

CHUYÊN ĐỀ 1:

SỐ HỮU TỈ

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 6. Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là số âm (dương) hay số nguyên

A. Lý thuyết

* **Khái niệm:** Số hữu tỉ được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

* **Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là số âm (dương):**

- Số hữu tỉ âm là những số hữu tỉ **nhỏ hơn 0**.
- Số hữu tỉ dương là những số hữu tỉ **lớn hơn 0**.
- Số 0 không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ bằng 0 khi $a = 0$ và $b \neq 0$.

* **Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là số nguyên:**

- Muốn cho số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là một số nguyên thì b phải là ước của a .

- Nếu hệ số của ẩn trên tử số chia hết cho hệ số của ẩn dưới mẫu số, ta tách tử số thành bội của mẫu số để đưa về dạng $c + \frac{a}{b}$.

Khi đó $c + \frac{a}{b}$ là số nguyên thì c, a là số nguyên và b là phải là ước của a .

B. Bài tập

Bài 1: Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2}$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên dương

A. $a = 3 - 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

B. $a = 3 + k (k \in \mathbb{N}^*)$.

C. $a = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

D. $a = 3 + 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

Bài 2: Cho $x = \frac{a}{2a^2+1}$. Với giá trị nào của a thì x là số hữu tỉ dương?

A. $a < 0$.

B. $a > 0$.

C. $a = 0$.

D. $a \geq 0$.

Bài 3: Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-1}{-3}$. Với giá trị nào của a thì y không là số dương và cũng không là số âm.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 4.

Bài 4: Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{n+2}$. Tìm tổng của các số nguyên n sao cho x là một số nguyên

A. -4.

B. 4.

C. 0.

D. -8.

Bài 5: Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{7}$

b) $\frac{-5}{2x}$

c) $\frac{1}{x-1}$

d) $\frac{-2}{2x-4}$

Bài 6: Cho số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2025}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.b) x là số âm.

Bài 7: Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{2}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương.b) x là số âm.c) x không là số dương và cũng không là số âm.

Bài 8: Cho $x = \frac{12}{b-5}$ ($b \in \mathbb{Z}$). Với giá trị nào của b thì:

a) x là số hữu tỉ.b) $x = -1$.

Bài 9:

a) Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5}$ ($a \in \mathbb{Z}$). Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

b) Cho số hữu tỉ $x = \frac{2a-1}{2}$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

Bài 10:

a) Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{n-1}$. Tìm số nguyên n để x nhận giá trị là số nguyên.

b) Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

c) Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{a+1}$. Xác định số nguyên a để x là số nguyên dương.

Bài 11:

a) Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

b) Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

c) Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2}$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên dương

A. $a = 3 - 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

B. $a = 3 + k (k \in \mathbb{N}^*)$.

C. $a = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

D. $a = 3 + 2k (k \in \mathbb{N}^*)$.

Phương pháp

Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số nguyên dương khi a, b cùng dấu và $a:b$.

Lời giải

Để $x = \frac{a-3}{2}$ là số nguyên dương thì $(a-3) > 0$ và $(a-3):2$

Giả sử $a-3 = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$ suy ra $a = 3 + 2k (k \in \mathbb{N}^*)$

Đáp án: D

Bài 2: Cho $x = \frac{a}{2a^2+1}$. Với giá trị nào của a thì x là số hữu tỉ dương?

A. $a < 0$.

B. $a > 0$.

C. $a = 0$.

D. $a \geq 0$.

Phương pháp

Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu

Nhận xét về mẫu số của phân số

Lời giải

Ta có:

$a^2 \geq 0$, với mọi a nên $2a^2 + 1 \geq 1 > 0$, với mọi a

Như vậy, để $x = \frac{a}{2a^2+1} > 0$ thì $a > 0$

Đáp án: B

Bài 3: Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-1}{-3}$. Với giá trị nào của a thì y không là số dương và cũng không là số âm.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 4.

Phương pháp

Số hữu tỉ 0 không là số dương cũng không là số âm. Nên ta cho $y = 0$ từ đó tìm a .

Lời giải

Vì số hữu tỉ 0 không là số dương cũng không là số âm nên để $y = \frac{2a-1}{-3}$ không dương cũng không âm thì

$$y = 0$$

$$\text{suy ra } \frac{2a-1}{-3} = 0$$

$$\text{nên } 2a-1=0$$

$$\text{do đó } a = \frac{1}{2}.$$

Đáp án: B

Bài 4: Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{n+2}$. Tìm tổng của các số nguyên n sao cho x là một số nguyên

A. -4.

B. 4.

C. 0.

D. -8.

Phương pháp

Để x là số nguyên thì $7|(n+2)$ hay $(n+2) \in U(7) = \{1; -1; 7; -7\}$

Lời giải

Để x là số nguyên thì $7|(n+2)$ hay $(n+2) \in U(7) = \{1; -1; 7; -7\}$

Ta có bảng sau:

$n+2$	1	-1	7	-7
n	-1	-3	5	-9

Vậy có 4 giá trị n thoả mãn điều kiện.

