

ĐỀ THAM KHẢO THI TUYỂN SINH VÀO 10 – ĐỀ SỐ 1
MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Thành tích chạy 50m của 16 học sinh nam lớp 9A ở một trường THCS (đơn vị: giây) được cho bằng bảng sau:

Thành tích (m)	[6,5;7,0)	[7,0;7,5)	[7,5;8,0)	[8,0;8,5)
Số học sinh nam	2	5	6	3

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm [7,5;8,0).

2) Đội văn nghệ lớp 9A gồm 2 bạn nam là Hùng, Bình và 3 bạn nữ là Nga, Thảo, Mai. Cô giáo phụ trách đội văn nghệ chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca. Tính xác suất của biến cố “Trong hai bạn được chọn có bạn Nga”.

Phương pháp

1) - Quan sát bảng số liệu xác định tần số ghép nhóm tương ứng với nhóm [7,5;8,0).

- Tần số tương đối ghép nhóm bằng tỉ số giữa tần số nhóm [7,5;8,0) và tổng số học sinh.

2) - Xác định số kết quả có thể xảy ra.

- Xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố “Trong hai bạn được chọn có bạn Nga”.

- Xác suất của biến cố “Trong hai bạn được chọn có bạn Nga” bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố với số kết quả có thể.

Lời giải

1) Dựa vào bảng ta thấy nhóm [7,5;8,0) có tần số là 6.

Tần số tương đối của nhóm [7,5;8,0) là: $\frac{6}{16} \cdot 100\% = 37,5\%$.

2) Có 10 kết quả có thể xảy ra khi chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca là: (Hùng và Bình); (Hùng và

Nga); (Hùng và Thảo); (Hùng và Mai); (Bình và Nga); (Bình và Thảo); (Bình và Mai); (Nga và Thảo); (Nga và Mai); (Thảo và Mai).

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Trong hai bạn được chọn có bạn Nga” là: (Hùng và Nga); (Bình và Nga); (Nga và Thảo); (Nga và Mai).

Vậy xác suất của biến cố “Trong hai bạn được chọn có bạn Nga” là: $P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Câu 2: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 9; x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

3) Xét biểu thức $P = AB$. Tìm các số nguyên tố x để $P < 1$.

Phương pháp

1) Kiểm tra điều kiện của x .

Nếu thỏa mãn, thay $x = 25$ vào biểu thức A .

2) Kết hợp các tính chất của căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức.

3) Rút gọn P sau đó giải bất đẳng thức $P < 1$. Kết hợp điều kiện để tìm x .

Lời giải

1) Với $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện), ta có:

$$A = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-3} = \frac{5+1}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$$

Vậy $A = 3$ khi $x = 25$.

2) Ta có:

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} \\
 &= \left[\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}+1} \\
 &= \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}+1} \\
 &= \frac{(2\sqrt{x}+1)\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

3) Ta có: $P = A.B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

Để $P < 1$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < 1$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - 1 &< 0 \\
 \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} &< 0 \\
 \frac{3}{\sqrt{x}-3} &< 0
 \end{aligned}$$

Vì $3 > 0$ nên $\frac{3}{\sqrt{x}-3} < 0$ khi $\sqrt{x}-3 < 0$ suy ra $\sqrt{x} < 3$ nên $x < 9$.

Kết hợp với $x \geq 0, x \neq 9; x \neq 1$ suy ra $0 \leq x < 9$

Mà x là số nguyên tố nên $x \in \{2; 3; 5; 7\}$.

Vậy $x \in \{2; 3; 5; 7\}$ thì $P < 1$.

Câu 3: (2,5 điểm)

1) Tại một cửa hàng điện máy tủ lạnh được giảm giá 18% và tivi được giảm giá 12%. Tổng giá niêm yết của hai mặt hàng này là 45 triệu đồng, giá sau khi giảm của hai mặt hàng là 38,64 triệu đồng. Tìm giá niêm yết của tủ lạnh, tivi.

2) Một người dự định trồng 216 cây theo thời gian định trước. Nhưng do thời tiết xấu nên mỗi ngày trồng được ít hơn 6 cây, vì thế trồng xong chậm mất 6 ngày so với dự kiến. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày người đó trồng được bao nhiêu cây.

3) Phương trình $x^2 - 5x + k = 0$ có một nghiệm $x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$.

Phương pháp

1) Gọi giá niêm yết của tủ lạnh và tivi lần lượt là x, y (triệu đồng) ($0 < x, y < 45$).

Lập luận để có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 0,18x + 0,12y = 6,36 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp thế hoặc cộng đại số để tìm x, y .

2) Giả sử theo kế hoạch mỗi ngày người đó trồng được số cây là: x (cây) ($x > 6$).

Biểu diễn số cây thực tế mỗi ngày người đó trồng được.

Từ đó biểu diễn thời gian trồng xong cây theo kế hoạch và thực tế.

Lập phương trình và giải để tìm x .

