

TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU HCM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN TOÁN

I. TRẮC NGHIỆM:

II. TỰ LUẬN:

Câu 1: (1 điểm) Cho $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Chứng minh $A(\sqrt{x}-2)$ không phụ thuộc vào giá trị của x .

b) Tìm x để $A.B = \sqrt{x} + 1$.

Câu 2: (1,5 điểm) a) Cho $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết đồ thị $y = f(x)$ đi qua hai điểm $(2; 10)$ và $(5; 25)$. Tính $f(0)$.

b) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Lấy điểm E trên cạnh AC và gọi F là hình chiếu của E lên BC. Xác định độ dài EC để diện tích tứ giác ABFE bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác ABC.

Câu 3: (1,5 điểm) a) Giải phương trình: $2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$.

b) Tìm m để phương trình $2x^2 - 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn:
 $\sqrt{m+2x_1-x_1^2} + \sqrt{m+2x_2-x_2^2} = 2$

Câu 4: (1,5 điểm) Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.

b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

Câu 5: (2,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$. Gọi H là trực tâm; D, E, F lần lượt là chân các đường cao trên BC, CA, AB; I là trung điểm BC và K là giao điểm của AD với (O) ($K \neq A$).

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp và: $\angle BIF = 2\angle BCF, \angle CIE = 2\angle CBE$.

b) Gọi S là giao điểm của EF với BC. Chứng minh tứ giác DIEF nội tiếp và: $SD.SI = SB.SC$.

c) Gọi R là giao điểm của SK với (O) ($R \neq K$) và L là giao điểm của RI với (O) ($L \neq R$). Chứng minh AL song song với BC và $AB \cdot CR = AC \cdot BR$.

----- Hết -----



I. TRẮC NGHIỆM:

1.D	2.C	3.A	4.B	5.C	6.B	7.A	8.B	9.D	10.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

II. TỰ LUẬN:

Câu 1: (1 điểm) Cho $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Chứng minh $A \cdot (\sqrt{x}-2)$ không phụ thuộc vào giá trị của x .

b) Tìm x để $A \cdot B = \sqrt{x} + 1$.

Lời giải

a) ĐK: $x > 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \\
 &= \frac{x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{x+4-x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{2(2+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{x}-2}
 \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } A \cdot (\sqrt{x}-2) = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot (\sqrt{x}-2) = 2$$

Vậy $A \cdot (\sqrt{x}-2)$ không phụ thuộc vào giá trị của x .

b) ĐK: $x > 0, x \neq 4$

$$A \cdot B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2+x-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{4+x-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

Ta có:

$$A.B = \sqrt{x} + 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1$$

$$2 = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)$$

$$2 = x + \sqrt{x}$$

$$x + \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) = 0$$

$$\sqrt{x}-1=0 \text{ (vì } x>0 \text{ nên } \sqrt{x}+2>0)$$

$$x=1 \text{ (tmđk)}$$

$$\text{Vậy với } x=1 \text{ thì } A.B = \sqrt{x} + 1.$$

Câu 2: (1,5 điểm) a) Cho $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết đồ thị $y = f(x)$ đi qua hai điểm $(2; 10)$ và $(5; 25)$. Tính $f(0)$.

b) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Lấy điểm E trên cạnh AC và gọi F là hình chiếu của E lên BC. Xác định độ dài EC để diện tích tứ giác ABFE bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác ABC.

Lời giải

a) Đồ thị $y = f(x)$ đi qua điểm $(2; 10)$ suy ra $2^2 + a.2 + b = 10$ hay $2a + b = 6$.

