc Vietnam Airlines hoặc VietJet Air?

Phương pháp

a) Tính tổng số chuyến bay.

Từ đó tính tỉ số phần trăm giữa số chuyến bay của Vietnam Airlines so với tổng số chuyến bay.

b) Tính tổng số chuyến bay của Pacific Airlines (BL); VASCO (OV); Bamboo Airway (QH); Vietravel (VU) = tổng số chuyến bay - Vietnam Airlines (VN) - VietJet Air (VJ)
 Xác suất = tổng số chuyến bay của Pacific Airlines (BL); VASCO (OV); Bamboo Airway (QH); Vietravel (VU) : tổng số chuyến bay.

Lời giải

a) Tổng số chuyến bay của sáu hãng hàng không là:

$$1403 + 2418 + 59 + 85 + 192 + 110 = 4267 \text{ (chuyến)}$$

Tỉ số phần trăm số chuyến bay bị chậm chuyển do tàu bay về muộn của Vietnam Airlines so với tổng số chuyến bay bị chậm do tàu bay về muộn của cả sáu hãng hàng không trên là:

$$\frac{1403.100}{4267} \% \approx 32,88\%.$$

b) Số chuyến bay không thuộc Vietnam Airlines hoặc VietJet Air là:

$$4267 - 1403 - 2418 = 446 \text{ (chuyến)}$$

Xác suất để chuyến bay không thuộc Vietnam Airlines hoặc VietJet Air là:

$$\frac{446}{4267} \approx 0,1.$$

Câu 4 (1 điểm): Chợ Dân Sinh chuẩn bị được đưa vào hoạt động. Nếu mỗi gian hàng của chợ này cho thuê với mức giá 31 triệu đồng/năm (đã bao gồm phí duy trì) thì sẽ có 60 gian hàng được thuê. Theo khảo sát và nghiên cứu, nếu chợ Dân Sinh giảm giá thuê và ước tính cứ mỗi lần giảm giá thuê 1 triệu đồng/năm thì số lượng gian hàng được thuê sẽ tăng thêm 20 gian hàng. Gọi x (triệu đồng) là giá cho thuê mới.

a) Viết biểu thức $P(x)$ biểu diễn theo x doanh thu của chợ Dân Sinh.

b) Phí duy trì một gian hàng của chợ dân sinh là 27 triệu đồng/năm. Hỏi giá cho thuê mới của chợ Dân Sinh là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của chợ là 245 triệu đồng?

Biết lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi phí duy trì gian hàng.

Phương pháp

a) Từ giá cho thuê mới, tính số lần giảm giá.

Khi đó biểu diễn số gian hàng được thuê sau khi giảm giá.

Biểu thức biểu diễn doanh thu = giá cho thuê . số gian hàng.

b) Tính phí duy trì của số gian hàng được thuê.

Tính lợi nhuận = doanh thu – phí duy trì.

Từ đó lập được phương trình bậc hai ẩn x .

Giải phương trình để tìm x . Kiểm tra điều kiện và kết luận.

Lời giải

a) Với x (triệu đồng) là giá cho thuê mới thì số lần giảm giá là: $31 - x$ (lần)

Khi giảm $31 - x$ lần thì số gian hàng tăng lên $20(31 - x)$ (gian hàng)

Khi đó số gian hàng được thuê là: $60 + 20(31 - x) = 680 - 20x$ (gian hàng)

Biểu thức $P(x)$ biểu diễn theo x doanh thu của chợ Dân Sinh là: $P(x) = x(680 - 20x) = -20x^2 + 680x$.

b) Vì phí duy trì mỗi gian hàng là 27 (triệu đồng) nên phí duy trì của $680 - 20x$ gian hàng là:

$$27.(680 - 20x) = 18360 - 540x \text{ (triệu đồng)}$$

Khi đó lợi nhuận thu được là: $(-20x^2 + 680x) - (18360 - 540x) = -20x^2 + 1220x - 18360$

Vì lợi nhuận thu được là 245 triệu nên ta có phương trình:

$$-20x^2 + 1220x - 18360 = 245 \text{ hay } -20x^2 + 1220x - 18605 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 30,5$ (TM)

Vậy giá cho thuê mới của chợ Dân Sinh là 30,5 triệu đồng (30 triệu 500 nghìn đồng).