3) Thay nghiệm $x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$ vào phương trình để tìm k .

Biến đổi $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ và áp dụng định lý Viète: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Lời giải

1) Gọi giá niêm yết của tủ lạnh và tivi lần lượt là x, y (triệu đồng) ($0 < x, y < 45$).

Vì tổng giá niêm yết của hai mặt hàng này là 45 triệu đồng nên $x + y = 45$ (1)

Số tiền được giảm khi mua hai mặt hàng này là: $45 - 38,64 = 6,36$ (triệu đồng).

Vì tủ lạnh được giảm giá 18% và tivi được giảm giá 12% nên ta có phương trình: $18\%x + 12\%y = 6,36$ hay $0,18x + 0,12y = 6,36$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 0,18x + 0,12y = 6,36 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 16 \\ y = 29 \end{cases} (TM)$$

Vậy giá niêm yết của tủ lạnh là 16 triệu đồng, giá niêm yết của tivi là 29 triệu đồng.

2) Giả sử theo kế hoạch mỗi ngày người đó trồng được số cây là: x (cây) ($x > 6$).

Trên thực tế mỗi ngày người đó trồng được số cây là: $x - 6$ (cây)

Thời gian người đó trồng xong cây theo kế hoạch là: $\frac{216}{x}$ (ngày).

Thời gian thực tế người đó trồng xong cây trên là: $\frac{216}{x-6}$ (ngày).

Vì thời gian trồng xong chậm 6 ngày so với dự kiến nên ta có phương trình: $\frac{216}{x-6} - \frac{216}{x} = 6$

$$\frac{216}{x-6} - \frac{216}{x} = 6$$

$$1296 = 6x(x-6)$$

$$6x^2 - 36x - 1296 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 18$ hoặc $x = -12$ (loại).

Vậy theo kế hoạch người đó trồng 18 cây mỗi ngày.

3) Vì phương trình $x^2 - 5x + k = 0$ có một nghiệm $x_1 = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ nên thay $x_1 = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ vào phương trình, ta được:

$$\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right) + k = 0$$

$$\frac{19-5\sqrt{13}}{2} - \frac{25-5\sqrt{13}}{2} + k = 0$$

$$\frac{19-5\sqrt{13}-25+5\sqrt{13}}{2} + k = 0$$

$$-3 + k = 0$$

$$k = 3$$

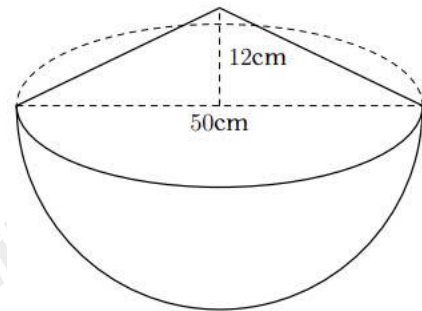
Do đó phương trình cần tìm là $x^2 - 5x + 3 = 0$.

Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 3 \cdot 5 = 15$.

Câu 4: (4 điểm)

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm.



a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm, chiều cao 14cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và $\triangle MDE$ cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là 1 điểm cố định.

Phương pháp

1) a) Tính bán kính của hình cầu.

- Thể tích phần gạo nửa hình cầu = $\frac{1}{2}$ thể tích hình cầu.

Thể tích hình cầu: $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3$.

- Thể tích phần gạo hình nón tính bằng công thức tính thể tích hình nón: $V_n = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

- Thể tích gạo = thể tích phần gạo nửa hình cầu + thể tích phần gạo hình nón.

b) Tính thể tích lon bằng thể tích hình trụ: $V_l = \pi R^2 h$

Tính thể tích gạo mỗi ngày mức = $4.90\%.V_l$.

Lấy thể tích gạo : thể tích gạo mỗi ngày mức để xác định số ngày ít nhất để dùng hết số gạo trong thùng.

2) a) Chứng minh $\triangle OMC$ và $\triangle OEC$ lần lượt vuông tại M và E nên cùng nội tiếp đường tròn đường kính OC.

Gọi I là trung điểm của OC thì C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn (I) đường kính OC (bán kính OI).

b) *Chứng minh $AD.AK = AB.AC$

Chứng minh $\triangle DBA \sim \triangle CKA$ (g.g) suy ra $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) nên $AD.AK = AB.AC$.

*Chứng minh $\triangle MDE$ cân.

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

$\triangle OBC$ cân tại O , M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC$ suy ra $OMC = 90^\circ$.

Tam giác OMC vuông tại M nên tam giác OMC nội tiếp đường tròn đường kính OC .

Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK$ suy ra $CE \perp EO$ hay $OEC = 90^\circ$.

Tam giác OEC vuông tại E nên tam giác OEC nội tiếp đường tròn đường kính OC .