Đồ thị $y = f(x)$ đi qua điểm $(5; 25)$ suy ra $5^2 + a.5 + b = 25$ hay $5a + b = 0$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2a + b = 6 \\ 5a + b = 0 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ, ta được:

$$(2a - 5a) + (b - b) = 6$$

$$-3a = 6$$

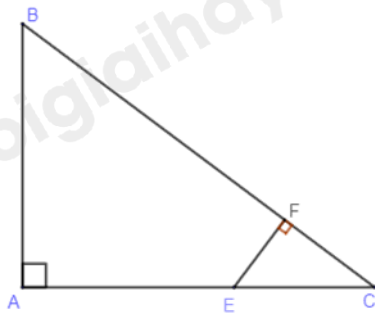
$$a = -2$$

Thế $a = -2$ vào phương trình đầu tiên, ta được $b = 10$.

Suy ra $f(x) = x^2 - 2x + 10$

Vậy $f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 + 10 = 10$.

b)



Gọi x là độ dài EC. Vì E nằm trên AC nên $0 \leq x \leq AC = 4$.

Diện tích tam giác ABC là $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$

Diện tích tứ giác ABFE bằng $\frac{2}{3} \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$.

Ta có $S_{ABFE} = S_{ABC} - S_{EFC}$.

Suy ra $S_{EFC} = S_{ABC} - S_{ABFE} = 6 - 4 = 2$.

Độ dài cạnh huyền BC của $\triangle ABC$ được tính bằng định lý Pythagore:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Xét $\triangle EFC$ và $\triangle BAC$:

$\angle C$ là góc chung.

F là hình chiếu của E lên BC, nên $EF \perp BC$, suy ra $\angle EFC = 90^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại A, nên $\angle BAC = 90^\circ$.

Do đó, $\triangle EFC \sim \triangle BAC$ (góc-góc).

Có tỉ số đồng dạng k giữa $\triangle EFC$ và $\triangle BAC$ là: $\frac{EC}{BC} = \frac{FC}{AC} = \frac{EF}{AB}$.

Suy ra $\frac{EC}{BC} = \frac{x}{5}$

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng:

$$\frac{S_{EFC}}{S_{BAC}} = \left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{x^2}{25}.$$

Do đó, $S_{EFC} = \frac{x^2}{25} S_{BAC}$.

Ta có $S_{EFC} = 2$ và $S_{BAC} = 6$.

Thay vào phương trình trên:

$$2 = \frac{x^2}{25} \cdot 6.$$

$$2 = \frac{6x^2}{25}.$$

$$50 = 6x^2.$$

$$x^2 = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}.$$

$$x = \sqrt{\frac{25}{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy độ dài EC cần tìm là $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: (1,5 điểm) a) Giải phương trình: $2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$.

b) Tìm m để phương trình $2x^2 - 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn:

$$\sqrt{m+2x_1-x_1^2} + \sqrt{m+2x_2-x_2^2} = 2$$

Lời giải

a) ĐKXĐ: $x \neq 1; x \neq 2$

$$2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{x-2}{(x-1)(x-2)} + \frac{2(x-1)}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{x-2+2x-2}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$\frac{2(x+1)(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} + \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$\frac{2(x^2-1)(x-2)+3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$2(x^2-1)(x-2)+3x-4=0$$

$$2(x^3-2x^2-x+2)+3x-4=0$$

$$2x^3-4x^2-2x+4+3x-4=0$$

$$2x^3-4x^2+x=0$$

$$x(2x^2-4x+1)=0$$

Để giải phương trình trên, ta giải hai phương trình sau:

$$+) x=0 \text{ (tmđk)}$$

$$+) 2x^2-4x+1=0$$

Ta có $\Delta' = (-2)^2 - 2.1 = 2 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \text{ (tm)}; x_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \text{ (tm)}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ 0; \frac{2+\sqrt{2}}{2}; \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right\}$.

$$\text{b) Xét } \Delta' = (-1)^2 - 2.(-m) = 1+2m$$

Phương trình $2x^2-2x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0$ hay $1+2m > 0$ suy ra $m > -\frac{1}{2}$

$$\text{Theo định lí Viète ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{-m}{2} \end{cases}$$

Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $2x^2-2x-m=0$ nên ta có:

$$2x_1^2-2x_1-m=0 \text{ hay } -x_1^2+2x_1+m=x_1^2$$

$$2x_2^2-2x_2-m=0 \text{ hay } -x_2^2+2x_2+m=x_2^2$$

Ta có:

$$\sqrt{m+2x_1-x_1^2} + \sqrt{m+2x_2-x_2^2} = 2$$

$$\sqrt{x_1^2} + \sqrt{x_2^2} = 2$$

$$|x_1| + |x_2| = 2$$

TH1: $x_1 > 0; x_2 > 0$, ta có:

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$1 = 2 \text{ (vô lí)}$$

TH2: $x_1 < 0; x_2 < 0$, ta có:

$$-(x_1 + x_2) = 2$$

$$-1 = 2 \text{ (vô lí)}$$

TH3: $x_1 < 0 < x_2$, ta có:

$$-x_1 + x_2 = 2$$

Mà $x_1 + x_2 = 1$ nên $2x_2 = 3$ hay $x_2 = \frac{3}{2}$ (tm) suy ra $x_1 = -\frac{1}{2}$ (tm)

Lại có:

$$x_1 x_2 = \frac{-m}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{m}{2}$$

$$m = \frac{3}{2} \text{ (tm)}$$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thì phương trình $2x^2 - 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn:

$$\sqrt{m+2x_1-x_1^2} + \sqrt{m+2x_2-x_2^2} = 2.$$

Câu 4: (1,5 điểm) Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.

b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

Lời giải

a) Gọi số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn năm ngoái lần lượt là x và y (em, $x, y > 0$).

Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn nên ta có $x - y = 100$ (1)

Năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% nên số học sinh thi môn Văn năm nay là $y + 10\%.y = 1,1y$.

Năm nay số học sinh dự thi môn Toán tăng 20% nên số học sinh thi môn Toán năm nay là $x + 20\%.x = 1,2x$.

Năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn nên ta có $1,2x - 1,1y = 150$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 1,2x - 1,1y = 150 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được
$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 300 \end{cases} \text{ (tmdk) suy ra } \begin{cases} 1,2x = 480 \\ 1,1y = 330 \end{cases}$$

Vậy số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay lần lượt là 480 em và 330 em.

b) Năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi

Suy ra tổng số học sinh tham gia kỳ thi là $\frac{480}{60\%} = 800$

Số học sinh tham gia cả hai môn là $480 + 330 - 800 = 10$ (em).

Vậy số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay là 10 em.

Câu 5: (2,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$. Gọi H là trực tâm; D, E, F lần lượt là chân các đường cao trên BC, CA, AB ; I là trung điểm BC và K là giao điểm của AD với (O) ($K \neq A$).

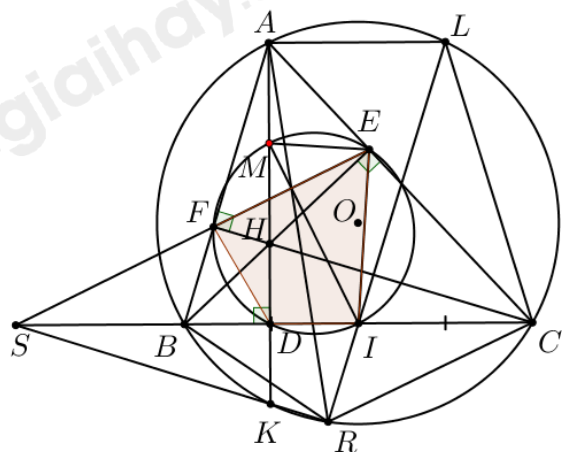
a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp và: $\angle BIF = 2\angle BCF, \angle CIE = 2\angle CBE$.

b) Gọi S là giao điểm của EF với BC . Chứng minh tứ giác $DIEF$ nội tiếp và: $SD \cdot SI = SB \cdot SC$.

c) Gọi R là giao điểm của SK với (O) ($R \neq K$) và L là giao điểm của RI với (O) ($L \neq R$). Chứng minh AL song song với BC và $AB \cdot CR = AC \cdot BR$.