Câu 5 (1 điểm): Một chiếc cốc đang chứa nước. Khối nước trong cốc có một dạng hình trụ, bán kính đáy bằng 6cm. Bạn Nam lấy một viên bi thủy tinh hình cầu thả vào trong cốc và quan sát thấy viên bi bị ngập trong nước đồng thời nước không bị tràn khỏi cốc (như hình minh họa). Bạn Nam đo được mực nước trong cốc dâng lên một khoảng bằng 1cm.



- Tính thể tích của phần nước đã dâng lên trong cốc.
- Tính bán kính R của viên bi mà bạn Nam đã thả vào cốc.

Phương pháp

- Dựa vào công thức tính thể tích hình trụ để tính thể tích phần nước dâng lên: $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h$ (r là bán kính đáy, h là chiều cao).
- Vì thể tích phần nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên áp dụng công thức tính thể tích hình cầu để tìm bán kính hình của viên bi: $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \pi R^3$ (R là bán kính)

Lời giải

- Vì mực nước trong cốc dâng lên một khoảng bằng 1cm và bán kính phần nước dâng lên chính là bán kính đáy của cốc nên thể tích của phần nước đã dâng lên trong cốc là:

$$\pi \cdot 6^2 \cdot 1 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy thể tích của phần nước đã dâng lên trong cốc là $36\pi \text{ cm}^2$.

- Vì thể tích phần nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên ta có:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 36\pi$$

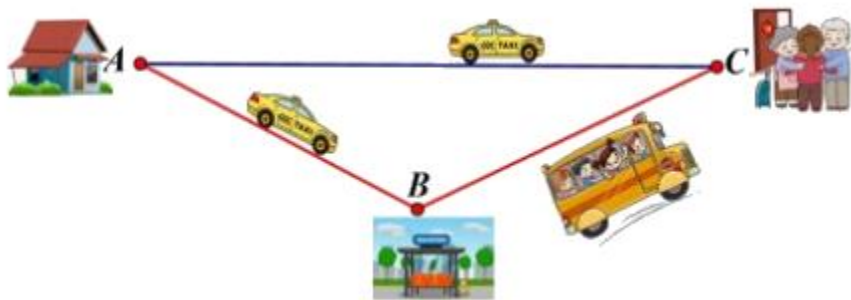
$$\text{suy ra } R^3 = \frac{36\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 27$$

Do đó $R = 3$

Vậy bán kính R của viên bi là 3cm.

Câu 6 (1 điểm): Một người đi taxi sẽ phải trả chi phí gồm: phí lúc mở cửa và cứ mỗi km di chuyển sẽ trả một số tiền cố định. Nhà ông bà ngoại của Nam cách nhà Nam 32 km. Biết rằng một chuyến đi 10km thì phải trả 109 000 đồng và một chuyến đi 6km thì phải trả 69 000 đồng.

- Nam muốn về thăm ông bà ngoại bằng cách đi xe taxi từ nhà. Hỏi Nam phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến đi.
- Để giảm chi phí, Nam tính toán cách di chuyển thứ hai đến nhà ông bà ngoại như sau: Nam đi taxi đến trạm xe buýt, rồi sau đó đi xe buýt theo tuyến đường đến nhà ông bà ngoại. Biết giá vé xe buýt là 50000 đồng. Hỏi trạm xe buýt cách nhà Nam bao xa thì với cách di chuyển thứ hai sẽ ít tốn chi phí hơn?



Phương pháp

a) Gọi x (nghìn đồng) là phí mở cửa ($x > 0$)

Gọi y (nghìn đồng) là số tiền trả 1km di chuyển ($y > 0$)

Biết rằng một chuyến đi 10km thì phải trả 109 000 đồng và một chuyến đi 6km thì phải trả 69 000 đồng nên ta lập được hai phương trình theo x và y . Từ đó ta có hệ phương trình.