Gọi I là trung điểm của OC

Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn (I) đường kính OC (bán kính OI).

b) *Chứng minh $AD.AK = AB.AC$

Xét $\triangle DBA$ và $\triangle CKA$ có

$$\angle ADB = \angle ACK = 90^\circ$$

$$\angle ABD = \angle AKC \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AC)$$

Nên $\triangle DBA \sim \triangle CKA$ (g.g)

$$\text{Do đó ta có: } \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\text{Hay } AD.AK = AB.AC \text{ (đpcm).}$$

*Chứng minh $\triangle MDE$ cân.

$$\text{Theo bài ra } \begin{cases} AD \perp BC \\ AE \perp EC \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \angle ADC = 90^\circ \\ \angle AEC = 90^\circ \end{cases}$$

Gọi Q là trung điểm của AC

Tam giác ADC và tam giác AEC vuông tại D và E nên nội tiếp đường tròn (Q ; AC), suy ra $QA = QC = QD = QE$

Suy ra bốn điểm A, C, D, E cùng thuộc đường tròn (Q)

$$\text{Suy ra } \angle CAE = \angle CDE \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CE) \text{ (1)}$$

$$\text{Xét } (O) \text{ ta có: } \angle CBK = \angle CAE \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CK) \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \angle CBK = \angle CDE \text{ mà hai góc này ở vị trí đồng vị (3)}$$

$$\text{Suy ra } DE \parallel BK$$

$$\text{Xét đường tròn } (I) \text{ có: } \angle EMC = \angle EOC \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn } EC) \text{ (4)}$$

$$\text{Xét đường tròn } (O) \text{ có: } \angle KBC = \frac{1}{2} \angle KOC \text{ (Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn } KC) \text{ (5)}$$

$$\text{Từ (3); (4) và (5) suy ra } \angle EMC = 2\angle CDE.$$

$$\triangle MDE \text{ có } \angle EMC = \angle MDE + \angle MED \text{ (góc ngoài của tam giác) mà } \angle EMC = 2\angle MDE$$

$$\text{Nên } \angle MDE = \angle MED. \text{ Do đó, } \triangle MDE \text{ cân tại } M.$$

c) Gọi P là trung điểm của BO

Tam giác BFO và tam giác BMO vuông tại F và M nên nội tiếp đường tròn (P ; OP) suy ra $PB = PO = PF = PM$

Suy ra bốn điểm O, M, B, F cùng thuộc đường tròn (P)

$$\text{Nên } \angle OBM = \angle MFO \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn } MO).$$

Xét đường tròn (I) có:

$$\angle MEO = \angle MCO \text{ (Hai góc nội tiếp cùng chắn } MO).$$

Mà $OBM = OCM$ ($\triangle OCB$ cân tại O).

Do đó $MFO = MEO$ suy ra $\triangle EMF$ cân tại M , do đó $ME = MF$.

Mà $ME = MD$ (Tam giác MDE cân tại M).

Suy ra $MD = ME = MF$.

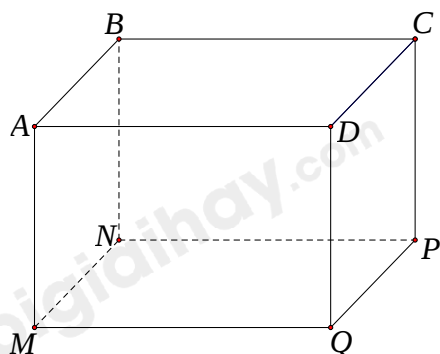
Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF .

Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định.

Vậy khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu 5: (0,5 điểm)

Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

Phương pháp

Gọi độ dài cạnh MN là $x(dm)$ ($x > 0$)

Gọi độ dài chiều cao AM là $h(dm)$ ($h > 0$)

Biểu diễn h theo x dựa vào thể tích của chiếc hộp.

Tính diện tích cần mạ kim loại = diện tích bốn mặt xung quanh và diện tích mặt đáy dưới.

Sử dụng bất đẳng thức Cô – si cho 3 số để tìm giá trị nhỏ nhất của S .

Từ đó tính được x, h .

Lời giải

Gọi độ dài cạnh MN là $x(dm)$ ($x > 0$)

Gọi độ dài chiều cao AM là $h(dm)$ ($h > 0$)

Do thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$ nên ta có: $x^2h = 4$

$$\text{Suy ra } h = \frac{4}{x^2}$$

Diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là:

$$\begin{aligned} S &= x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{4}{x^2} = x^2 + \frac{16}{x} \\ &= x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \end{aligned}$$

Chứng minh bất đẳng thức Cô – si.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 3 số $4x > 0$, $\frac{8}{x} > 0$ và $\frac{8}{x} > 0$ ta có:

$$S = x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 3\sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$$

Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = \frac{8}{x}$, suy ra $x^3 = 8$, do đó $x = 2$

$$\text{Suy ra } h = \frac{4}{2^2} = 1$$

Vậy khi độ dài cạnh đáy $MN = 2dm$ và chiều cao $AM = 1dm$ thì diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất bằng $12dm^2$.