Tổng của các giá trị n đó là: $(-1) + (-3) + 5 + (-9) = -8$

Đáp án: D

Bài 5: Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{7}$

b) $\frac{-5}{2x}$

c) $\frac{1}{x-1}$

d) $\frac{-2}{2x-4}$

Phương pháp

Khái niệm: Số hữu tỉ được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Để $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ thì a và b phải là số nguyên và b phải khác 0.

Lời giải

a) Để $\frac{x}{7}$ là số hữu tỉ thì $x \in \mathbb{Z}$.

b) Để $\frac{-5}{2x}$ là số hữu tỉ thì $2x \in \mathbb{Z}$ và $2x \neq 0$. Suy ra x là số nguyên khác 0.

c) Để $\frac{1}{x-1}$ là số hữu tỉ thì $x-1 \in \mathbb{Z}$ và $x-1 \neq 0$, suy ra $x \in \mathbb{Z}, x \neq 1$.

Vậy khi x là số nguyên khác 1 thì $\frac{1}{x-1}$ là số hữu tỉ

d) Để $\frac{-2}{2x-4}$ là số hữu tỉ thì $2x-4 \in \mathbb{Z}$ và $2x-4 \neq 0$.

$$2x-4 \neq 0$$

$$2x \neq 4$$

$$x \neq 2$$

Suy ra $x \in \mathbb{Z}, x \neq 2$.

Vậy khi x là số nguyên khác 2 thì $\frac{-2}{2x-4}$ là số hữu tỉ.

Bài 6: Cho số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2025}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

Phương pháp

a) Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.

b) Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

Lời giải

a) Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2025}$ là số dương khi $\frac{20m+11}{-2025} > 0$

Vì $-2025 < 0$ nên $\frac{20m+11}{-2025} > 0$ khi $20m+11 < 0$

Ta có:

$$20m + 11 < 0$$

$$20m < -11$$

$$m < \frac{-11}{20}$$

Vậy $m < \frac{-11}{20}$ thì x là số dương.

b) Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2025}$ là số âm khi $\frac{20m+11}{-2025} < 0$

Vì $-2025 < 0$ nên $\frac{20m+11}{-2025} < 0$ khi $20m+11 > 0$

Ta có:

$$20m + 11 > 0$$

$$20m > -11$$

$$m > \frac{-11}{20}$$

Vậy $m > \frac{-11}{20}$ thì x là số âm.

Bài 7: Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{2}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

c) x không là số dương và cũng không là số âm.

Phương pháp

a) Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.

b) Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

c) Số 0 không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

Lời giải

a) x là số dương khi:

$$\frac{a-5}{2} > 0$$

$$a - 5 > 0$$

$$a > 5$$

b) x là số âm khi:

$$\frac{a-5}{2} < 0$$

$$a-5 < 0$$

$$a < 5$$

c) x không là số dương và cũng không là số âm khi:

$$\frac{a-5}{2} = 0$$

$$a-5 = 0$$

$$a = 5$$

Bài 8: Cho $x = \frac{12}{b-5}$ ($b \in \mathbb{Z}$). Với giá trị nào của b thì:

a) x là số hữu tỉ.

b) $x = -1$.

Phương pháp

a) Dựa vào khái niệm: Số hữu tỉ được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

b) Thay $x = -1$ vào để tìm b .

Lời giải

a) Để $x = \frac{12}{b-5}$ ($b \in \mathbb{Z}$) là số hữu tỉ thì $b-5 \neq 0$ suy ra $b \neq 5$.

Vậy $b \neq 5$ thì x là số hữu tỉ.

b) Ta có:

$$x = -1$$

$$\frac{12}{b-5} = -1$$

$$b-5 = \frac{12}{-1}$$

$$b-5 = -12$$

$$b = -12 + 5$$

$$b = -7$$

Vậy $b = -7$ thì $x = -1$.

Bài 9:

a) Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5}$ ($a \in \mathbb{Z}$). Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

b) Cho số hữu tỉ $x = \frac{2a-1}{2}$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

Phương pháp

Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số nguyên khi $a:b$ hay b là ước của a .