Giải hệ phương trình để tìm x, y .

b) Gọi a (km) là khoảng cách từ nhà Nam đến trạm xe buýt, $a > 0$.

Biểu diễn số tiền Nam phải trả khi di chuyển theo cách thứ hai theo a .

Lập bất phương trình biểu diễn số tiền phải trả theo cách di chuyển thứ hai ít tốn chi phí hơn cách di chuyển thứ nhất.

Giải bất phương trình để tìm a .

Lời giải

a) Gọi x (nghìn đồng) là phí mở cửa ($x > 0$)

Gọi y (nghìn đồng) là số tiền trả 1km di chuyển ($y > 0$)

Biết một chuyến đi 10km thì phải trả 109 000 đồng nên ta có phương trình: $x + 10y = 109$ (1)

Biết một chuyến đi 6km thì phải trả 69 000 đồng nên ta có phương trình: $x + 6y = 69$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 10y = 109 \\ x + 6y = 69 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 10 \end{cases} \quad (\text{TM})$$

Vậy khi di chuyển trên quãng đường 32 km thì Nam phải trả số tiền là: $9 + 32 \cdot 10 = 329$ nghìn đồng.

b) Gọi a (km) là khoảng cách từ nhà Nam đến trạm xe buýt, $a > 0$.

Số tiền Nam phải trả khi di chuyển theo cách thứ hai là:

$$(9 + 10a) + 50 = 10a + 59 \text{ (nghìn đồng)}$$

Nếu cách di chuyển thứ hai sẽ ít tốn chi phí hơn thì ta có bất phương trình:

$$59 + 10a < 329$$

$$10a < 329 - 59$$

$$10a < 270$$

$$a < 27$$

Vậy nếu trạm xe buýt cách nhà Nam ít hơn 27km thì với cách di chuyển thứ hai sẽ ít tốn chi phí hơn.

Câu 7 (3 điểm): Cho tam giác ABC nhọn (với $AB < AC$) nội tiếp (O;R). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC và OI vuông góc BC.

b) Kẻ đường kính AM của (O). Chứng minh: $AB \cdot AC = AD \cdot AM$ và ba điểm H, I, M thẳng hàng.

c) Biết $AH = R = 10\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng BC và EF.

Phương pháp

a) **Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC**

Chứng minh $\triangle BFC$ và $\triangle BEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Suy ra B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Do đó tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Chứng minh $OI \perp BC$

Chứng minh tam giác OBC cân tại O, OI là đường trung tuyến của tam giác OBC.

Do đó OI cũng là đường cao của tam giác OBC.

Suy ra $OI \perp BC$.

b) **Chứng minh $AB \cdot AC = AD \cdot AM$**

Chứng minh $\triangle ADB \sim \triangle ACM$ (g.g)

suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AM}$, do đó $AB \cdot AC = AD \cdot AM$

Chứng minh ba điểm H, I, M thẳng hàng

Chứng minh BH // MC, BM // CH nên tứ giác BHCM là hình bình hành

Lại có I là trung điểm của BC

Nên I cũng là trung điểm của HM

Suy ra ba điểm H, I, M thẳng hàng.

c) **Tính độ dài đoạn thẳng BC**

Chứng minh OI là đường trung bình của $\triangle AHM$ và tính OI theo AH.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác OIC vuông tại I (do $OI \perp BC$) để tính BC.

Tính độ dài đoạn thẳng EF

Tính IOC theo tỉ số lượng giác.