Lời giải

a)



Do $CF \perp AB, BE \perp AC$ nên $\triangle BEC, \triangle BCF$ vuông

Do $\triangle BEC$ vuông tại E nên B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

Do $\triangle BFC$ vuông tại F nên B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

Vậy B, C, F, E cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay BCEF nội tiếp.

Do I là trung điểm của BC nên B, C, F, E cùng thuộc đường tròn tâm (I, IB)

Khi đó $\angle BIF = 2\angle BCF$ (tính chất góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BF)

$\angle CIE = 2\angle CBE$ (tính chất góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung CE)

b) Gọi M là trung điểm của AH

Do tam giác MDI vuông tại D nên M, D, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI

Ta có:

$$\angle MEI = 180^\circ - (\angle MEA + \angle IEC) = 180^\circ - (\angle MAE + \angle ICE) = 180^\circ - \angle ADC = 90^\circ$$

Suy ra tam giác MEI vuông tại E nên M, E, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI

Tương tự $\angle MFI = 90^\circ$ nên M, F, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI

Vậy M, E, I, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính MI hay EFDI nội tiếp

Khi đó $\angle SED = \angle SIF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FD)

Suy ra $\triangle SED \sim \triangle SIF$ (g.g)

$$\text{Khi đó } \frac{SE}{SI} = \frac{SD}{SF} \text{ hay } SE \cdot SF = SI \cdot SD \quad (3)$$

Ta có $\triangle SEB \sim \triangle SCF$ (g.g) (do $\angle S$ chung và $\angle SEB = \angle SCF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BF))

$$\text{Nên } \frac{SE}{SC} = \frac{SB}{SF} \text{ hay } SE \cdot SF = SB \cdot SC \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $SD \cdot SI = SB \cdot SC$ (đpcm)

c) Ta có $\angle SCK = \angle SRB$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Kết hợp $\angle CSR$ chung nên $\triangle SCK \sim \triangle SRB (g.g)$ suy ra $\frac{SC}{SR} = \frac{SK}{SB}$ hay $SB \cdot SC = SK \cdot SR$

Suy ra $SK \cdot SR = SD \cdot SI (= SB \cdot SC)$ hay $\frac{SK}{SI} = \frac{SD}{SR}$

Kết hợp $\angle SKI$ chung suy ra $\triangle SDK \sim \triangle SRI (c.g.c)$

Suy ra $\angle SDK = \angle SRI = 90^\circ$

Suy ra $\triangle KRL$ vuông tại R. Mà $\triangle KRL$ có K, R, L cùng thuộc (O) nên suy ra KL là đường kính hay K, O, L thẳng hàng.

Khi đó $\angle KAL = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $AL \perp AD$

Mà $BC \perp AD$ nên $AL \parallel BC$

Do $AL \parallel BC$ nên $\triangle ALCB$ là hình thang và $\angle ACB = \angle CAL$ (so le trong)

Suy ra cung AB bằng cung LC suy ra cung BL bằng cung AC

Suy ra $\angle ABC = \angle LCB$

Khi đó $\triangle ALCB$ là hình thang cân

Xét tam giác RIC và tam giác RBA có:

$\angle BAR = \angle RCI$ (cùng chắn cung BR)

$\angle IRC = \angle BRA$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra $\triangle RIC \sim \triangle RBA (g.g)$

Suy ra $\frac{RC}{RA} = \frac{IC}{AB}$ hay $RC \cdot AB = IC \cdot RA$

Tương tự $\triangle RIB \sim \triangle RCA (g.g)$ nên $RB \cdot AC = IB \cdot RA$

Mà $IB = IC$ nên $RC \cdot AB = RB \cdot AC$ (đpcm)