Bội của một số m được viết dưới dạng: $m.k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

a) Số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5}$ ($a \in \mathbb{Z}$) là số nguyên khi: $a-2:5$, suy ra $a-2 = 5k$ ($k \in \mathbb{Z}$)

b) Để x là số nguyên thì $(2a-1):2$. Suy ra:

$$2a-1 = 2k, \text{ với } k \in \mathbb{Z}$$

$$2a = 2k + 1$$

$$a = k + \frac{1}{2}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}$$

Vậy $a = k + \frac{1}{2}$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì x là số nguyên.

Bài 10:

a) Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{n-1}$. Tìm số nguyên n để x nhận giá trị là số nguyên.

b) Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

c) Cho số hữu tỉ $x = \frac{7}{a+1}$. Xác định số nguyên a để x là số nguyên dương.

Phương pháp

Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số nguyên khi $a:b$ hay b là ước của a .

a) Tìm các ước của tử số để tính n tương ứng.

b) Tìm các ước của tử số để tìm x tương ứng.

c) Tìm các ước của tử số để tìm a tương ứng.

Thêm điều kiện a là số nguyên dương để chọn a .

Lời giải

a) Để $x = \frac{7}{n-1} \in \mathbb{Z}$ thì $n-1 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$

Ta có bảng sau:

$n-1$	-7	-1	1	7
n	-6 (TM)	0 (TM)	2 (TM)	8 (TM)

Vậy $n \in \{-6; 0; 2; 8\}$ thì x nhận giá trị nguyên.

b) Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{-101}{x+7} \in \mathbb{Z}$ suy ra $x+7 \in U(101) = \{-1; 1; -101; 101\}$

Ta có bảng sau:

$x+7$	-1	1	-101	101
x	-8 (TM)	-6 (TM)	-108 (TM)	94 (TM)

Vậy khi $x \in \{-8; -6; -108; 94\}$ thì số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

c) Để $x \in \mathbb{Z}$ thì $7:(a+1)$ hay $(a+1) \in U(7) = \{-7; -1; 1; 7\}$. Ta có bảng sau:

$a+1$	-7	-1	1	7
a	-8	-2	0	6

Mà x là số nguyên dương nên $\frac{7}{a+1} > 0$

Mà $7 > 0$ nên $a+1 > 0$, suy ra $a > -1$

Do đó $a \in \{0; 6\}$

Với $a = 0$ ta có $x = \frac{7}{0+1} = 7$

Với $a = 6$ ta có $x = \frac{7}{6+1} = 1$

Vậy $a \in \{0; 6\}$ thì x là số nguyên dương.

Bài 11:

a) Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

b) Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

c) Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.

Phương pháp

- Bài tập này có ẩn ở cả tử và mẫu số.

- Nếu hệ số của ẩn trên tử số chia hết cho hệ số của ẩn dưới mẫu số, ta tách tử số thành bội của mẫu số để đưa về dạng $c + \frac{a}{b}$.

Khi đó $c + \frac{a}{b}$ là số nguyên thì c, a là số nguyên và b là phải là ước của a .

Lời giải

a) Ta có: $x = \frac{a-5}{a} = 1 - \frac{5}{a}$ ($a \neq 0$).

Suy ra $x \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{5}{a} \in \mathbb{Z}$, suy ra $a \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$

Vậy $a \in \{-5; -1; 1; 5\}$.

b) Ta có: $A = \frac{x+1}{x-2} = \frac{x-2+3}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$ ($x \neq 2$)

Do $x \in \mathbb{Z}$, để A là số nguyên thì $\frac{3}{x-2}$ phải là số nguyên

Hay $(x-2) \in U(3) = \{-3; -1; 1; 3\}$

Ta có bảng sau:

$x-2$	-3	-1	1	3
x	-1 (TM)	1 (TM)	3 (TM)	5 (TM)

Vậy khi $x \in \{-1; 1; 3; 5\}$ thì số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

c) Ta có: $B = \frac{2x-1}{x+5} = \frac{2x+10-11}{x+5} = \frac{2x+10}{x+5} - \frac{11}{x+5} = 2 - \frac{11}{x+5}$ (với $x \neq -5$)

Suy ra: $B \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{11}{x+5} \in \mathbb{Z}$, suy ra $x+5 \in U(11) = \{-11; -1; 1; 11\}$

Ta có bảng sau:

$x+5$	-11	-1	1	11
x	-16 (TM)	-6 (TM)	-4 (TM)	6 (TM)

Vậy khi $x \in \{-16; -6; -4; 6\}$ thì số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.