Suy ra BOC

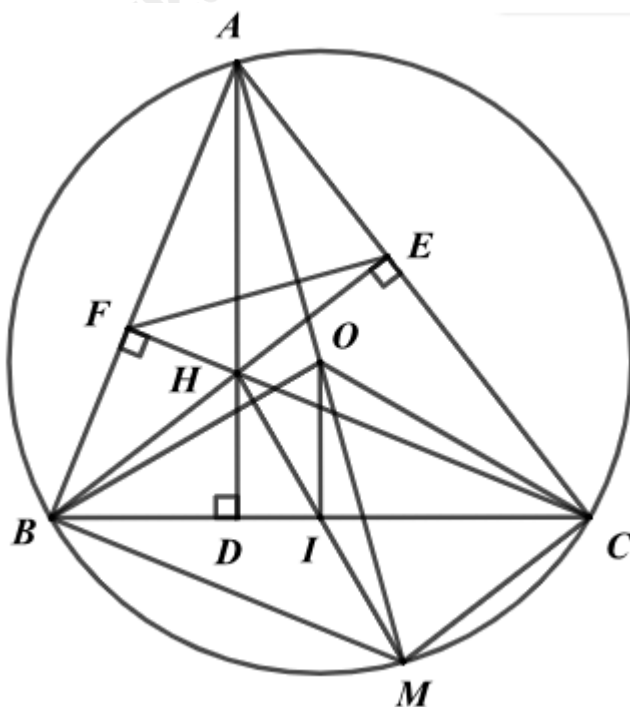
Tính BAC theo BOC (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC)

Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c)

Suy ra $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \cos BAC$

Tính EF theo BC.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC

Vì BE và CF là đường cao của tam giác ABC nên $BE \perp AC$ và $CF \perp AB$, suy ra $BFC = BEC = 90^\circ$.

Xét $\triangle BFC$ và $\triangle BEC$ lần lượt vuông tại F và E ($BFC = BEC = 90^\circ$) nên $\triangle BFC$ và $\triangle BEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Suy ra B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Do đó tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Chứng minh $OI \perp BC$

Xét tam giác OBC có $OB = OC$ nên tam giác OBC cân tại O.

Mà I là trung điểm của BC nên OI là đường trung tuyến của tam giác OBC .

Do đó OI cũng là đường cao của tam giác OBC.

Suy ra $OI \perp BC$.

b) **Chứng minh** $AB \cdot AC = AD \cdot AM$

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACM$ có:

$ADB = ACM (= 90^\circ)$ (AD là đường cao, ACM là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$ABD = AMC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)}$$

nên $\triangle ADB \sim \triangle ACM$ (g.g)

suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AM}$, do đó $AB \cdot AC = AD \cdot AM$

Chứng minh ba điểm H, I, M thẳng hàng

Vì $BE \perp AC, MC \perp AC$ (BE là đường cao, $\angle ACM = 90^\circ$) nên $BE \parallel MC$ hay $BH \parallel MC$.

Vì $CF \perp AB, MB \perp AB$ (CF là đường cao, $ABM = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)) nên $BM \parallel CF$ hay $BM \parallel CH$.

Xét tứ giác BHCM có:

BH // MC

BM // CH

Suy ra tứ giác BHCM là hình bình hành

Lại có I là trung điểm của BC

Nên I cũng là trung điểm của HM
Suy ra ba điểm H, I, M thẳng hàng.

c) Tính độ dài đoạn thẳng BC

Xét $\triangle AHM$ có O là trung điểm của AM (AM là đường kính), I là trung điểm của HM (cmt) nên OI là đường trung bình của $\triangle AHM$. Do đó $OI = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (cm)

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác OIC vuông tại I (do $OI \perp BC$), ta có:

$$OI^2 + IC^2 = OC^2, \text{ suy ra } IC = \sqrt{OC^2 - OI^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{suy ra } BC = 2 \cdot IC = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Tính độ dài đoạn thẳng EF

$$\text{Xét tam giác vuông OIC có: } \cos IOC = \frac{OI}{OC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ nên } IOC = 60^\circ$$

Suy ra $BOC = 2 \cdot IOC = 120^\circ$ (OI là đường cao đồng thời là đường phân giác của tam giác BOC)

$$\text{Ta có: } BAC = \frac{1}{2} \cdot BOC = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \text{ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC)}$$

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ACF$ có:

$$\angle AEB = \angle AFC (= 90^\circ)$$

BAC chung

nên $\triangle ABE \sim \triangle ACF$ (g.g)

$$\text{suy ra } \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \text{ hay } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có:

BAC chung

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ (cmt)}$$

nên $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c)

$$\text{Suy ra } \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \cos BAC = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó } EF = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{Vậy } BC = 10\sqrt{3} \text{ cm, } EF = 5\sqrt{3} \text{ cm.}$$